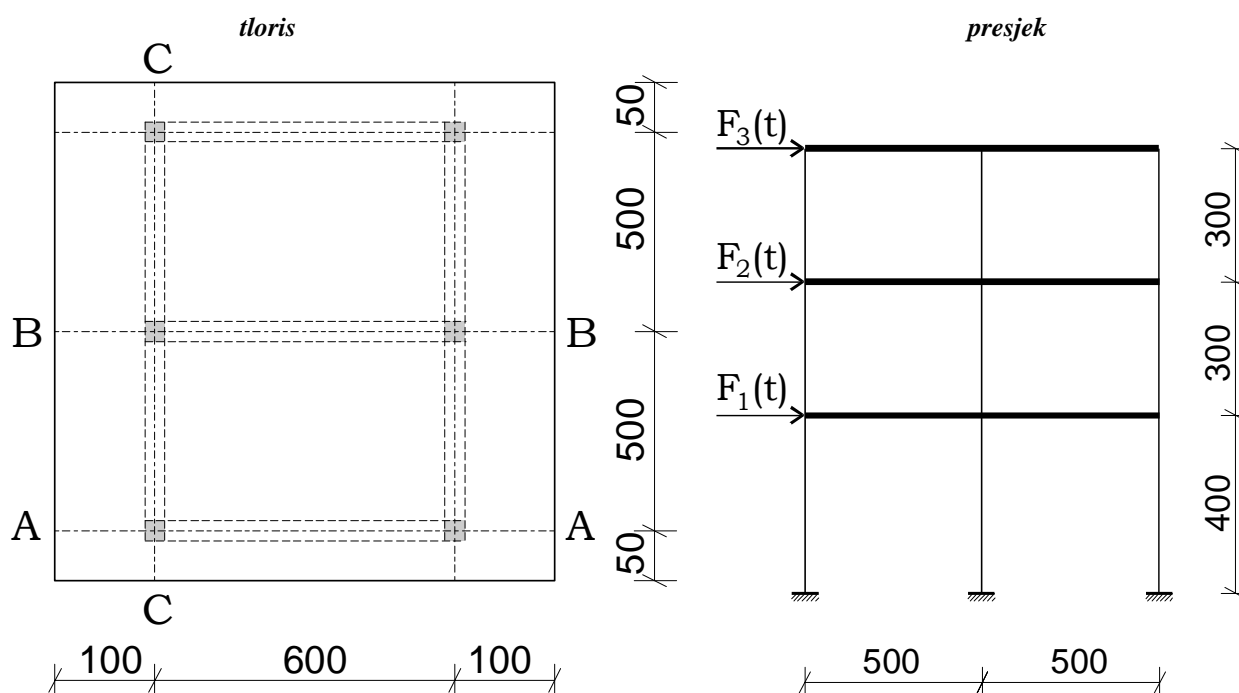


OGLEDNI PRIMJER

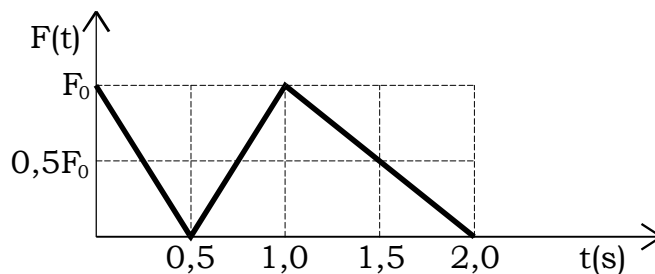
ZADATAK

Odredite dinamičke karakteristike i odziv armiranobetonskog okvira C-C prikazanog na slici s pripadajućom tlorisnom površinom, na zadanu uzбудu tijekom prve tri sekunde, ako je konstrukcija prije djelovanja sile bila u stanju mirovanja (materijal: beton C 40/50, prigušenje: 2%). Opterećenje na nivou međukatnih konstrukcija: stalno $g=9,0\text{kN/m}^2$, promjenjivo $p=4,0\text{kN/m}^2$. Pri proračuna masa, promjenjivo opterećenje uzeti u iznosu od 50%.

