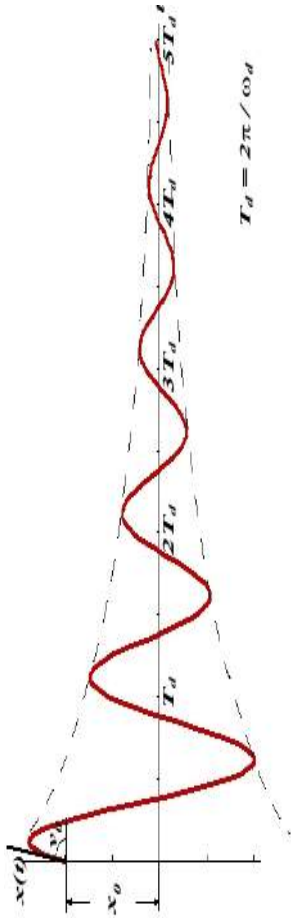


Stabilnost i dinamika konstrukcija

SLOBODNE PRIGUŠENE VIBRACIJE KONSTRUKCIJE



Građevinski fakultet Osijek

4 Slobodne prigušene vibracije konstrukcije

Uvod

PRIGUŠENJE je proces disipacije (trošenja) energije sustava.

SILE PRIGUŠENJA:

- sila viskoznog prigušenja $F_D = - c v$
- sila prigušenja vanjskog trenja (*Coulombovo prigušenje ili prigušenje suhog trenja*) $F_D = - \mu N \text{ sign}(v)$
- sila prigušenja unutarnjeg trenja (*histerezisno ili konstruktivno prigušenje*). $F_D = - i \eta k x$

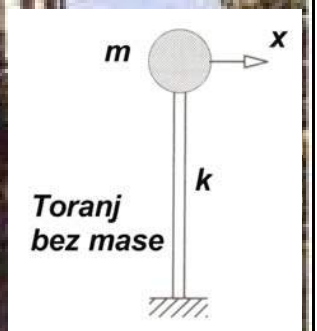
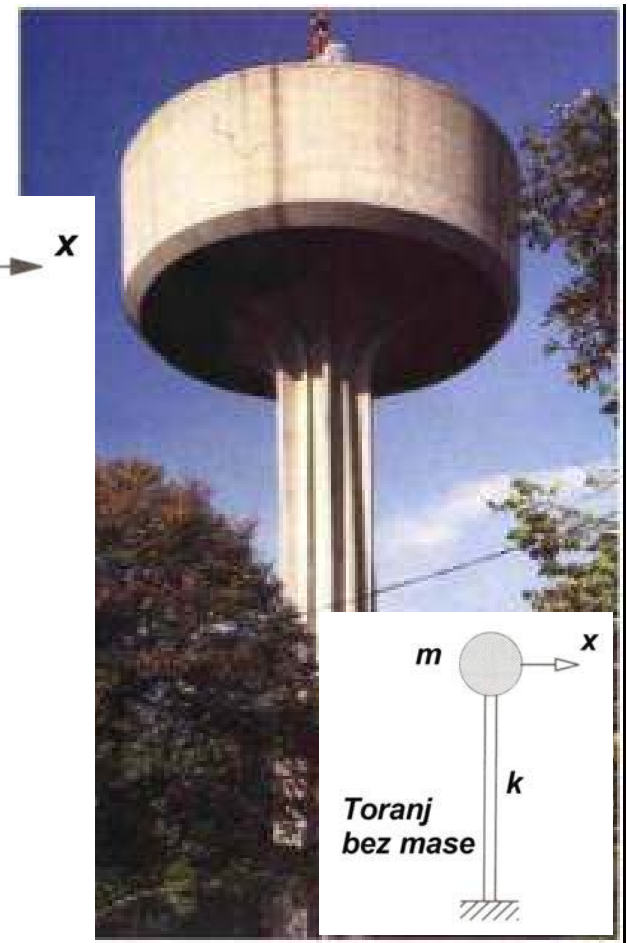
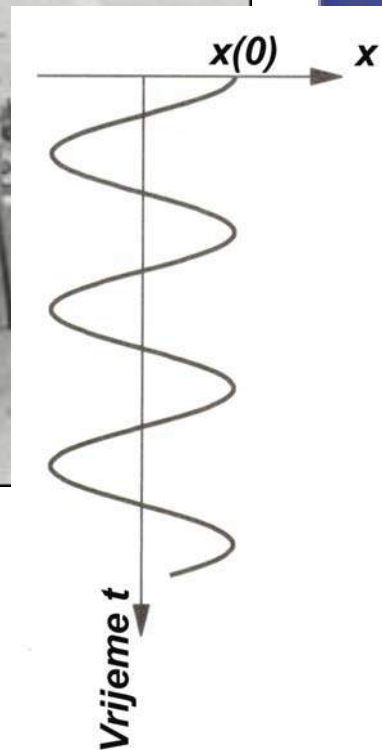
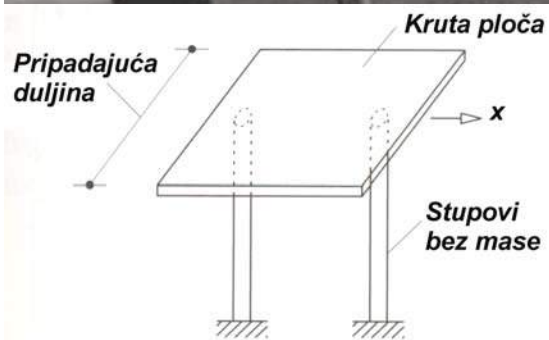
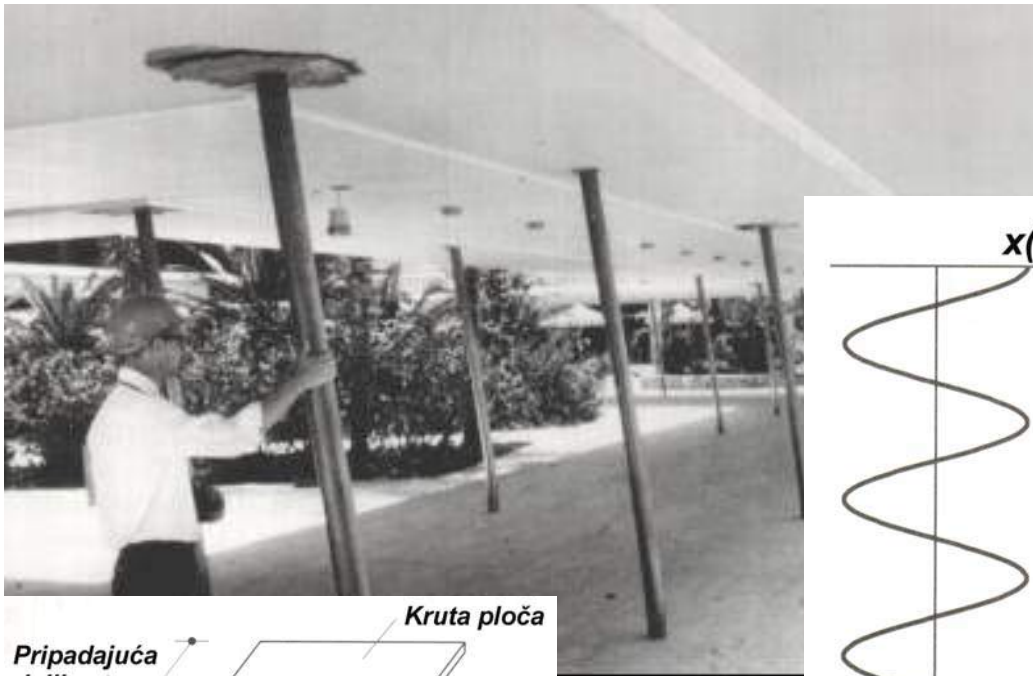
Ukupno se prigušenje sastoji od jedne ili kombinacije navedenih vrsta prigušenja.

