

3. Djelovanje prednapinjanja na AB sklop

3.1 Uvod

Odlučujuća **prednost** PB sklopova u odnosu na armirane očituje se u njihovu boljem držanju u **uporabnom** stanju.

Najčešće **nema pukotina**, a ako se i pojave, znatno su **manje**; znatno su **manji progibi**.

U GS **nosivosti** gotovo i **nema razlika u ponašanju**.

Zato se pri određivanju potrebne **sile prednapinjanja** (a i **geometrijskih pokazatelja** potrebnog poprečnoga presjeka, kako ćemo kasnije vidjeti) razmatra stanje naprezanja pod **uporabnim** opterećenjem.

Pri tome vrijede pretpostavke (linearne) **teorije elastičnosti** za **štapne** sustave.

3. Djelovanje prednapinjanja na AB sklop

3.1 Uvod

Djelovanje **prednapinjanja** na AB sklop može se shvatiti kao djelovanje **vanjskog opterećenja**, što se očituje na dva bitno različita načina:

- kao stanje **samouravnoteženih naprezanja** (njem. *Eigenspannungszustand*) ili
- kao djelovanje natega kao **vanjskih sila** na AB tijelo (sidrene i skretne sile, te sile trenja).

U slučaju statički **neodređenih** sustava djeluju još i statički **prekobrojne** (“hiperstatičke”) rezne sile.

Valja još pripomenuti da je najzgodnije promatrati tijelo (štap) što se sastoji od:

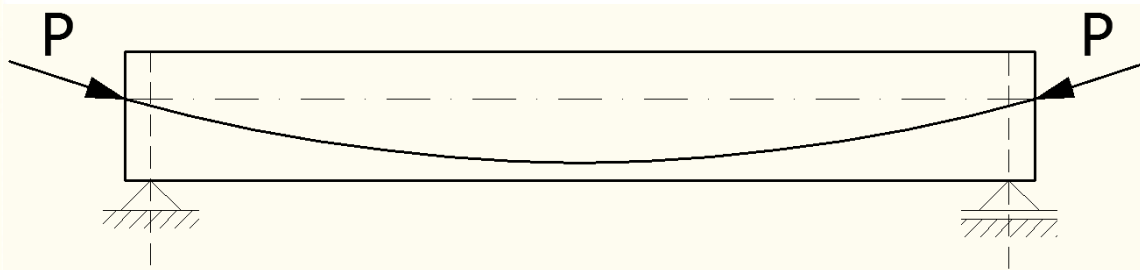
- čelika za prednapinjanje, s jedne strane, i
- (armiranog), betona s druge strane.

3. Djelovanje prednapinjanja na AB sklop

3.2 Sustav samouravnoteženih naprezanja

Ostanimo, za sada, na području statički **određenih** sklopova.

Zamislimo da na štap kao cjelinu (što se sastoji od AB i čelika za prednapinjanje) ne djeluje nikakvo vanjsko opterećenje (slika 3.1).



Slika 3.1: PB greda bez vanjskog opterećenja

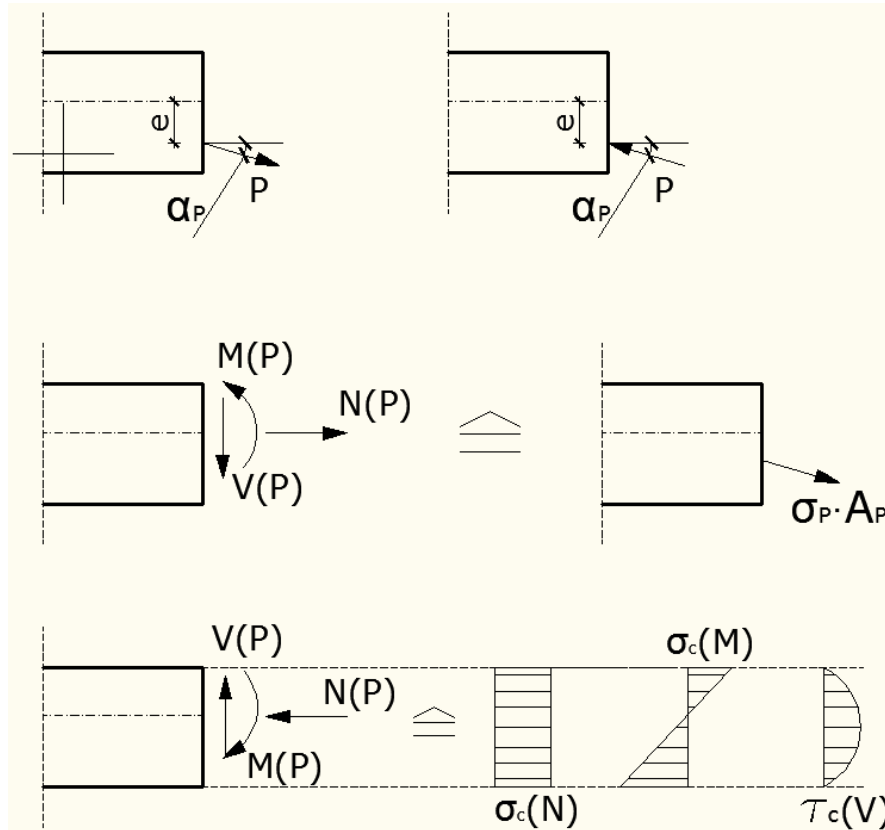
To onda znači da **nema** ni **pridržaj-nih sila** (reakcija), pa, susljedno, ne može biti ni **reznih**

sila (momenata savijanja, poprečnih i uzdužnih sila).

Međutim, **u čeliku** za prednapinjanje i **u betonu** (i u betonskom čeliku), gledamo li ih same za sebe (odvojeno), **postoje naprezanja**, čije se ukupno djelovanje u presjeku može svesti na odgovarajuće **rezne sile** (slika 3.2).

3. Djelovanje prednapinjanja na AB sklop

3.2 Sustav samouravnoteženih naprezanja



Slika 3.2: Djelovanje prednapinjanja na čelik i beton

Na lijevom dijelu slike predočeno je stanje u čeliku za prednapinjanje (PN) u presjeku A-A (udaljenu za x od lijevog ležaja).

Os natege u ovom je presjeku udaljena od osi nosača (štapa) za e i nagnuta je u odnosu na nju za kut α_p .

U čeliku za prednapinjanje djeluje sila P (sila prednapinjanja) koja se dobije kao umnožak naprezanja u čeliku za prednapinjanje, σ , i ploštine njegova poprečnoga presjeka, A_p .

3. Djelovanje prednapinjanja na AB sklop

3.2 Sustav samouravnoteženih naprezanja

Djelovanje sile **P** može se nadomjestiti djelovanjem odgovarajućih **reznih sila**, dobivenih svođenjem ove sile u os štapa (donji dio slike).

Desno je pak prikazano djelovanje **jednake** sile **P** (samo suprotno usmjerene) na **beton**, u istomu presjeku.

Vidimo da su i rezne sile potpuno **jednake** (ali suprotno usmjerene).

Predočena su i pridružena naprezanja.

Sada vidimo zašto se promatrani prednapeti AB štap zove sustavom **samouravnoteženih** naprezanja.