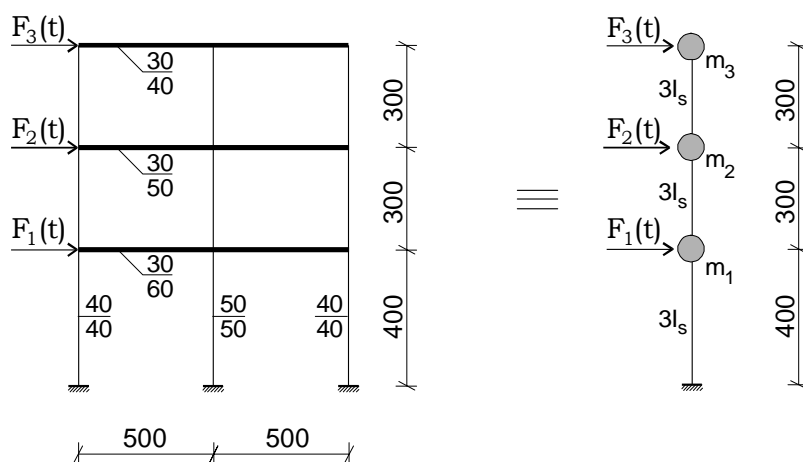


$$F = \begin{Bmatrix} 1,0 \\ 1,2 \\ 1,5 \end{Bmatrix} F_0$$

$$F_0 = 50 \text{ kN}$$



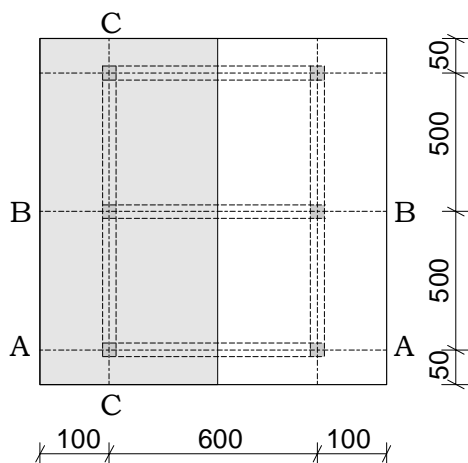
Dinamičke karakteristike i odziv konstrukcije određujemo na zamjenjujućem sustavu s tri stupnja slobode (promatramo samo horizontalne pomake). Masu konstrukcije svodimo na koncentrirane mase na nivoima međukatnih konstrukcija.



A) POČETNI (PRIPREMNI) PRORAČUNI

1) Matrica masa [m]

Mase koncentriramo na nivoima međukatnih konstrukcija preko kojih je i zadano svo opterećenje. S obzirom da promatramo samo horizontalne pomake, matrica je masa dijagonalna. Dakle, veličinu masa određujemo na temelju zadanog opterećenja i pripadajuće tlorisne površine.



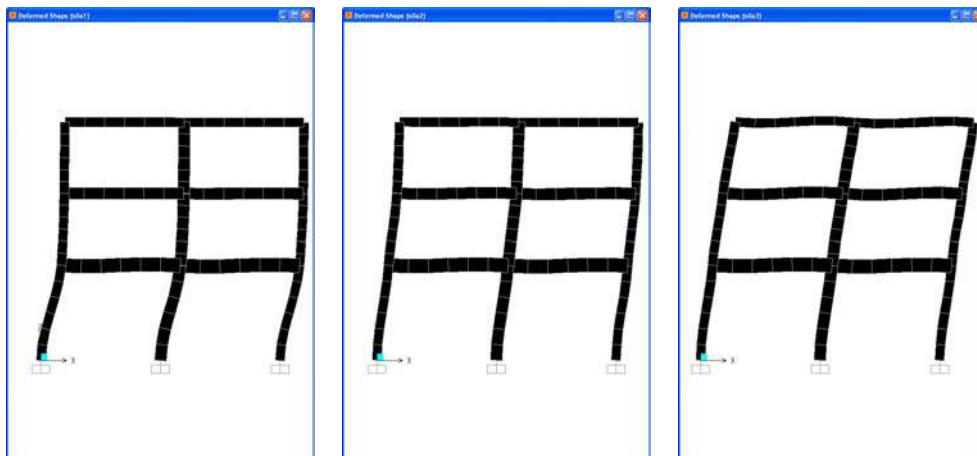
$$m_i = (g + \gamma p) \cdot A_i / a_g$$

$$m_1 = (9 + 0,5 \cdot 4,0) \cdot (4,0 \cdot 11,0) / 9,81 = 49,3 \text{ t} = m_2 = m_3$$

$$[m] = \begin{bmatrix} 49,3 & 0 & 0 \\ 0 & 49,3 & 0 \\ 0 & 0 & 49,3 \end{bmatrix} [t]$$

2) **Matrica popustljivosti [a]**

Elemente matrice popustljivosti dobijemo, sukladno definiciji, određivanjem pomaka pojedinih čvorova na djelovanje jediničnih koncentriranih sila na nivoima čvorova ($F=1,0\text{kN}$), ručno ili pomoću nekog programskog paketa (npr. SAP 2000, ROBOT, STRUDL itd.).



$$[a] = \begin{bmatrix} 0,00002134 & 0,00002429 & 0,00002497 \\ 0,00002429 & 0,00004199 & 0,00004700 \\ 0,00002497 & 0,00004700 & 0,00007257 \end{bmatrix} [m]$$