Viskozno prigušenje je matematički najprikladnije s obzirom da je proporcionalno brzini te se najčešće koristi u analizi vibracija. Stoga se sustavi s prevladavajućim drugim vrstama prigušenja često analiziraju kao sustavi sa **zamjenjujućim (ekvivalentnim) viskoznim** prigušenjem. Zamjenjujuće se viskozno prigušenje određuje na način da se postigne jednaka disipacija energije po ciklusu kakva bi se postigla sa stvarnim mehanizmom prigušenja.

Slobodne prigušene vibracije konstrukcije

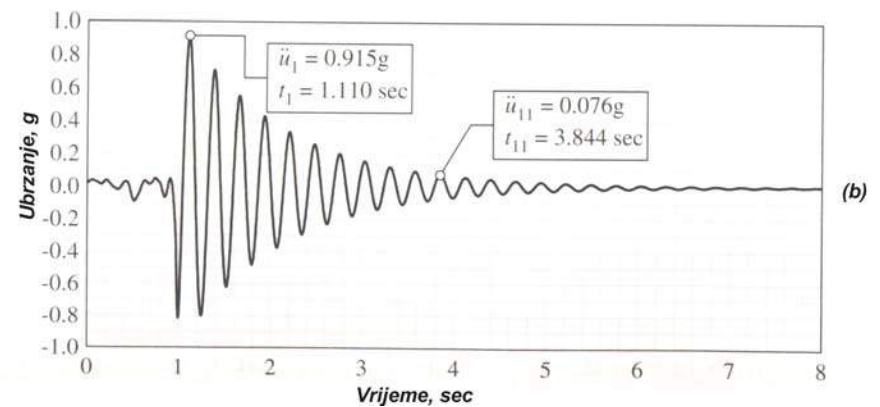
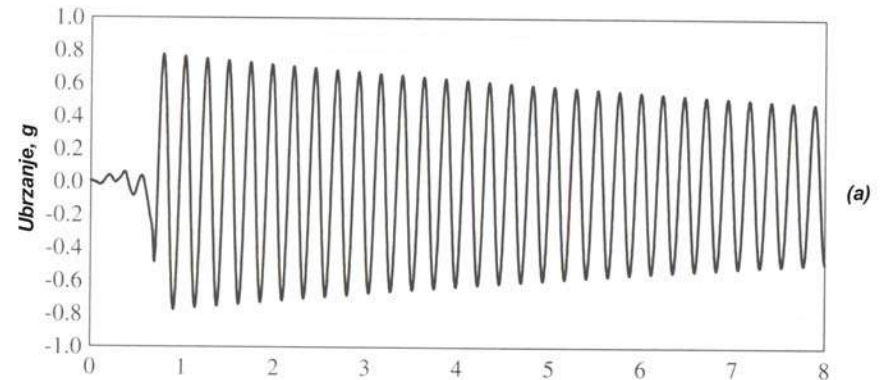
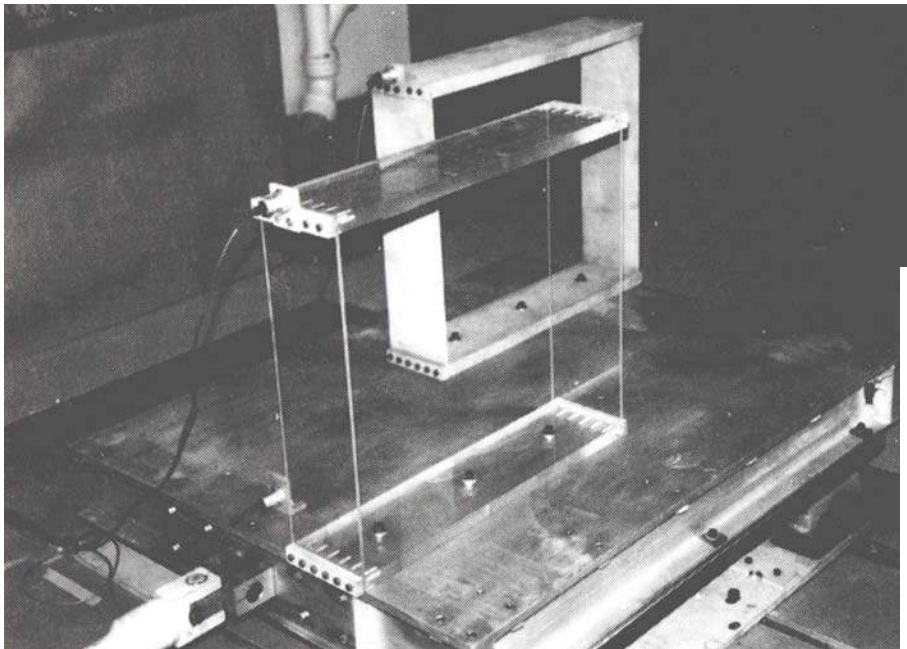
JEDNOSTAVNE KONSTRUKCIJE