Točniji bi naziv bio: sustav samouravnoteženih **rezultanata** naprezanja, jer, kao što znamo, rezne su sile rezultante naprezanja u presjeku.

Rezne sile što djeluju na **čelik** za prednapinjanje **poništavaju se** s onima što djeluju na **beton**.

3. Djelovanje prednapinjanja na AB sklop

3.2 Sustav samouravnoteženih naprezanja

3.2.1 *Rezne sile u betonu izazvane prednapinjanjem*

Općenito se pod reznim silama od prednapinjanja razumiju rezne sile izazvane prednapinjanjem u (armiranom) betonu.

Ovdje ćemo se držati dogovora o **predznacima** što vrijedi općenito u tehničkoj mehanici.

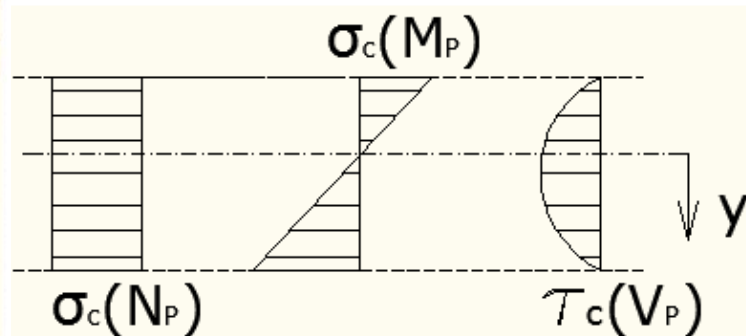
Dakle, **pozitivni** su:

- **vlačna** uzdužna sila (iako ju beton podnosi nesrazmjerno teže nego tlačnu),
- **moment** savijanja što izaziva **vlak u donjim vlaknima** (slobodno poduprtoga) nosača,
- **poprečna sila** koja na **desnom rubu** lijevoga dijela **nosača** djeluje **prema dolje** (slika 3.2).

3. Djelovanje prednapinjanja na AB sklop

3.2 Sustav samouravnoteženih naprezanja

3.2.1 Rezne sile u betonu izazvane prednapinjanjem



Slika 3.3: Naprezanje u betonu od sile prednapinjanja

U skladu s tim vrijede ovi izrazi za rezne sile:

$$M_p = -P \cdot \cos \alpha_p \cdot e \approx -P \cdot e \quad (3.1)$$

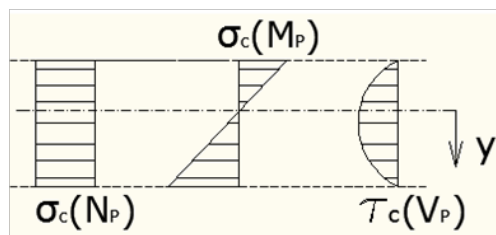
$$N_p = -P \cdot \cos \alpha_p \approx -P \quad (3.2)$$

$$V_p = -P \cdot \sin \alpha_p \approx -P \cdot \tan \alpha_p$$

Gornji izrazi vrijede za statički određene sustave. (3.3)

3.2.2 Naprezanja izazvana prednapinjanjem

- naprezanja u betonu



$$\sigma_c = \frac{N_p}{A_i} + \frac{M_p}{I_i} \cdot y \quad (3.4)$$

$$\tau_c = \frac{V_p \cdot S_i}{b \cdot I_i} \quad (3.5)$$

3. Djelovanje prednapinjanja na AB sklop

3.2 Sustav samouravnoteženih naprezanja

3.2.2 Naprezanja izazvana prednapinjanjem

- naprezanja u nenapetoj armaturi
$$\sigma_s = n \cdot \left(\frac{N_P}{A_i} + \frac{M_P}{I_i} \cdot y \right) \quad (3.5)$$

- naprezanja u čeliku za prednapinjanje
$$\sigma_p = \frac{P(x)}{A_p} \quad (3.6)$$

U gornjim se izrazima pojavljuju geometrijski podatci tzv. **idealnoga** presjeka (zato indeksi i).

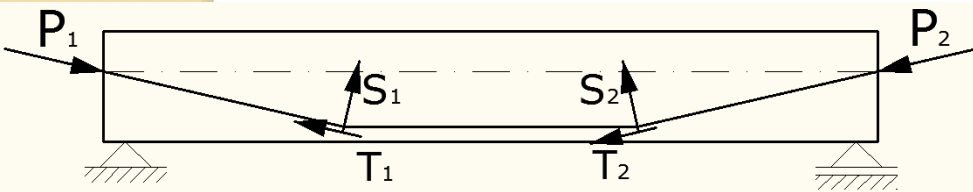
To je **betonski** presjek od kojeg se **odbija** ploština presjeka **šupljine** kroz koju prolazi **natega**, ali kojemu se **pribraja ploština** presjeka betonskog **čelika** pomnožena s omjerom modulâ elastičnosti čelika i betona.

Valja pripomenuti da sila prednapinjanja zapravo **uvijek** djeluje na **neraspucali** betonski presjek (prije nanošenja vanjskog opterećenja).

3. Djelovanje prednapinjanja na AB sklop

3.3 Djelovanje natega kao vanjskih sila

Zamislamo da je sidro uz presjek B nepomično (nenapetljivo) i da se natega napinje na mjestu sidra A (slika 3.4).



Slika 3.4: Sile od prednapinjanja što djeluju na beton

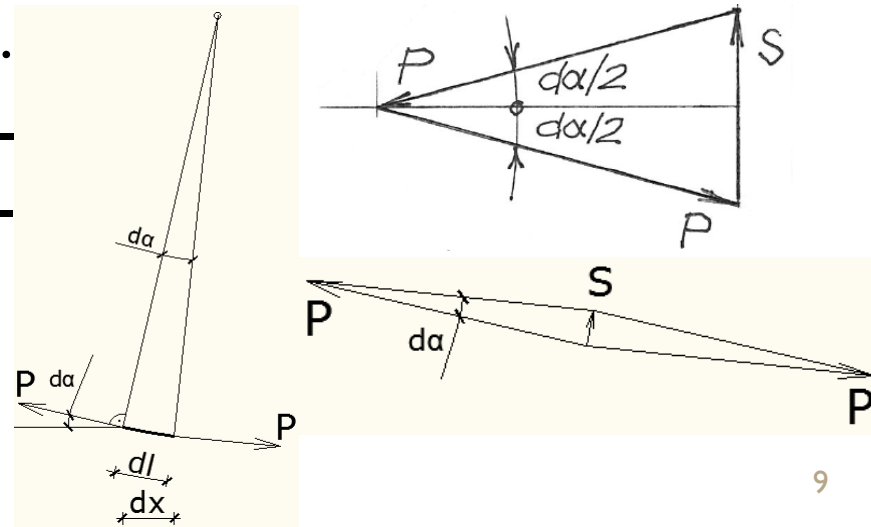
Pri napinjanju os natega teži poprimiti oblik pravca (najkraći spoj sidara uz presjeke A i B).

Iz toga slijedi da na svim mjestima promjene smjera osi (na svim

skretanjima) moraju djelovati sile u smjeru raspolovnice komplementa kuta skretanja.

To se vidi iz razmatranja ravnoteže sila što djeluju na odsječak natega u okolišu mjesta skretanja (slika 3.5).