3) **Vlastite kružne frekvencije (ω), vlastiti periodi (T) i frekvencije (f)
 Vlastiti (prirodni) oblici**

Dinamičke karakteristike sustava određujemo rješavanjem problema vlastitih vrijednosti metodom karakterističnog polinoma ili karakteristične determinante.

$$[m]\{\ddot{u}\} - \lambda[k]\{u\} = \{0\} \quad / \cdot [k]^{-1} = [a], \quad \text{gdje je } \lambda = 1/\omega^2$$

$$([D] - \lambda[I])\{u\} = \{0\}$$

Dinamička matrica [D]

$$[D] = [a][m] = \begin{bmatrix} 0,00002134 & 0,00002429 & 0,00002497 \\ 0,00002429 & 0,00004199 & 0,00004700 \\ 0,00002497 & 0,00004700 & 0,00007257 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 49,3 & 0 & 0 \\ 0 & 49,3 & 0 \\ 0 & 0 & 49,3 \end{bmatrix}$$

$$[D] = \begin{bmatrix} 0,00105206 & 0,00119750 & 0,00123102 \\ 0,00119750 & 0,00207011 & 0,00231710 \\ 0,00123102 & 0,00231710 & 0,00357770 \end{bmatrix}$$

$$\det [[D] - \lambda[I]] = 0$$

$$\det \begin{bmatrix} (d_{11} - \lambda) & d_{12} & d_{13} \\ d_{21} & (d_{22} - \lambda) & d_{23} \\ d_{31} & d_{32} & (d_{33} - \lambda) \end{bmatrix} = 0$$

$$\lambda^3 - 0,00669987\lambda^2 + 0,00000503\lambda - 7,07320366 \cdot 10^{-10} = 0$$

Korjeni su jednadžbe:

$$\lambda_1 = 0,00586211 \quad \Rightarrow \omega_1 = 13,061 \text{ rad/s} \quad \Rightarrow T_1 = 0,481 \text{ s}, \quad f_1 = 2,079 \text{ Hz}$$

$$\lambda_2 = 0,00065219 \quad \Rightarrow \omega_2 = 39,157 \text{ rad/s} \quad \Rightarrow T_2 = 0,160 \text{ s}, \quad f_2 = 6,250 \text{ Hz}$$

$$\lambda_3 = 0,00018487 \quad \Rightarrow \omega_3 = 73,547 \text{ rad/s} \quad \Rightarrow T_3 = 0,085 \text{ s}, \quad f_3 = 11,76 \text{ Hz}$$

Karakteristične tj. vlastite ili prirodne vektore oblika (modove) vibriranja, određujemo iz uvjeta

$$([D] - \lambda[I])\{u\} = \{0\}.$$

a) I. vektor oblika $\{u\}_1$ za $\lambda = \lambda_1$

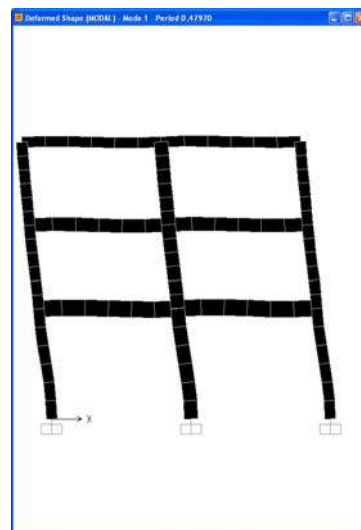
$$(d_{11} - \lambda_1)u_{11} + d_{12}u_{21} + d_{13}u_{31} = 0 \quad (1)$$

$$d_{21}u_{11} + (d_{22} - \lambda_1)u_{21} + d_{23}u_{31} = 0 \quad (2)$$

$$d_{31}u_{11} + d_{32}u_{21} + (d_{33} - \lambda_1)u_{31} = 0 \quad (3)$$

Za npr. pretpostavljeni $u_{31} = 1,0$, iz jednadžbi npr. (2) i (3) dobije se:

$$\{u\}_1 = \begin{Bmatrix} 0,44251512 \\ 0,75079421 \\ 1,0 \end{Bmatrix}$$



b) II. vektor oblika $\{u\}_2$ za $\lambda = \lambda_2$

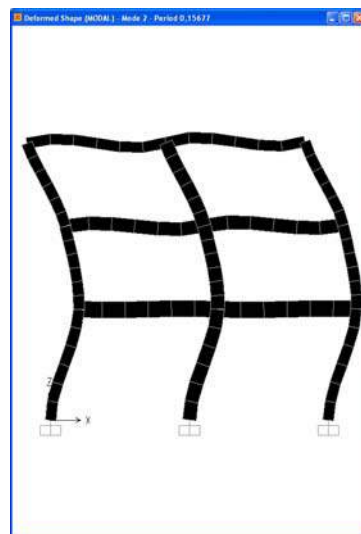
$$(d_{11} - \lambda_2)u_{12} + d_{12}u_{22} + d_{13}u_{32} = 0 \quad (1)$$