⇒ idealizacija pomoću koncentrirane mase m na konstrukciji krutosti k



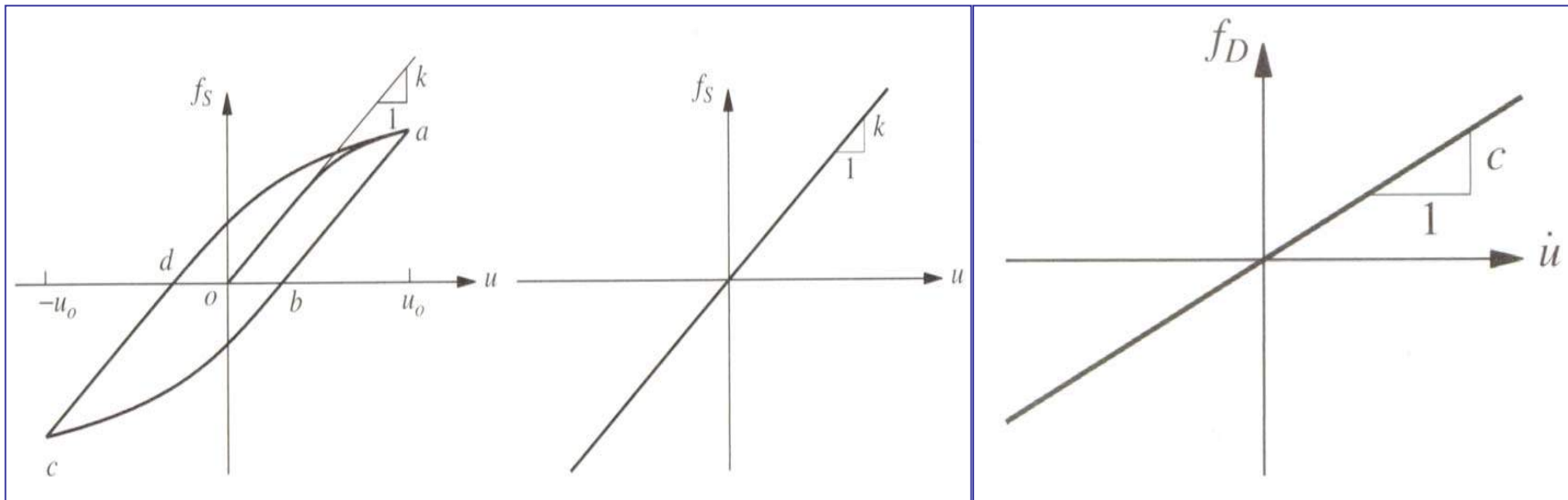
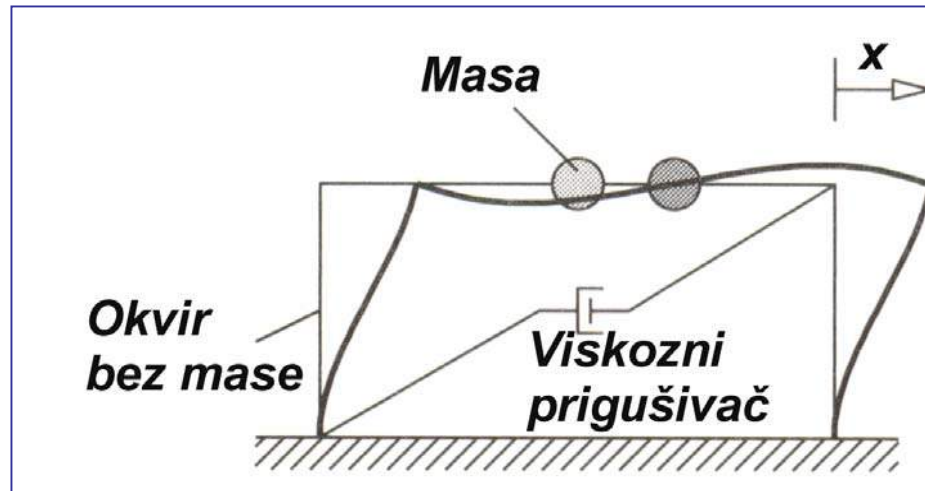
Slobodne prigušene vibracije konstrukcije

Laboratorijski modeli jednokatnog okvira



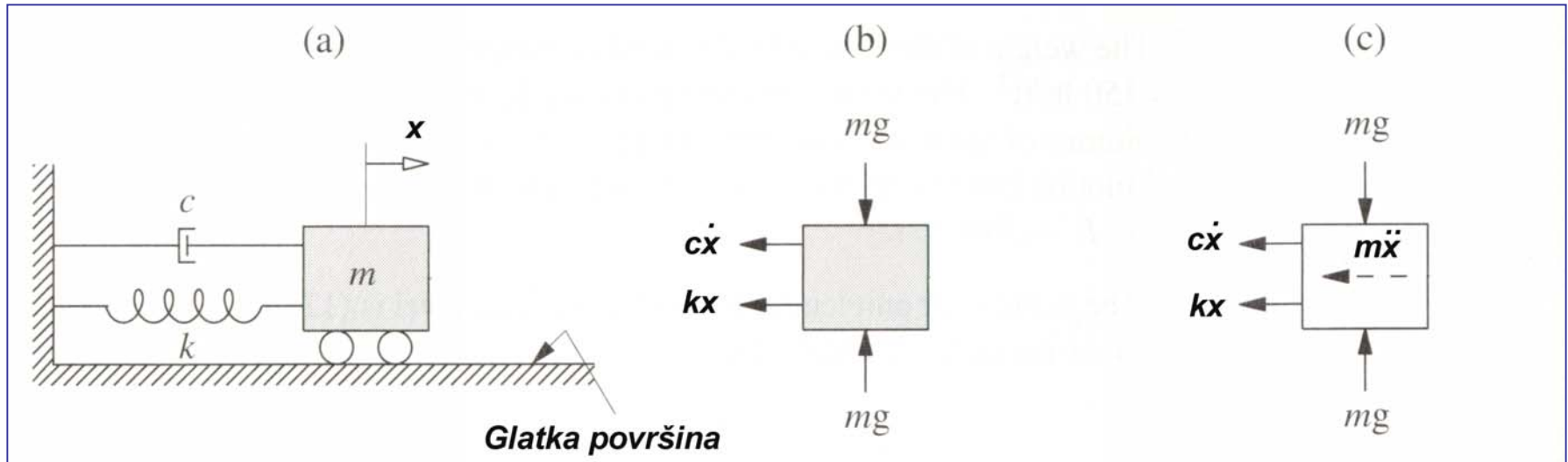
Slobodne prigušene vibracije konstrukcije