Slika 3.5: Skretne sile zakrivljene natega



3. Djelovanje prednapinjanja na AB sklop

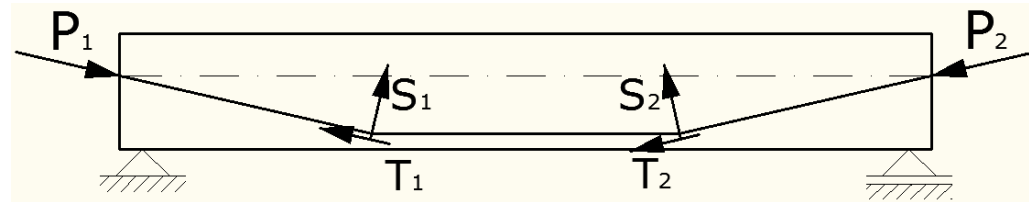
3.3 Djelovanje natega kao vanjskih sila

Međutim, pri napinjanju natega dolazi do **pomaka** između presjeka natega i presjeka okolnog betona, koji su se prije napinjanja **poklapali**.

Kada se taj pomak događa na mjestu skretanja, javlja se **otpor** tomu relativnom pomicanju – sila **trenja**.

Dakle, na AB štap djeluju pri prednapinjanju ove sile (slika 3.4):

- **sidrene sile** (P_1 i P_2),
- **skretne sile** (S_1 i S_2) i
- **sile trenja** (T_1 i T_2).



Sidrene sile jednostavno se svode na **rezne sile** M , N i V u sidrenim presjecima.

Skretne sile dobiju se jednostavnim promatranjem ravnoteže sila što djeluju na odsječak natega u okolišu skretanja.

Pri tomu promatramo slučaj **protežnoga** skretanja (**parabolasta** os natega, slika 3.5).

3. Djelovanje prednapinjanja na AB sklop

3.3 Djelovanje natega kao vanjskih sila

Prvo, valja uočiti da je sila trenja **okomita** na skretnu silu, dakle djeluje u smjeru **raspolovnice** kuta skretanja.

Kako imamo posla s diferencijalnim odsječkom natega, možemo zanemariti razliku između sila prednapinjanja što djeluju na lijevom i desnom kraju odsječka:

$$P_1 \approx P_2 = P \quad (3.7)$$

Ako promatramo gornji desni dio slike 3.5 (na kojem je, radi jasnoće, preuveličana skretna sila) dobit ćemo iz uvjeta ravnoteže da je:

$$P \cdot \sin(d\alpha_p/2) = S/2 \quad (3.8)$$

$$\text{ili: } S = 2P \cdot \sin(d\alpha_p/2) \quad (3.8a)$$

Budući da su kutovi skretanja najčešće mali, može se zanemariti razlika između sinusa kuta i samoga kuta (izražena u lučnoj mjeri):

$$\sin(d\alpha_p/2) \approx d\alpha_p/2 \quad (3.9)$$

3. Djelovanje prednapinjanja na AB sklop

3.3 Djelovanje natega kao vanjskih sila

Iz ovoga slijedi da je:

$$S = P \cdot d\alpha_p \quad (3.10)$$

Ovo se pojednostavnjenje osobito rado rabi pri određivanju skretnih sila u natega zakrivljene osi (slika 3.5).

Tu se, dakle, radi o protežnom (“rasprostrtom”) skretanju, pa i skretna sila više nije pojedinačna nego rasprostrta.

Kao i u slučaju rasprostrtih opterećenja izražavamo ih kao sile što djeluju na jedinicu duljine (kN/m).

Kut skretanja i duljina odsječka u ovom su slučaju beskonačno mali, $d\alpha_p$ i $d\ell$.

Skretna sila što djeluje na duljini odsječka jednaka je sili po jedinici duljine, s , pomnoženoj s duljini odsječka, $d\ell$, pa uvjet ravnoteže sada glasi:

$$s \cdot d\ell = P \cdot d\alpha_p \quad (3.11)$$

3. Djelovanje prednapinjanja na AB sklop

3.3 Djelovanje natega kao vanjskih sila

I duljina odsječka može se izraziti s pomoću kuta skretanja i polumjera zakrivljenosti osi natega, R :

$$d\ell = R \cdot d\alpha_p \quad (3.12)$$

Kada se ovo uvrsti u gornju jednadžbu za skretnu silu, pa se dobivena jednačba podijeli s kutom skretanja, $d\alpha_p$, dobiva se:

$$s \cdot R = P \text{ ili: } s = P/R. \quad (3.13)$$

Ovaj je izraz potpuno analogan tzv. **kotlovskoj** formuli, po kojoj je tlak u (valjkastu) kotlu jednak sili u stijenci podijeljenoj s polumjerom zakrivljenosti stijenske.

Obično su tlak i polumjer zadani, a traži se sila u stijenci.

Dakle, skretna je sila po jedinici duljine zakrivljene natega jednaka sili prednapinjanja podijeljenoj s polumjerom zakrivljenosti osi natega.

3. Djelovanje prednapinjanja na AB sklop

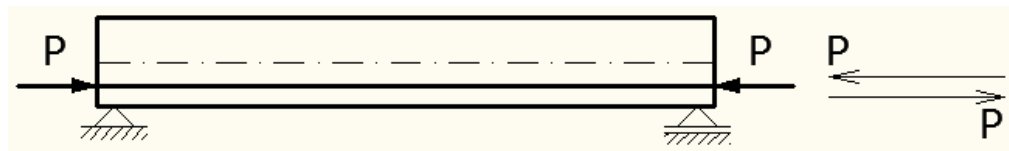
3.3 Djelovanje natega kao vanjskih sila

U Uvodu (prvo predavanje) vidjeli smo kako je **svrhovito** oblikovati **os natega** u skladu s **prevladavajućim** vanjskim opterećenjem, dotično s **tijekom momenata savijanja** od tog opterećenja.

Promotrit ćemo najvažnije oblike osi natega i vidjeti kako se, prvo, određuju **skretne** sile, a kasnije i **rezne** sile.

3.3.1 Određivanje skretnih sila

Počnimo s pravom mimoosnom nategom (slika 3.6).



Slika 3.6: Prava mimoosna natega

Tu skretnih sila nema.

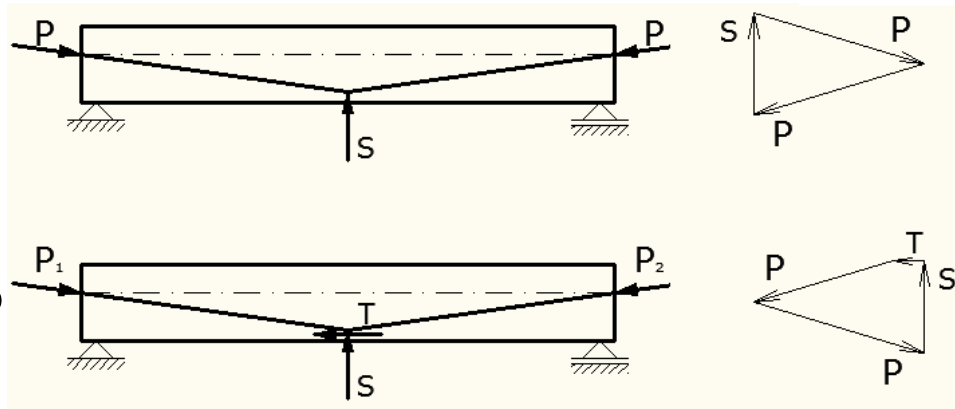
Djelovanje natega ni po čemu se ne razlikuje od djelovanja mimoosne sile od bilo kojega drugog uzroka.