$$d_{21}u_{12} + (d_{22} - \lambda_2)u_{22} + d_{23}u_{32} = 0 \quad (2)$$

$$d_{31}u_{12} + d_{32}u_{22} + (d_{33} - \lambda_2)u_{32} = 0 \quad (3)$$

Za npr. pretpostavljeni $u_{32} = 1,0$, iz jednadžbi npr. (2) i (3) dobije se:

$$\{u\}_2 = \begin{Bmatrix} -1,18613153 \\ -0,63241050 \\ 1,0 \end{Bmatrix}$$



c) III. vektor oblika $\{u\}_3$ za $\lambda = \lambda_3$

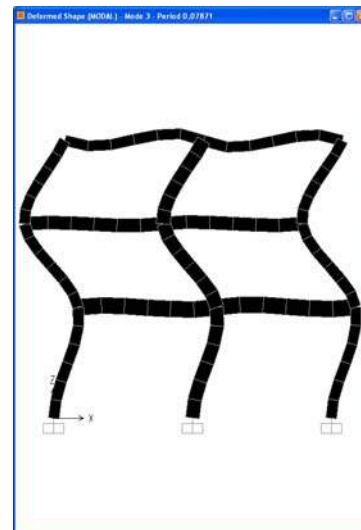
$$(d_{11} - \lambda_3)u_{13} + d_{12}u_{23} + d_{13}u_{33} = 0 \quad (1)$$

$$d_{21}u_{13} + (d_{22} - \lambda_3)u_{23} + d_{23}u_{33} = 0 \quad (2)$$

$$d_{31}u_{13} + d_{32}u_{23} + (d_{33} - \lambda_3)u_{33} = 0 \quad (3)$$

Za npr. pretpostavljeni $u_{33} = 1,0$, iz jednadžbi npr. (2) i (3) dobije se:

$$\{u\}_3 = \begin{Bmatrix} 2,26308142 \\ -2,66657826 \\ 1,0 \end{Bmatrix}$$



4) Modalna matrica $[\Phi]$

Ortonormiranje vektora oblika

$$\{\bar{u}\}_i^T [m] \{\bar{u}\}_j = \begin{cases} 1 & i = j \\ 0 & i \neq j \end{cases}$$

$$\{\bar{u}\}_i = \alpha_i \{u\}_i$$

$$\alpha_i = \sqrt{\frac{1}{\{u\}_i^T [m] \{u\}_i}}$$

$$\alpha_1 = 0,10736939, \quad \alpha_2 = 0,08500938, \quad \alpha_3 = 0,03238297,$$

te su ortonormirani vektori oblika, redom

$$\{\bar{u}\}_1 = \begin{Bmatrix} 0,04751258 \\ 0,08061232 \\ 0,10736939 \end{Bmatrix} \quad \{\bar{u}\}_2 = \begin{Bmatrix} -0,10083231 \\ -0,05376083 \\ 0,08500938 \end{Bmatrix} \quad \{\bar{u}\}_3 = \begin{Bmatrix} 0,07328530 \\ -0,08635172 \\ 0,03238297 \end{Bmatrix}$$

Prema tome je modalna matrica oblika

$$[\Phi] = \begin{bmatrix} 0,04751258 & -0,10083231 & 0,07328530 \\ 0,08061232 & -0,05376083 & -0,08635172 \\ 0,10736939 & 0,08500938 & 0,03238297 \end{bmatrix}$$

5) Odabir vremenskog koraka iteracije Δt

$$\Delta t \leq \frac{T_n}{10}$$

Za ovaj školski primjer odaberimo za $T_n = T_1$, te je stoga

$$\Delta t \leq \frac{0,481}{10} = 0,0481.$$

Odabrano: $\Delta t = 0,02$ s

B) ITERATIVNI POSTUPAK

- 1) Transformacija sustava u sustav nezavisnih diferencijalnih jednadžbi tzv. **modalnih jednadžbi**

$$[m]\{\ddot{x}\} + [c]\{\dot{x}\} + [k]\{x\} = \{F(t)\} \quad / \quad [\Phi]^T \quad / \quad [\Phi][\Phi]^{-1}$$

$$[\Phi]^T [m][\Phi][\Phi]^{-1} \{\ddot{x}\} + [\Phi]^T [c][\Phi][\Phi]^{-1} \{\dot{x}\} + [\Phi]^T [k][\Phi][\Phi]^{-1} \{x\} = [\Phi]^T \{F(t)\}$$

$$[I]\{\ddot{\eta}\} + [2\xi\omega]\{\dot{\eta}\} + [\omega^2]\{\eta\} = f(t)$$

Svaku jednadžbu zasebno rješavamo jednom od iterativnih metoda, npr. metodom korak po korak s interpolacijom uzbudne sile. Rješenjem određujemo modalne tj. projicirane brzine i pomake.