Zamjenjujući sustav s jednim stupnjem slobode (SDOF)



Slobodne prigušene vibracije konstrukcije

Idealizirani sustav: masa – opruga – prigušivač



- **Elastična sila** $f_S = k x$ u opruzi krutosti k ;
- **Sila prigušenja** $f_D = c \dot{x}$ linearnog viskoznog prigušivača;
- **Sila inercije** $f_I = m \ddot{x}$

4.1 Viskozno prigušene slobodne vibracije

Diferencijalna jednačba gibanja pri slobodnim prigušenim vibracijama sustava s jednim stupnjem slobode:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0$$

Podijelimo cijeli izraz s masom m :

$$\ddot{x} + 2\zeta\omega\dot{x} + \omega^2 x = 0$$

Pri tome su:

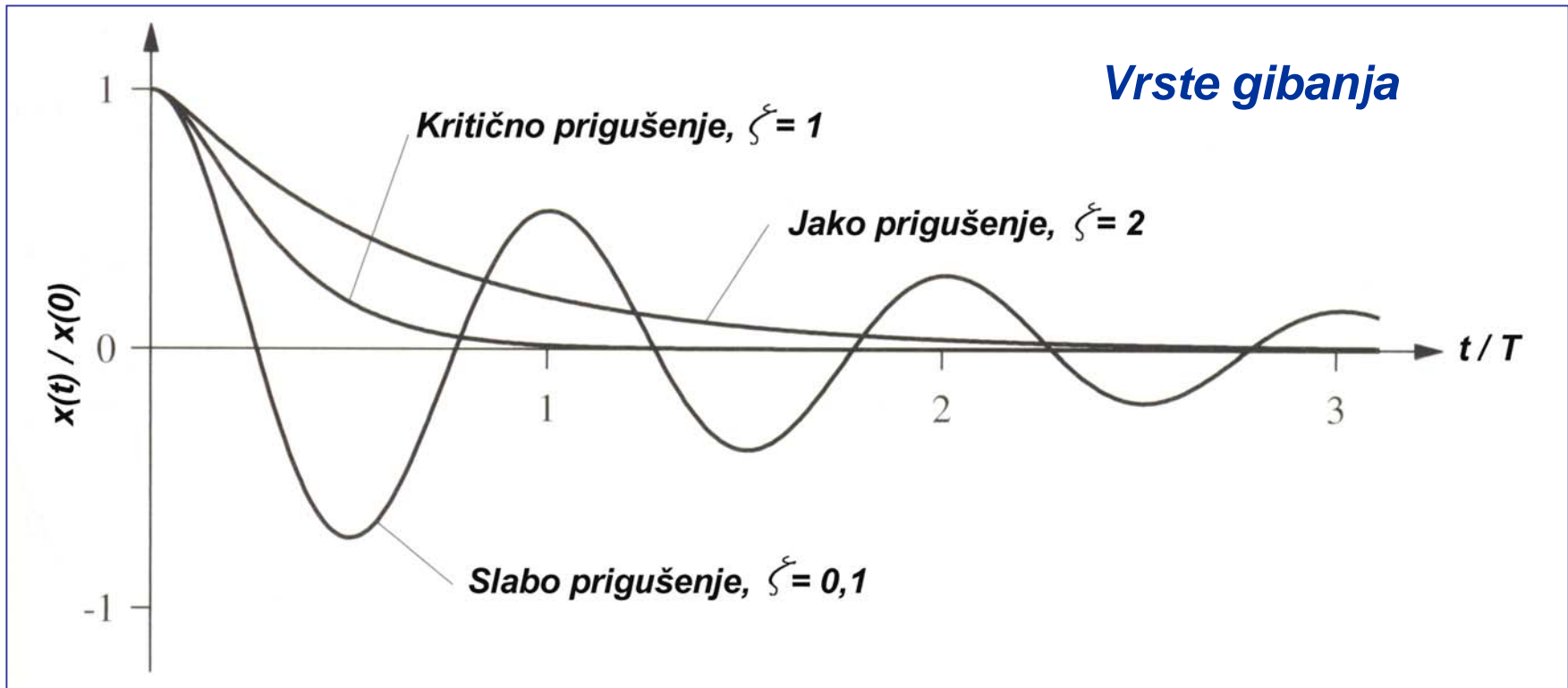
$$\omega = \sqrt{k/m} \quad \text{Prirodna (vlastita) kružna frekvencija}$$

$$\zeta = \frac{c}{2m\omega} = \frac{c}{c_{cr}}. \quad \text{Bezdimenzionalni koeficijent prigušenja – omjer prigušenja}$$

$$c_{cr} = 2m\omega = 2\sqrt{km} = \frac{2k}{\omega} \quad \text{Kritično prigušenje}$$

c – koeficijent prigušenja (mjera disipirane energije jednog ciklusa slobodnih vibracija).