3. Djelovanje prednapinjanja na AB sklop

3.3 Djelovanje natega kao vanjskih sila

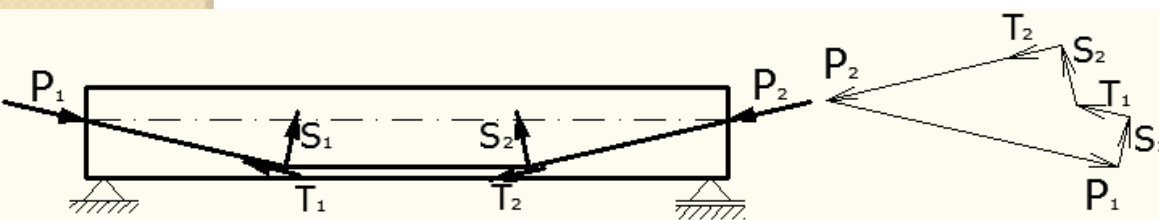
3.3.1 Određivanje skretnih sila

Sljedeći je slučaj osi natega lomljene u polovištu raspona (slika 3.7). Skretna se sila dobije jednostavno iz trokuta sila.



Slika 3.7: Natega lomljena u polovištu raspona

Uključimo li u razmatranje i silu trenja, trokut postaje četverokut (donji dio slike).



Slika 3.8: Natega lomljena u trećinama raspona

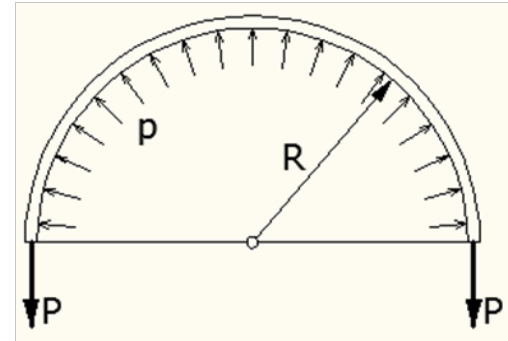
Dvostruko lomljena os (trapezast obris natega) obilježen je dvjema skret-skretnim silama i dvjema silama trenja (slika 3.8).

3. Djelovanje prednapinjanja na AB sklop

3.3 Djelovanje natega kao vanjskih sila

3.3.1 Određivanje skretnih sila

Već smo vidjeli kako se određuje skretna sila u slučaju zakrivljene zatege, pri čemu je uočena analogija s kotlovskom formulom (slika 3.9).



Slika 3.9: Analogija s kotlovskom formulom

“Kotlovska” se formula za određivanje skretnog opterećenja može izreći i ovako: skretna je sila po jedinici duljine jednaka sili prednapinjanja pomnoženoj sa **zakrivljenošću** osi natega na promatranomu mjestu:

$$s = P \cdot k \quad (3.14)$$

Zakrivljenost je parabole promjenjiva. Međutim, ako se poslužimo uvriježenim pojednostavnjenjem, po kojem se zakrivljenost izjednačuje s drugom derivacijom funkcije osi natega, mi zapravo nadomještamo parabolu kružnicom.

3. Djelovanje prednapinjanja na AB sklop

3.3 Djelovanje natega kao vanjskih sila

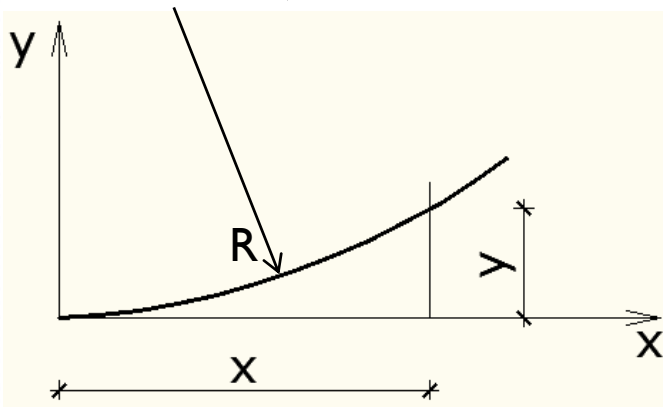
3.3.1 Određivanje skretnih sila

$$k = \frac{y''}{\sqrt{(1 + (y')^2)^3}} \approx y'' \quad (3.15)$$

Budući da su parabole u pravilu jako ispružene, ovo je pojednostavnjenje opravdano i dopustivo.

U našoj, građevinarskoj, praksi mi često činimo i obrnuto, tj. kružnicu velika polumjera nadomještamo parabolom.

Pogledajmo kružnicu polumjera R sa središtem na ordinatnoj osi udaljenim od ishodišta za veličinu polumjera (slika 3.10).



Slika 3.9: Kružnica polumjera R sa središtem na ordinatnoj osi

3. Djelovanje prednapinjanja na AB sklop

3.3 Djelovanje natega kao vanjskih sila

3.3.1 Određivanje skretnih sila

Jednačba je te kružnice:

$$x^2 + (y - R)^2 = R^2 \quad (3.16)$$

Nakon kvadriranja izraza u zagradi dobiva se:

$$x^2 + y^2 - 2R \cdot y + R^2 = R^2 \quad (3.17)$$

Kako je y mala veličina u odnosu na ostale, kvadrat joj je zanemariv, pa se, nakon sređivanja, dobije:

$$y = x^2/2R, \quad (3.18)$$

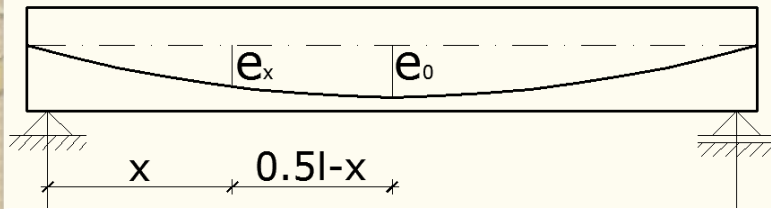
dakle, jednačba parabole.

Primijenimo ovo na slučaj nosača s nategom zakrivljene osi, za koju možemo pretpostaviti da je kružnica velika polumjera (slika 3.11) i izračunajmo skretne sile po jedinici duljine nosača.

3. Djelovanje prednapinjanja na AB sklop

3.3 Djelovanje natega kao vanjskih sila

3.3.1 Određivanje skretnih sila



Slika 3.11: Geometrija zakrivljene natega

Uvriježno je da se udaljenost od osi nosača do osi natega obilježava s e (po engleskom *eccentricity* = mimoosnost, ekscentričnost).

Napišimo jednačbu osi natega po gornjemu predlošku $y = x^2/2R$:

$$y = e_0 - (0,5\ell - x)^2/2R \quad (3.19)$$

Uočimo da se spomenuti predložak nalazi u drugomu članu.