- 2) **Rješenje modalnih jednadžbi**

- a) Modalna jednadžba «1»

$$\ddot{\eta}_1 + 2\xi\omega_1\dot{\eta}_1 + \omega_1^2\eta_1 = f_1(t)$$

$$\begin{aligned} \Delta t &= 0,02s \\ \xi &= 0,02 \\ \omega &= 13,061rad/s \\ \omega_D &= 13,058rad/s \\ k &= 170,589721 kN/m \\ n &= 0,26122 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A &= 0,966193335 & A' &= -3,355564181 \\ B &= 0,019670377 & B' &= 0,955916743 \\ C &= 0,000131909 & C' &= 0,009761613 \\ D &= 6,62666E-05 & D' &= 0,009908764 \end{aligned}$$

i	t	T(t)	F(i)	x(i)	x(i+1)	v(i)	v(i+1)
0	0,00	1,00	15,26507245	0	0,002984697	0	0,294219415
1	0,02	0,96	14,65446955	0,002984697	0,011534893	0,294219415	0,553442547
2	0,04	0,92	14,04386665	0,011534893	0,024774045	0,553442547	0,760536761
3	0,06	0,88	13,43326376	0,024774045	0,04151824	0,760536761	0,902065973
4	0,08	0,84	12,82266086	0,04151824	0,060359297	0,902065973	0,969159105
5	0,10	0,80	12,21205796	0,060359297	0,079762141	0,969159105	0,958061389
6	0,12	0,76	11,60145506	0,079762141	0,098169737	0,958061389	0,870334618
7	0,14	0,72	10,99085216	0,098169737	0,114108408	0,870334618	0,71269647
8	0,16	0,68	10,38024927	0,114108408	0,126286438	0,71269647	0,4965135
9	0,18	0,64	9,769646368	0,126286438	0,133679363	0,4965135	0,236985629
10	0,20	0,60	9,15904347	0,133679363	0,135596339	0,236985629	-0,04791963
11	0,22	0,56	8,548440572	0,135596339	0,131723309	-0,04791963	-0,338708664
12	0,24	0,52	7,937837674	0,131723309	0,122140277	-0,338708664	-0,615693359
13	0,26	0,48	7,327234776	0,122140277	0,107311815	-0,615693359	-0,860321975
14	0,28	0,44	6,716631878	0,107311815	0,08805171	-0,860321975	-1,056419498
15	0,30	0,40	6,10602898	0,08805171	0,065464407	-1,056419498	-1,191254676