Viskozno prigušene slobodne vibracije



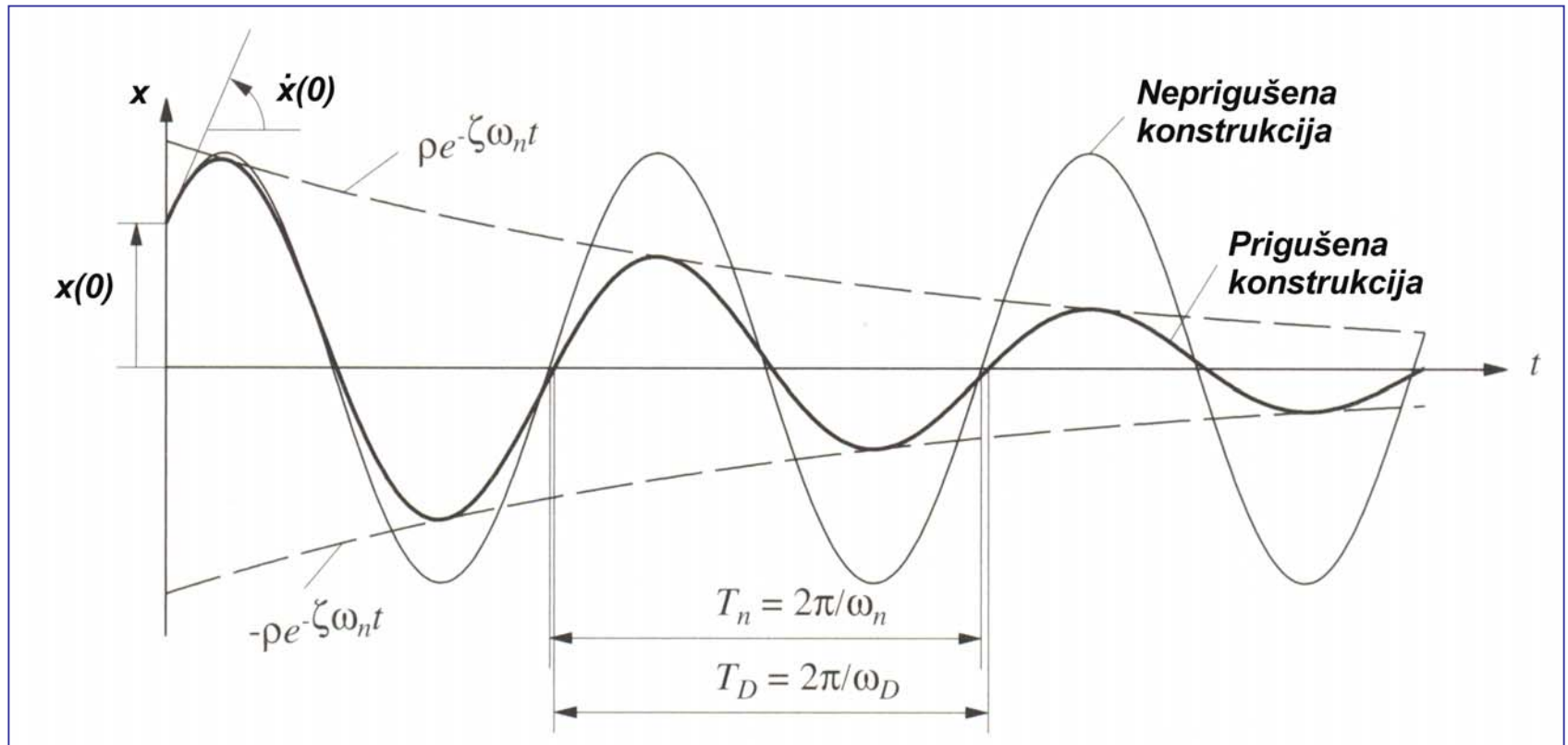
- $\mathbf{c = c_{cr}}$ tj. $\zeta = 1 \Rightarrow$ sustav se vraća u svoj ravnotežni položaj bez osciliranja;
- $\mathbf{c > c_{cr}}$ tj. $\zeta > 1 \Rightarrow$ sustav ne oscilira već se vraća u svoj ravnotežni položaj, nešto sporije;
- $\mathbf{c < c_{cr}}$ tj. $\zeta < 1 \Rightarrow$ sustav oscilira oko svog ravnotežnog položaja uz smanjenje amplitude.

Slabo prigušene slobodne vibracije

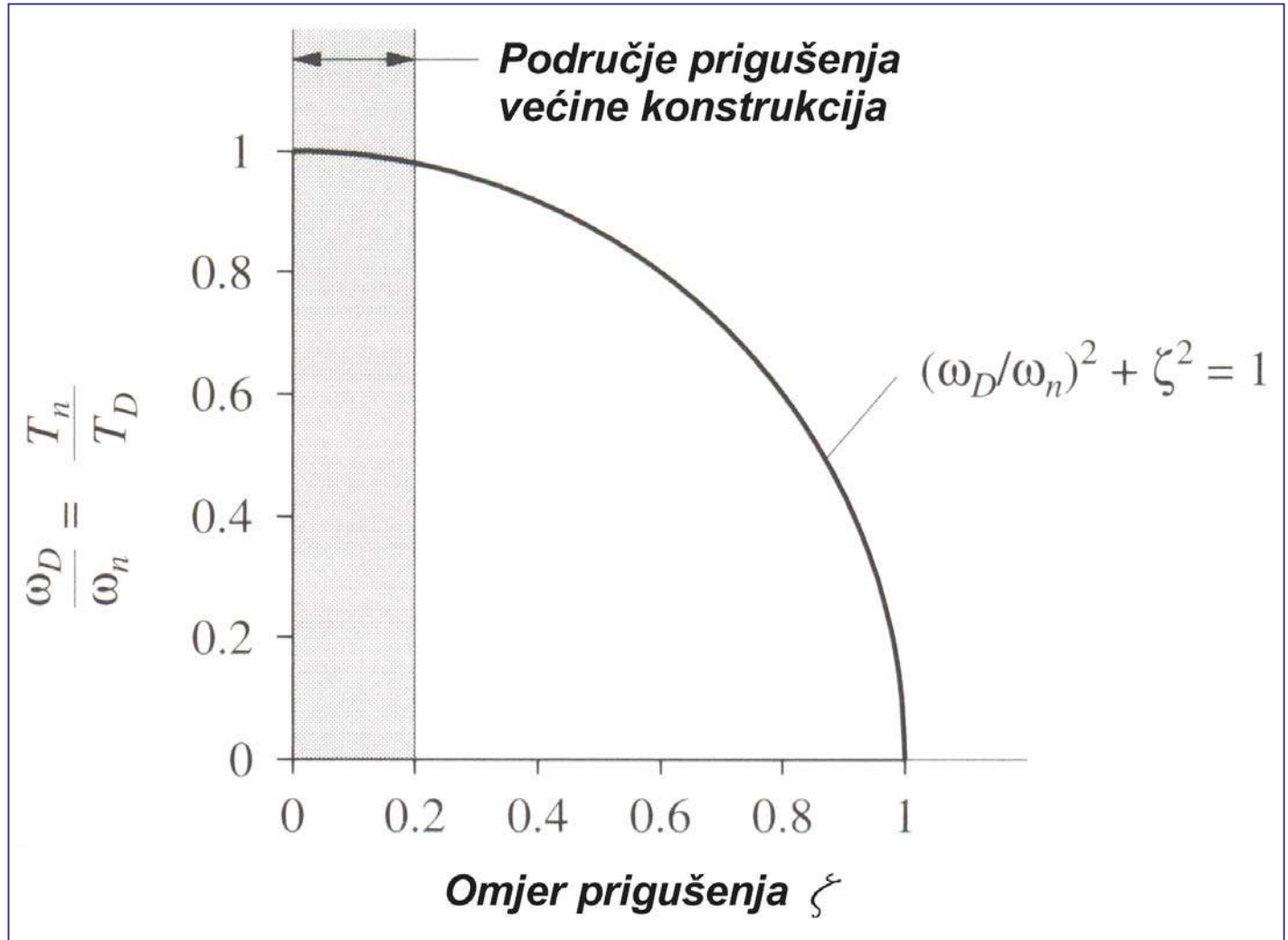
Diferencijalna jednačba gibanja $\ddot{x} + 2\zeta\omega\dot{x} + \omega^2 x = 0$