Za $x = 0$, $e_x = 0$, pa je:

$$e_0 = 0,25\ell^2/2R \text{ ili } e_0 = \ell^2/8R \quad (3.20)$$

Iz ovoga se može izračunati (nepromjenjivi) polumjer zakrivljenosti:

$$R = \ell^2/8e_0 \quad (3.21)$$

3. Djelovanje prednapinjanja na AB sklop

3.3 Djelovanje natega kao vanjskih sila

3.3.1 Određivanje skretnih sila

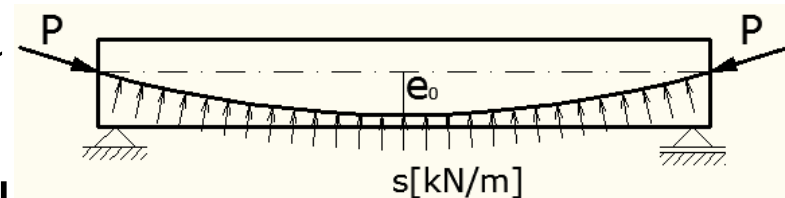
Nakon ovoga lako je izračunati rasprostrtu skretnu silu:

$$s = P/R = (8P \cdot e_0)/\ell^2 \quad (3.22)$$

Već smo rekli da se djelovanje prednapinjanja može promatrati kao djelovanje vanjskog opterećenja koje se očituje kao skup sidrenih, skretnih i sila trenja, pri čemu, za sada promatramo samo skretne sile.

One djeluju kao jednoliko rasprostrto opterećenje usmjereno suprotno od uvriježenoga (prema gore, slika 3.12).

Vidjeli smo da je moment savijanja od sile prednapinjanja u bilo kojem presjeku jednak umnošku te sile i razmaka između osi natege i osi nosača.



Slika 3.12: Skretne sile zakrivljene natege

3. Djelovanje prednapinjanja na AB sklop

3.3 Djelovanje natega kao vanjskih sila

3.3.1 Određivanje skretnih sila

U polovištu raspona taj je moment jednak:

$$M_p = -P \cdot e_0 \quad (3.23)$$

U ovom je presjeku os natege usporedna s osi s nosača, pa u njemu sila prednapinjanja djeluje u punu iznosu (a ne njezina vodoravna projekcija).

S druge strane, jednoliko rasprostrte skretne sile izazivaju u istomu presjeku moment savijanja jednak:

$$M_s = -(s \cdot \ell^2)/8 \quad (3.24)$$

Ako je djelovanje prednapinjanja jednako po učinku djelovanju skretnih sila, ova dva momenta moraju biti jednaka.

Izjednačivanjem desnih strana predhodnih dviju jednačbâ dobije se da je skretno opterećenje:

$$s = (8P \cdot e_0)/\ell^2, \textbf{Q.E.D.} \quad (3.25)$$

3. Djelovanje prednapinjanja na AB sklop

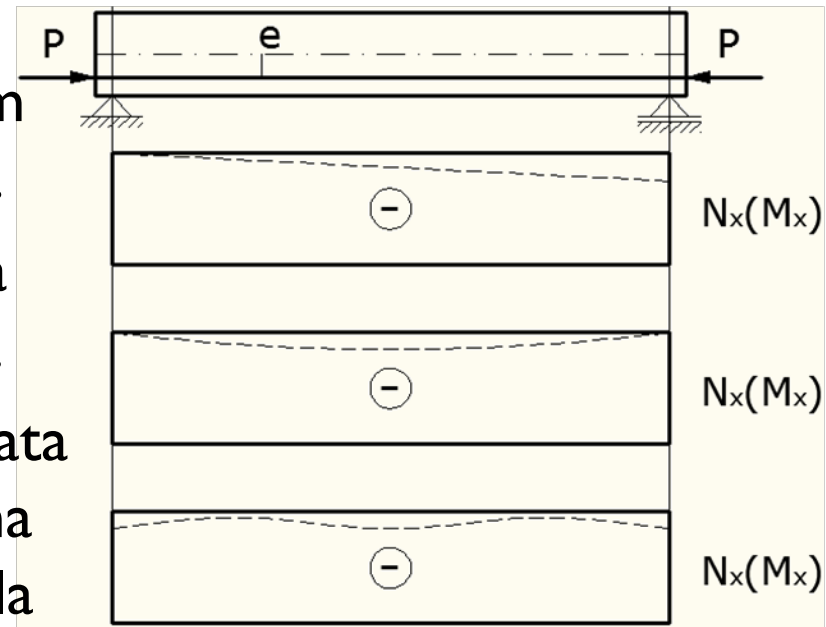
3.3 Djelovanje natega kao vanjskih sila

3.3.2 Određivanje reznih sila

Počnimo opet s nosačem napetim pravom mimoosnom nategom.

Skretnih sila nema, pa onda nema ni pridržajnih ni poprečnih sila.

U prikazu uzdužnih sila i momenata savijanja isprekidanim su crtama predloženi tijekovi tih reznih sila uz uzimanje u obzir gubitaka od trenja (slika 3.13).



Slika 3.13: Rezne sile od djelovanja prave mimoosne natega

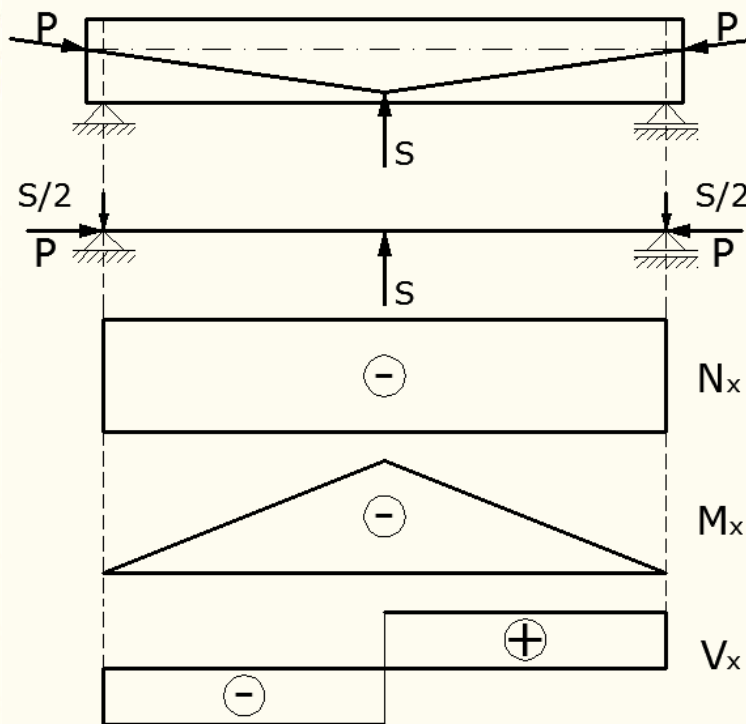
Pri tomu je na slici **a** prikazan slučaj napinjanja s lijevoga kraja nosača, na slici **b** – obostrano napinjanje, a na slici **c** dodan je i gubitak zbog prokliznuća klina.

O svemu ćemo tomu pitanje govoriti kasnije.

3. Djelovanje prednapinjanja na AB sklop

3.3 Djelovanje natega kao vanjskih sila

3.3.2 Određivanje reznih sila



Slika 3.14: Rezne sile – lomljena natega

Uočimo da je sve okrenuto naglavce u odnosu na uvriježeno!

Slučaj osi natega prilagođene pojedinačnoj sili u polovištu raspona (kao prevladavajućem opterećenju) predložen je na slici 3.14.