16	0,32	0,36	5,495426082	0,065464407	0,040867439	-1,191254676	-1,256363523
17	0,34	0,32	4,884823184	0,040867439	0,015700292	-1,256363523	-1,248076248
18	0,36	0,28	4,274220286	0,015700292	-0,008574031	-1,248076248	-1,167715112
19	0,38	0,24	3,663617388	-0,008574031	-0,030567993	-1,167715112	-1,021453297
20	0,40	0,20	3,05301449	-0,030567993	-0,049062393	-1,021453297	-0,81984782
21	0,42	0,16	2,442411592	-0,049062393	-0,06308691	-0,81984782	-0,577081409
22	0,44	0,12	1,831808694	-0,06308691	-0,071983005	-0,577081409	-0,309967556
23	0,46	0,08	1,221205796	-0,071983005	-0,075445128	-0,309967556	-0,036788325
24	0,48	0,04	0,610602898	-0,075445128	-0,073537676	-0,036788325	0,223954863
25	0,50	0,00	0	-0,073537676	-0,066605873	0,223954863	0,466892916
26	0,52	0,04	0,610602898	-0,066605873	-0,055008722	0,466892916	0,687872148
27	0,54	0,08	1,221205796	-0,055008722	-0,039335881	0,687872148	0,8722057
28	0,56	0,12	1,831808694	-0,039335881	-0,020445969	0,8722057	1,007832792
29	0,58	0,16	2,442411592	-0,020445969	0,000594181	1,007832792	1,086105477
30	0,60	0,20	3,05301449	0,000594181	0,022583693	1,086105477	1,102336865
31	0,62	0,24	3,663617388	0,022583693	0,044270096	1,102336865	1,056076292
32	0,64	0,28	4,274220286	0,044270096	0,064434399	1,056076292	0,951095706
33	0,66	0,32	4,884823184	0,064434399	0,081973012	0,951095706	0,795091184
34	0,68	0,36	5,495426082	0,081973012	0,095971041	0,795091184	0,599122698
35	0,70	0,40	6,10602898	0,095971041	0,105762076	0,599122698	0,376832644
36	0,72	0,44	6,716631878	0,105762076	0,110970587	0,376832644	0,143498202
37	0,74	0,48	7,327234776	0,110970587	0,111534244	0,143498202	-0,085016799
38	0,76	0,52	7,937837674	0,111534244	0,107704877	-0,085016799	-0,293338714
39	0,78	0,56	8,548440572	0,107704877	0,100028203	-0,293338714	-0,467616642
40	0,80	0,60	9,15904347	0,100028203	0,089303946	-0,467616642	-0,596441471
41	0,82	0,64	9,769646368	0,089303946	0,076529213	-0,596441471	-0,671590559
42	0,84	0,68	10,38024927	0,076529213	0,062829147	-0,671590559	-0,688549607
43	0,86	0,72	10,99085216	0,062829147	0,049379651	-0,688549607	-0,646778804
44	0,88	0,76	11,60145506	0,049379651	0,03732749	-0,646778804	-0,549707956
45	0,90	0,80	12,21205796	0,03732749	0,0277132	-0,549707956	-0,40446372
46	0,92	0,84	12,82266086	0,0277132	0,021401952	-0,40446372	-0,221350165
47	0,94	0,88	13,43326376	0,021401952	0,019026985	-0,221350165	-0,013120266
48	0,96	0,92	14,04386665	0,019026985	0,020949276	-0,013120266	0,205910324
49	0,98	0,96	14,65446955	0,020949276	0,027236	0,205910324	0,420845753
50	1,00	1,00	15,26507245	0,027236	0,037598365	0,420845753	0,608145929
51	1,02	0,98	14,959771	0,037598365	0,051234176	0,608145929	0,746412327
52	1,04	0,96	14,65446955	0,051234176	0,067068253	0,746412327	0,826822262
53	1,06	0,94	14,3491681	0,067068253	0,083888224	0,826822262	0,844549807
54	1,08	0,92	14,04386665	0,083888224	0,100427772	0,844549807	0,799049976
55	1,10	0,90	13,73856521	0,100427772	0,115452672	0,799049976	0,694051016
56	1,12	0,88	13,43326376	0,115452672	0,127843757	0,694051016	0,537258344
57	1,14	0,86	13,12796231	0,127843757	0,136671266	0,537258344	0,339793129
58	1,16	0,84	12,82266086	0,136671266	0,141255629	0,339793129	0,115406153
59	1,18	0,82	12,51735941	0,141255629	0,141210729	0,115406153	-0,120477631
60	1,20	0,80	12,21205796	0,141210729	0,136466922	-0,120477631	-0,351817621
61	1,22	0,78	11,90675651	0,136466922	0,127272438	-0,351817621	-0,563046635
62	1,24	0,76	11,60145506	0,127272438	0,114173332	-0,563046635	-0,740116702
63	1,26	0,74	11,29615361	0,114173332	0,097973525	-0,740116702	-0,871431446
64	1,28	0,72	10,99085216	0,097973525	0,079677865	-0,871431446	-0,94860331
65	1,30	0,70	10,68555072	0,079677865	0,060422218	-0,94860331	-0,966986322
66	1,32	0,68	10,38024927	0,060422218	0,041395436	-0,966986322	-0,925950785
67	1,34	0,66	10,07494782	0,041395436	0,023758567	-0,925950785	-0,828884035
68	1,36	0,64	9,769646368	0,023758567	0,008566779	-0,828884035	-0,682920053
69	1,38	0,62	9,464344919	0,008566779	-0,003300763	-0,682920053	-0,498419012