Konačni oblik rješenja

$$x(t) = e^{-\zeta\omega t} \left[x(0) \cos \omega_D t + \frac{\dot{x}(0) + \zeta\omega x(0)}{\omega_D} \sin \omega_D t \right].$$



Područje prigušenja građevinskih konstrukcija

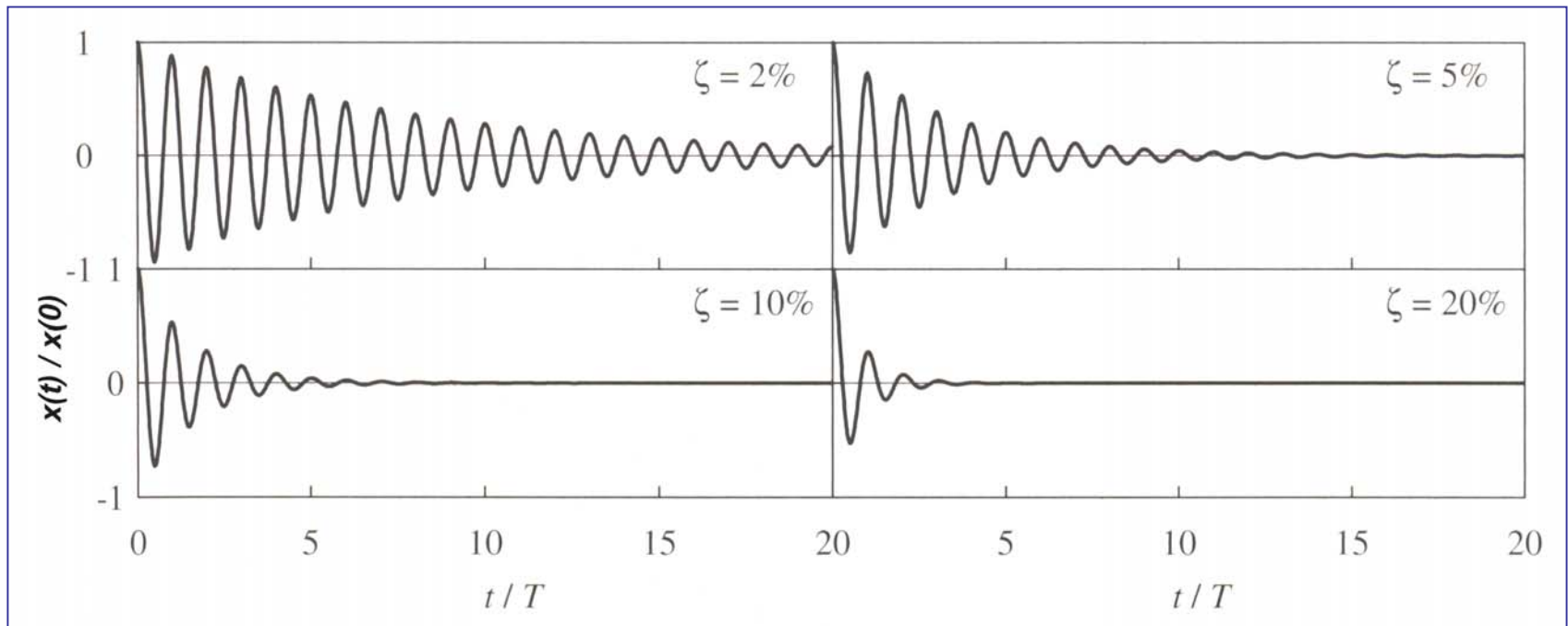


Područje prigušenja građevinskih konstrukcija

Većina konstruktivnih i mehaničkih sustava iskazuje prigušenje od 0,01 do najviše 0,2.

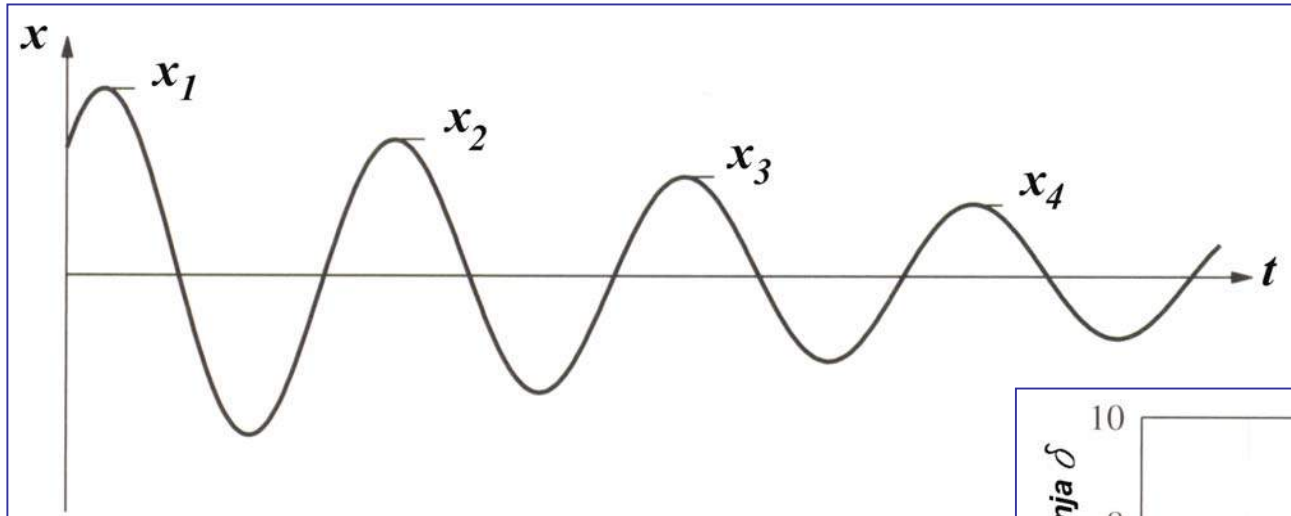
Kod takvih vrijednosti prigušenja mala je razlika između neprigušenih i prigušenih vlastitih kružnih frekvencija (i perioda).