Posebno je prikazana statička shema nosača s pripadnim opterećenjem (pojedinačnim silama).

Ovoga smo puta izostavili prikaz gubitaka od trenja i prokliznuća klina, jer smo to učinili u predho-

3. Djelovanje prednapinjanja na AB sklop

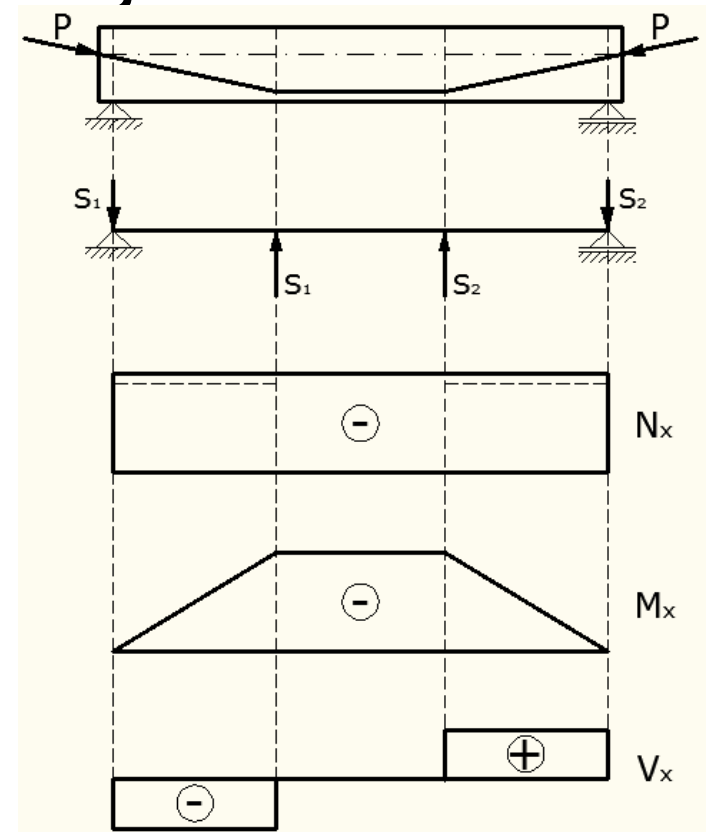
3.3 Djelovanje natega kao vanjskih sila

3.3.2 Određivanje reznih sila

Greda prednapeta nategom trapezasta obrisa (dvostruko izlomljene osi) predložena je na slici 3.15.

Uočimo da, strogo uzev, uzdužna sila nije nepromjenjiva duž cijelog nosača: na potezima između ležajeva i pojedinačnih sila ta je sila $P \cdot \cos \alpha_p$, ali tu razliku u odnosu na puni iznos P zanemarujemo (to zapravo vrijedi i za predhodni slučaj jedne pojedinačne sile).

Također uočimo da je $V_x = P \cdot \sin \alpha_p$, te da ona iščezava na potezu grede među pojedinačnim silama ($V_x = dM_x/dx$; za $M_x = \text{const}, V_x = 0$).

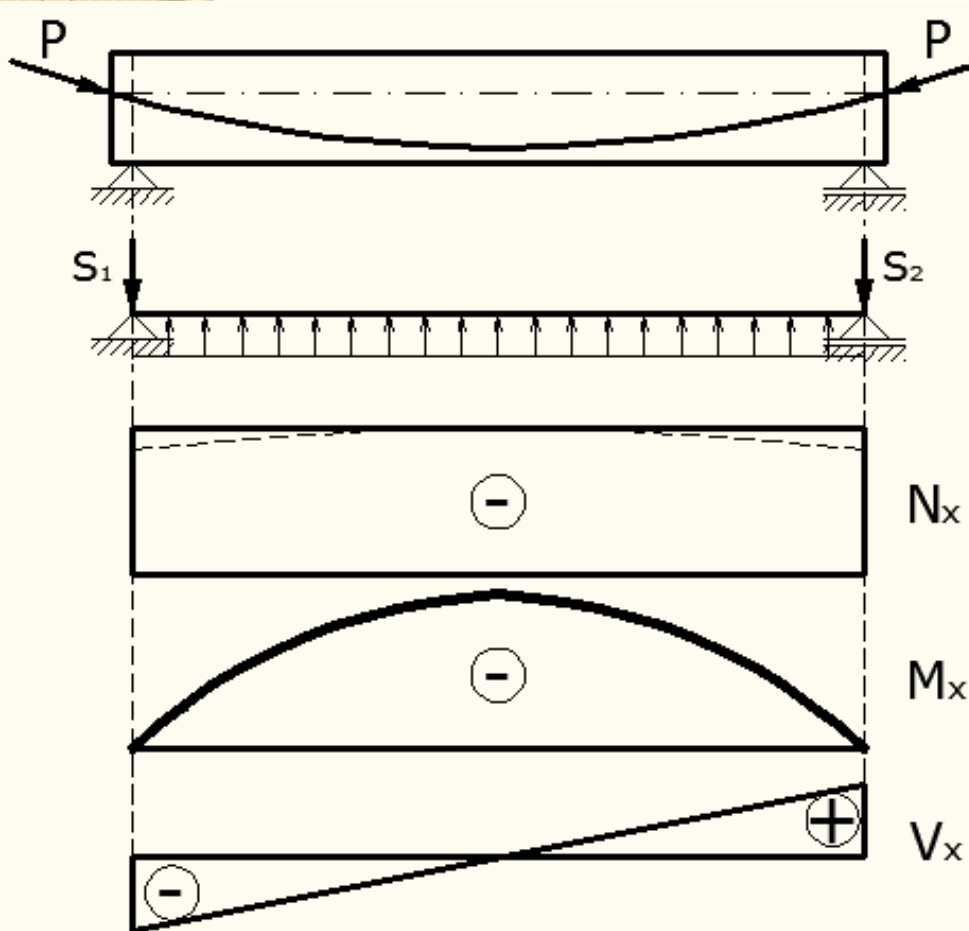


Slika 3.15: Rezne sile – dvostruko lomljena natega

3. Djelovanje prednapinjanja na AB sklop

3.3 Djelovanje natega kao vanjskih sila

3.3.2 Određivanje reznih sila



Na kraju razmotrimo i slučaj grede napete zakrivljenom nategom (slika 3.16).

Ovdje bi, strogo uzev, uzdužna sila morala biti protežno blago promjenjiva (jer je α_p promjenjiv), ali se to u pravilu zanemaruje.

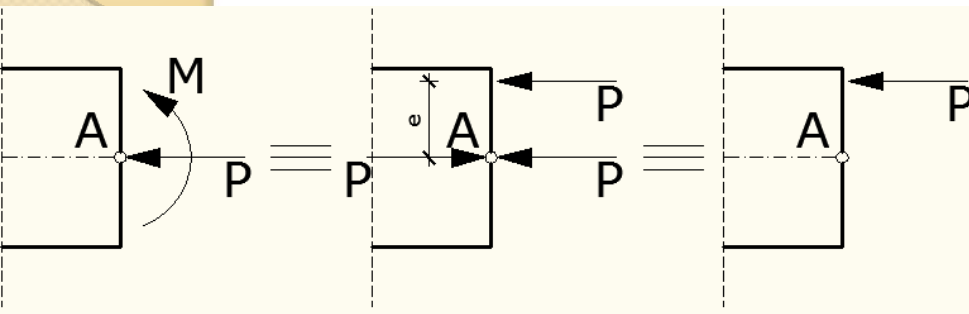
* * * * *

Djelovanje natega kao vanjskih sila osobito se rado rabi pri proračunu statički neodređenih sustava, o čemu će biti riječi kasnije.