70	1,40	0,60	9,15904347	-0,003300763	-0,0111984	-0,498419012	-0,288234475
71	1,42	0,58	8,853742021	-0,0111984	-0,014755139	-0,288234475	-0,066819923
72	1,44	0,56	8,548440572	-0,014755139	-0,013896832	-0,066819923	0,150763426
73	1,46	0,54	8,243139123	-0,013896832	-0,008848098	0,150763426	0,349869492
74	1,48	0,52	7,937837674	-0,008848098	-0,000114056	0,349869492	0,517251568
75	1,50	0,50	7,632536225	-0,000114056	0,011556682	0,517251568	0,641941865
76	1,52	0,48	7,327234776	0,011556682	0,025225073	0,641941865	0,715968103
77	1,54	0,46	7,021933327	0,025225073	0,039827002	0,715968103	0,734860464
78	1,56	0,44	6,716631878	0,039827002	0,054246406	0,734860464	0,697916882
79	1,58	0,42	6,411330429	0,054246406	0,06739114	0,697916882	0,608211264
80	1,60	0,40	6,10602898	0,06739114	0,078266448	0,608211264	0,472346769
81	1,62	0,38	5,800727531	0,078266448	0,086041089	0,472346769	0,299973434
82	1,64	0,36	5,495426082	0,086041089	0,090101744	0,299973434	0,103105175
83	1,66	0,34	5,190124633	0,090101744	0,090092145	0,103105175	-0,104715672
84	1,68	0,32	4,884823184	0,090092145	0,085934453	-0,104715672	-0,309348284
85	1,70	0,30	4,579521735	0,085934453	0,077831615	-0,309348284	-0,497014017
86	1,72	0,28	4,274220286	0,077831615	0,066250748	-0,497014017	-0,655222635
87	1,74	0,26	3,968918837	0,066250748	0,051888865	-0,655222635	-0,773601953
88	1,76	0,24	3,663617388	0,051888865	0,03562344	-0,773601953	-0,8445759
89	1,78	0,22	3,358315939	0,03562344	0,018451308	-0,8445759	-0,863846803
90	1,80	0,20	3,05301449	0,018451308	0,001420139	-0,863846803	-0,830651383
91	1,82	0,18	2,747713041	0,001420139	-0,0144428	-0,830651383	-0,747775539
92	1,84	0,16	2,442411592	-0,0144428	-0,02819977	-0,747775539	-0,621329418
93	1,86	0,14	2,137110143	-0,02819977	-0,039064922	-0,621329418	-0,460300454
94	1,88	0,12	1,831808694	-0,039064922	-0,046455763	-0,460300454	-0,275916848
95	1,90	0,10	1,526507245	-0,046455763	-0,050030353	-0,275916848	-0,080866425
96	1,92	0,08	1,221205796	-0,050030353	-0,049707885	-0,080866425	0,111574909
97	1,94	0,06	0,915904347	-0,049707885	-0,045671428	0,111574909	0,288445346
98	1,96	0,04	0,610602898	-0,045671428	-0,038352826	0,288445346	0,437968774
99	1,98	0,02	0,305301449	-0,038352826	-0,028400962	0,437968774	0,550337287
100	2,00	0,00	0	-0,028400962	-0,016615478	0,550337287	0,621377876
101	2,02	0,00	0	-0,016615478	-0,003831027	0,621377876	0,649739817
102	2,04	0,00	0	-0,003831027	0,009079115	0,649739817	0,633952425
103	2,06	0,00	0	0,009079115	0,021242264	0,633952425	0,575540184
104	2,08	0,00	0	0,021242264	0,031845226	0,575540184	0,478888718
105	2,10	0,00	0	0,031845226	0,040188567	0,478888718	0,350919043
106	2,12	0,00	0	0,040188567	0,045732636	0,350919043	0,200594071
107	2,14	0,00	0	0,045732636	0,048132329	0,200594071	0,038292437
108	2,16	0,00	0	0,048132329	0,047258362	0,038292437	-0,124906737
109	2,18	0,00	0	0,047258362	0,043203752	-0,124906737	-0,277978909
110	2,20	0,00	0	0,043203752	0,036275227	-0,277978909	-0,410697655
111	2,22	0,00	0	0,036275227	0,026970305	-0,410697655	-0,514316617
112	2,24	0,00	0	0,026970305	0,015941727	-0,514316617	-0,582144454
113	2,26	0,00	0	0,015941727	0,003951789	-0,582144454	-0,609975117
114	2,28	0,00	0	0,003951789	-0,008180248	-0,609975117	-0,596345909
115	2,30	0,00	0	-0,008180248	-0,019634051	-0,596345909	-0,54260769
116	2,32	0,00	0	-0,019634051	-0,029643587	-0,54260769	-0,452804459
117	2,34	0,00	0	-0,029643587	-0,037548271	-0,452804459	-0,333372405
118	2,36	0,00	0	-0,037548271	-0,04283645	-0,333372405	-0,192680632
119	2,38	0,00	0	-0,04283645	-0,045178393	-0,192680632	-0,040446185
120	2,40	0,00	0	-0,045178393	-0,044446654	-0,040446185	0,112935811
121	2,42	0,00	0	-0,044446654	-0,040722571	0,112935811	0,257100833
122	2,44	0,00	0	-0,040722571	-0,034288606	0,257100833	0,38241419
123	2,46	0,00	0	-0,034288606	-0,025607191	0,38241419	0,480613746