Međutim, čak i mala vrijednost prigušenja relativno brzo disipira slobodne oscilacije istog sustava.



4.2 Logaritamski dekrement prigušenja

Gušenje gibanja

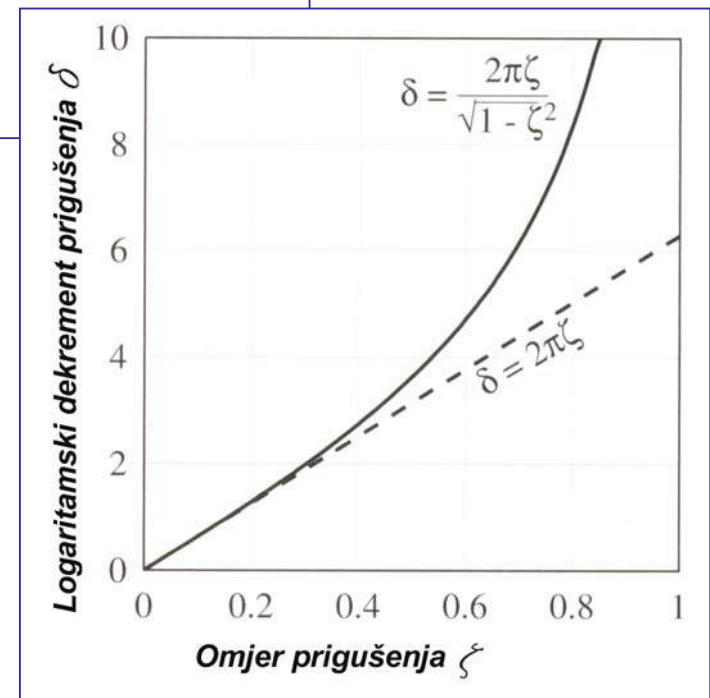


- uzastopne amplitude

$$\delta = \ln \frac{x_i}{x_{i+1}}$$

- bilo koje dvije amplitude

$$\delta = \frac{1}{j} \ln \frac{x_i}{x_{i+j}} \approx 2\pi\zeta$$



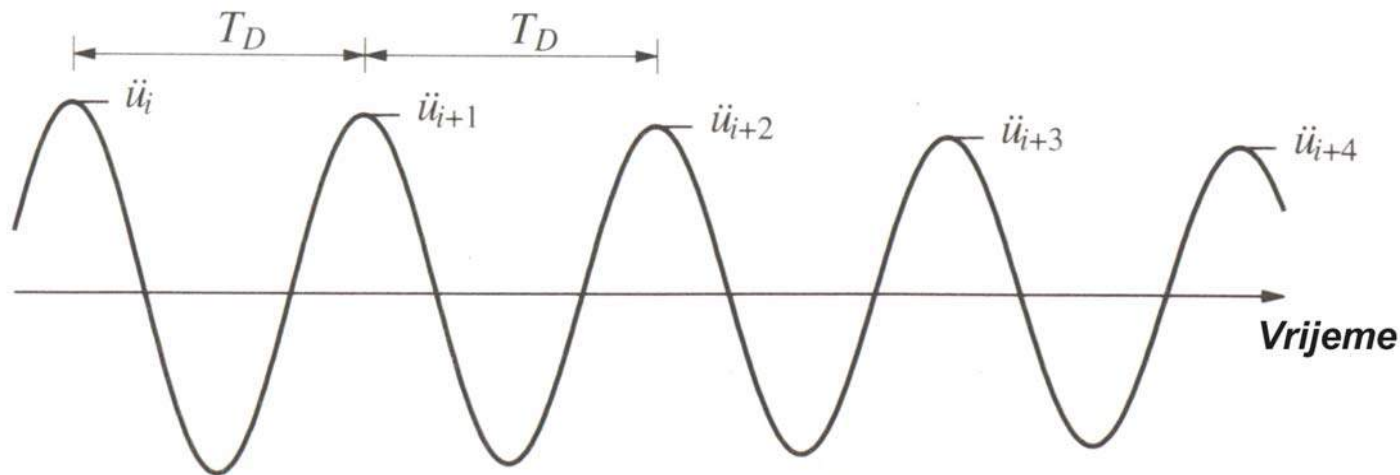
Ispitivanje slobodnih vibracije

Eksperimentalno određivanje omjera prigušenja

- mjerenje pomaka

- mjerenje ubrzanja.

$$\zeta = \frac{1}{2\pi j} \ln \frac{u_i}{u_{i+1}} \quad \text{ili} \quad \zeta = \frac{1}{2\pi j} \ln \frac{\ddot{u}_i}{\ddot{u}_{i+1}}$$



Mjerenjem vremena potrebnog za kompletiranje jednog ciklusa vibracija možemo odrediti i prirodni period T ;

⇒ *provjera točnosti proračuna*

⇒ *provjera matematičkog modela.*

4.3 Slobodne vibracije s histereznim prigušenjem

Kada se materijal u konstrukciji ciklički napreže, energija se disipira unutar samog materijala unutarnjim trenjem usljed klizanja među česticama tijekom deformiranja. To se unutarnje prigušenje još naziva histereznim ili konstruktivnim prigušenjem.