Slika 3.16: Rezne sile od djelovanja zakrivljene natege

3. Djelovanje prednapinjanja na AB sklop

3.4 Stavci osnovne statike i otpornosti gradiva što se rabe u mehanici PB



Slika 3.17: Nadomještanje djelovanja momenta i sile djelovanjem jedne sile

Uzmimo da na točku A u presjeku djeluju uzdužna sila i moment savijanja (slika 3.17).

Ako moment nadomjestimo pârom sila na kraku jednaku M/P , dobit ćemo istovjetno stanje (srednji dio slike).

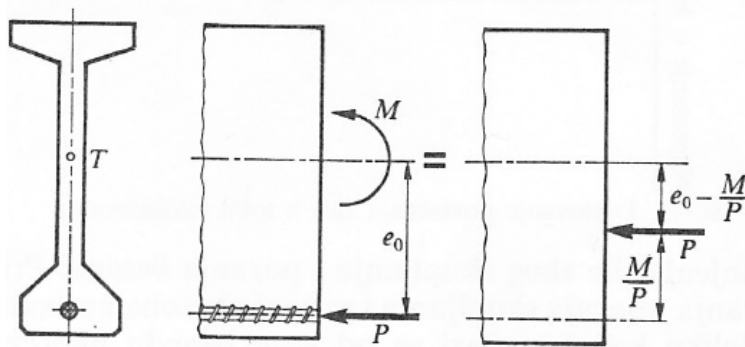
Međutim, tako na točku A djeluju dvije jednake, a protusmjerne sile što se međusobno poništavaju.

Iz ovoga slijedi da se djelovanje **sile i momenta** može nadomjestiti djelovanjem **same sile** pomaknute od izvornoga hvatišta za krak M/P (desni dio slike).

3. Djelovanje prednapinjanja na AB sklop

3.4 Stavci osnovne statike i otpornosti gradiva što se rabe u mehanici PB

Ovaj stavak osnovne statike rabimo u mehanici PB tako što djelovanje momenata savijanja od vlastite težine i drugih opterećenja uzimamo u obzir pomicanjem hvatišta sile prednapinjanja (slika 3.18).



Slika 3.18: Određivanje središta tlaka

Dostatno je promatrati samo djelovanje sile u novomu hvatištu.

Općenito na presjek PB sklopa djeluju ovi momenti savijanja:

- a) od vlastite mase (M_{g0}),
- b) od dodatnoga stalnog opt. ($M_{\Delta g}$)
- c) od uporabnog opterećenja (M_q),
- d) od dodatnih i izvanrednih djelovanja (toplinska djelovanja, skupljanje i puzanje betona, slijeganje potpora, vjetar, potres itd., M_a ; M_e).

3. Djelovanje prednapinjanja na AB sklop

3.4 Stavci osnovne statike i otpornosti gradiva što se rabe u mehanici PB

Svaki od ovih momenata možemo uzeti u obzir jednostavnim pomicanjem hvatišta sile prednapinjanja prema gore za krak jednak M_i/P .

3.4.1 Poopćena jezgra presjeka

Prisjetimo se iz otpornosti gradiva: **obična** ili **središnja jezgra presjeka** jest onaj dio presjeka za koji vrijedi da ako sila djeluje **unutar** njega ili na njegovu **rubu**, **naprezanja** na **cijelom presjeku ne mijenjaju predznaka**.

Iz ovoga se pojma jednostavno izvodi pojam **poopćene jezgre**: to je onaj dio presjeka za koji vrijedi da ako sila djeluje **unutar** njega ili na njegovu **rubu**, **naprezanja** na **cijelom presjeku ostaju u dopustivim granicama**.

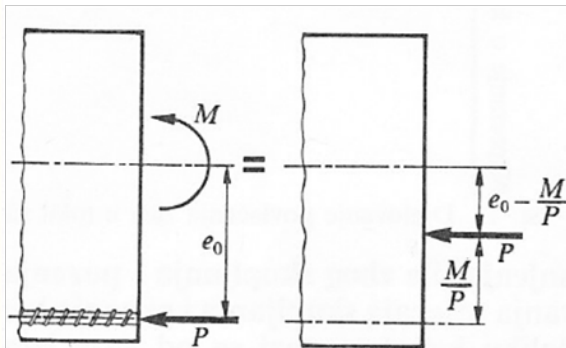
3. Djelovanje prednapinjanja na AB sklop

3.4 Stavci osnovne statike i otpornosti gradiva što se rabe u mehanici PB

3.4.1 Poopćena jezgra presjeka

Promatraju se dva granična stanja:

- nosač neopterećen (djeluje samo M_{g0} , slika 3.19) i
- nosač pod punim uporabnim opterećenjem (djeluje $M_{uk} = M_{g0} + M_{\Delta g} + M_q$).



Slika 3.19: Djelovanje vlastite težine nosača

granični raspon, o čemu će biti riječi kasnije.

U prvom slučaju na presjek djeluje samo **sila prednapinjanja** s hvatištem na **donjem** rubu poopćene jezgre, j_{dp} .

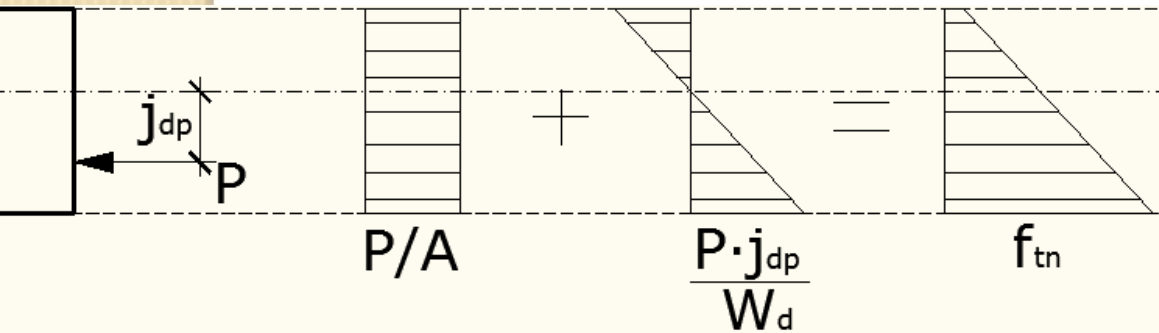
Valja imati na umu da ova razmatranja vrijede samo za **najjače napregnuti presjek** (u polovištu raspona) i to za tzv.

3. Djelovanje prednapinjanja na AB sklop

3.4 Stavci osnovne statike i otpornosti gradiva što se rabe u mehanici PB

3.4.1 Poopćena jezgra presjeka

Rubno naprezanje presjeka na koji djeluje mimoosna sila sastoji se od udjela osne sile i momenta što proizlazi iz njezine mimoosnosti (slika 3.20).