124	2,48	0,00	0	-0,025607191	-0,015287644	0,480613746	0,5453533
125	2,50	0,00	0	-0,015287644	-0,004043514	0,5453533	0,57261102
126	2,52	0,00	0	-0,004043514	0,007356658	0,57261102	0,560936732
127	2,54	0,00	0	0,007356658	0,018141791	0,560936732	0,511523075
128	2,56	0,00	0	0,018141791	0,02759033	0,511523075	0,428097527
129	2,58	0,00	0	0,02759033	0,035078433	0,428097527	0,316644471
130	2,60	0,00	0	0,035078433	0,040121064	0,316644471	0,184977819
131	2,62	0,00	0	0,040121064	0,042403288	0,184977819	0,042194589
132	2,64	0,00	0	0,042403288	0,041799758	0,042194589	-0,101952441
133	2,66	0,00	0	0,041799758	0,038381204	-0,101952441	-0,237719816
134	2,68	0,00	0	0,038381204	0,032407625	-0,237719816	-0,356030947
135	2,70	0,00	0	0,032407625	0,024308769	-0,356030947	-0,44908181
136	2,72	0,00	0	0,024308769	0,014653362	-0,44908181	-0,510854455
137	2,74	0,00	0	0,014653362	0,00410928	-0,510854455	-0,537504622
138	2,76	0,00	0	0,00410928	-0,006602559	-0,537504622	-0,527598621
139	2,78	0,00	0	-0,006602559	-0,016757413	-0,527598621	-0,482185044
140	2,80	0,00	0	-0,016757413	-0,025675662	-0,482185044	-0,404698182
141	2,82	0,00	0	-0,025675662	-0,03276822	-0,404698182	-0,300701435
142	2,84	0,00	0	-0,03276822	-0,037575346	-0,300701435	-0,177489672
143	2,86	0,00	0	-0,037575346	-0,039796338	-0,177489672	-0,043578864
144	2,88	0,00	0	-0,039796338	-0,039308169	-0,043578864	0,091881401
145	2,90	0,00	0	-0,039308169	-0,036171949	0,091881401	0,219732054
146	2,92	0,00	0	-0,036171949	-0,030626884	0,219732054	0,331422846
147	2,94	0,00	0	-0,030626884	-0,023072279	0,331422846	0,419583122
148	2,96	0,00	0	-0,023072279	-0,014038923	0,419583122	0,478507042
149	2,98	0,00	0	-0,014038923	-0,0041519	0,478507042	0,504521402
150	3,00	0,00	0	-0,0041519	0,005912588	0,504521402	#REF!

b) Modalna jednadžba «2»

$$\ddot{\eta}_2 + 2\xi\omega_2\dot{\eta}_2 + \omega_2^2\eta_2 = f_2(t)$$

$$\begin{aligned} \Delta t &= 0,02\text{s} \\ \xi &= 0,02 \\ \omega &= 39,157\text{rad/s} \\ \omega_D &= 39,149\text{rad/s} \\ k &= 1533,270649 \text{ kN/m} \\ n &= 0,78314 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A &= 0,711688226 & A' &= -27,19742250 \\ B &= 0,017738175 & B' &= 0,683905278 \\ C &= 0,000123883 & C' &= 0,008336319 \\ D &= 6,41539\text{E-}05 & D' &= 0,009401855 \end{aligned}$$

c) Modalna jednačba «3»

$$\ddot{\eta}_3 + 2\xi\omega_3\dot{\eta}_3 + \omega_3^2\eta_3 = f_3(t)$$

$$\Delta t = 0,02s$$

$$\xi = 0,02$$

$$\omega = 73,547\text{rad/s}$$

$$\omega_D = 73,532\text{rad/s}$$

$$k = 5409,161209 \text{ kN/m}$$

$$n = 1,47094$$

$$A = 0,116411414$$

$$A' = -71,07121665$$

$$B = 0,013139046$$

$$B' = 0,077757919$$

$$C = 0,000104373$$

$$C' = 0,004971526$$

$$D = 5,89777E-05$$

$$D' = 0,008167519$$

3) Određivanje stvarnih pomaka i brzina

Inverznom transformacijom nodalnih pomaka, brzina i ubrzanja dobivamo stvarne generalizirane pomake, brzine i ubrzanja.

$$[\Phi]^{-1} \{\ddot{x}\} = \{\ddot{\eta}\} \quad \Rightarrow \quad \{\ddot{x}\} = [\Phi] \{\ddot{\eta}\}$$

$$[\Phi]^{-1} \{\dot{x}\} = \{\dot{\eta}\} \quad \Rightarrow \quad \{\dot{x}\} = [\Phi] \{\dot{\eta}\}$$

$$[\Phi]^{-1} \{x\} = \{\eta\} \quad \Rightarrow \quad \{x\} = [\Phi] \{\eta\}$$