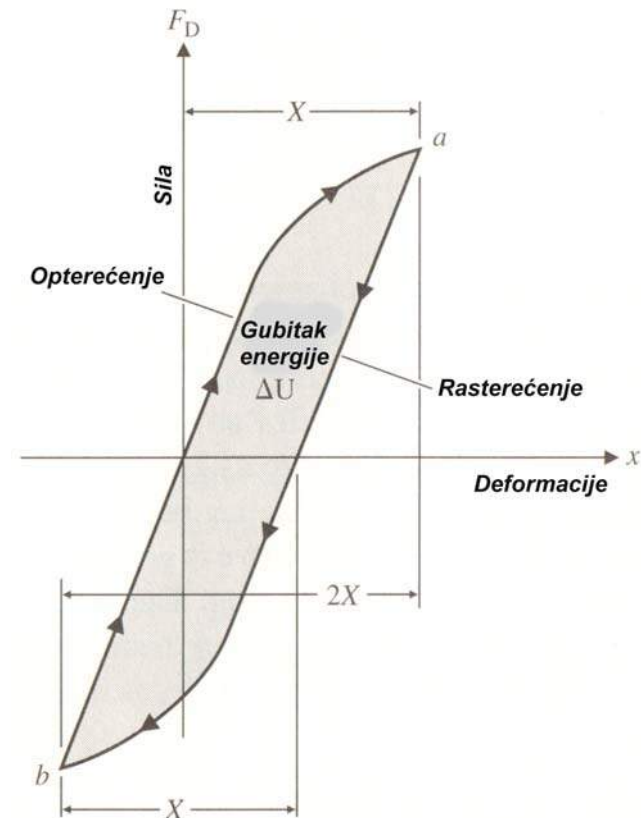
$$\Delta U = \int F_D dx = \pi \eta k X^2$$

η – bezdimenzionalni konstruktivni koeficijent prigušenja materijala

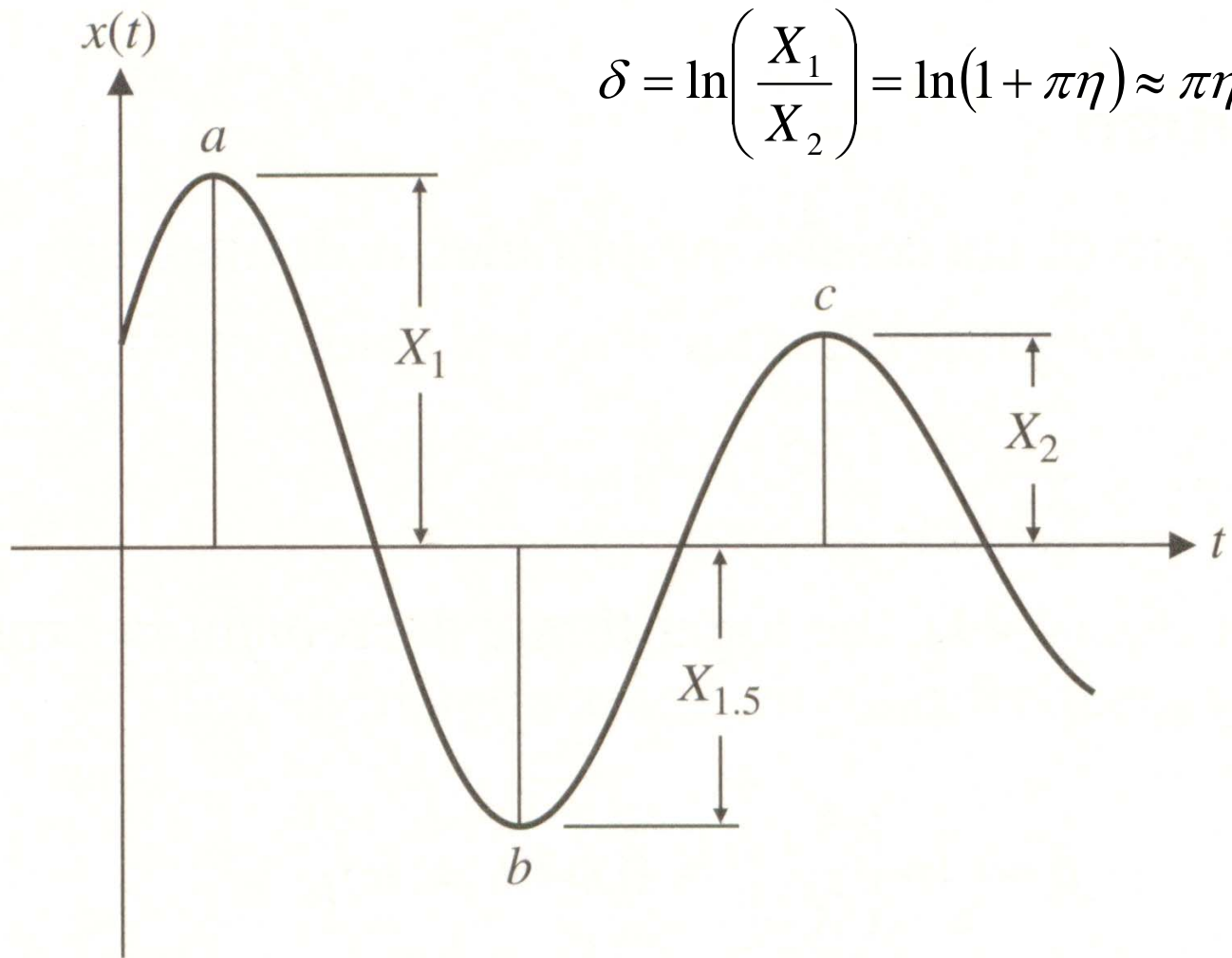
k – ekvivalentna krutost sustava

X – amplituda pomaka

π – konstanta proporcionalnosti



Slobodne vibracije s histereznim prigušenjem



4.4 Slobodne vibracije s Coulombovim prigušenjem

- relativno gibanje na dodirnim ploham ili u dodirnim čvorovima susjednih elemenata konstrukcije (Coulombovo prigušenje ili prigušenje suhog trenja):

$$F_D = \mu N \quad \text{gdje je } \mu \text{ – koeficijent trenja a } N \text{ normalna sila na kontaktnu plohu.}$$