Izraz za naprezanje na donjem rubu presjeka glasi:

$$-\frac{P}{A} - \frac{P \cdot j_{dp}}{W_d} + f_{tn} = 0 \quad (3.26)$$

Slika 3.20: Naprezanja u presjeku u stanju prednapinjanja

U njemu je f_{tn} , dopustivo tlačno naprezanje pri napinjanju (općenito se sa f označuju granična, dopustiva naprezanja).

Inače nas smeta nepoznata sila P ; zato pomnožimo i podijelimo drugi član s ploštinom presjeka, A :

3. Djelovanje prednapinjanja na AB sklop

3.4 Stavci osnovne statike i otpornosti gradiva što se rabe u mehanici PB

3.4.1 Poopćena jezgra presjeka

$$-\frac{P}{A} - \frac{P \cdot j_{dp} \cdot A}{W_d \cdot A} + f_{tn} = 0 \quad (3.27a)$$

Sada u tomu drugom članu, osim P/A , uočavamo i W_d/A , što je gornji odsječak središnje jezgre, j_{g0} . Izvucimo P/A pred zagradu:

$$-\frac{P}{A} \left(1 + \frac{j_{dp}}{j_{g0}} \right) + f_{tn} = 0 \quad (3.27b)$$

Inače je P/A – težišno naprezanje, σ_G , pa sada gornji izraz glasi:

$$-\sigma_G \cdot \left(1 + \frac{j_{dp}}{j_{g0}} \right) + f_{tn} = 0 \quad (3.27c)$$

Nepoznanica, j_{dp} , nalazi se u zagradi; zato se oslobodimo zagrade:

3. Djelovanje prednapinjanja na AB sklop

3.4 Stavci osnovne statike i otpornosti gradiva što se rabe u mehanici PB

3.4.1 Poopćena jezgra presjeka

$$-\sigma_G - \sigma_G \cdot \frac{j_{dp}}{j_{g0}} + f_{tn} = 0 \quad (3.27d)$$

Iz ovoga je:

$$j_{dp} = \frac{j_{g0} \cdot (f_{tn} - \sigma_G)}{\sigma_G} \quad (3.28)$$

ili:

$$j_{dp} = j_{g0} \cdot \left(\frac{f_{tn}}{\sigma_G} - 1 \right) \quad (3.28a)$$

Ovo je izraz za donji odsječak poopćene jezgre presjeka, j_{dp} , dobiven s obzirom na tlačno naprezanje na donjem rubu presjeka, f_{tn} .

3. Djelovanje prednapinjanja na AB sklop

3.4 Stavci osnovne statike i otpornosti gradiva što se rabe u mehanici PB

3.4.1 Poopćena jezgra presjeka

Na sasma sličan način dobije se i odgovarajući izraz s obzirom na vlačno naprezanje, f_{vn} , na gornjemu rubu presjeka:

$$-\frac{P}{A} + \frac{P \cdot j_{dp}}{W_g} - f_{vn} = 0 \quad (3.29)$$

Odavde je:

$$-\sigma_G + \sigma_G \cdot \frac{j_{dp}}{j_{d0}} - f_{vn} = 0 \quad (3.29a)$$

Nakon sređivanja dobije se:

$$j_{dp} = \frac{j_{d0} \cdot (\sigma_G + f_{vn})}{\sigma_G} \quad (3.29b)$$

iz čega je:

$$j_{dp} = j_{d0} \left(1 + \frac{f_{vn}}{\sigma_G} \right) \quad (3.29c)$$

3. Djelovanje prednapinjanja na AB sklop

3.4 Stavci osnovne statike i otpornosti gradiva što se rabe u mehanici PB

3.4.1 Poopćena jezgra presjeka

Dobili smo dakle **dvije** vrijednosti za j_{dp} ; mjerodavna je **manja**.

Naravno, na potpuno jednak način dobila bi se dva izraza za gornji odsječak poopćene jezgre, j_{gp} .

Ovdje ćemo ih ispisati, a vi ih pokušajte izvesti, za vježbu:

$$j_{gp} = j_{d0} \cdot \left(\frac{f_{tu}}{\sigma_G} - 1 \right) \quad (3.30)$$

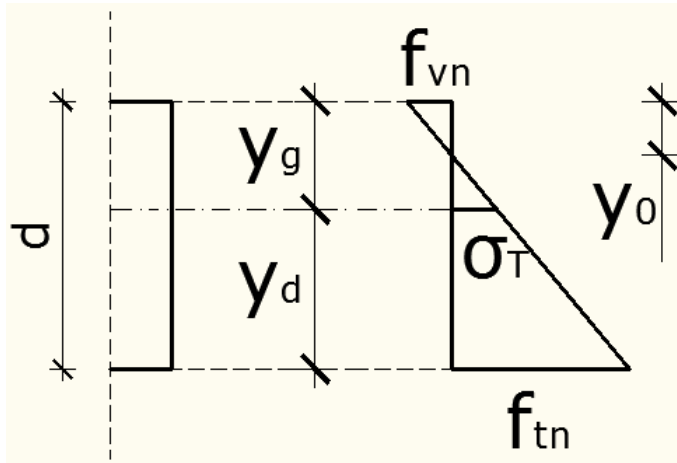
$$j_{gp} = j_{g0} \cdot \left(1 + \frac{f_{vu}}{\sigma_G} \right) \quad (3.30a)$$

Na kraju, izrazimo težišno naprezanje, σ_T , s pomoću dopustivih naprezanja (slika 3.21).

3. Djelovanje prednapinjanja na AB sklop

3.4 Stavci osnovne statike i otpornosti gradiva što se rabe u mehanici PB

3.4.1 Poopćena jezgra presjeka



Slika 3.21: Određivanje težišnog naprezanja

Na sličan je način:

$$\frac{\sigma_G}{y_g - y_0} = \frac{f_{vn}}{y_0} \quad (3.33)$$

ili:

$$\sigma_G = f_{vn} \cdot \frac{y_g - y_0}{y_0} \quad (3.34)$$

Prvo odredimo, po sličnosti trokuta, položaj neutralne osi, y_0 :

$$\frac{y_0}{f_{vn}} = \frac{d - y_0}{f_{tn}} \quad (3.31)$$

Oдавde je:

$$y_0 = \frac{f_{vn}}{f_{tn} + f_{vn}} \cdot d \quad (3.32)$$

3. Djelovanje prednapinjanja na AB sklop

3.4 Stavci osnovne statike i otpornosti gradiva što se rabe u mehanici PB

3.4.2 Dopustivo područje prolaska natege duž nosača

Pošto su utvrđeni **najviši i najniži položaj središta tlaka**, može se odrediti **najviši i najniži dopustivi položaj hvatišta sile prednapinjanja**.

Naime, ako se zna da su spomenuti skrajnji položaji **pomaknuta hvatišta sile prednapinjanja**, iz njih se lako mogu dobiti polazišta, tj. **stvarna hvatišta sile prednapinjanja** u dotičnim graničnim stanjima.

Treba samo “vratiti” silu za **omjer momenta savijanja i sile prednapinjanja** što djeluju u dotičnomu graničnomu stanju.

Odmjerimo od **donjeg ruba poopcene jezgre presjeka** duljinu jednaku **omjeru momenta od vlastite težine nosača i početne sile prednapinjanja**.

3. Djelovanje prednapinjanja na AB sklop

3.4 Stavci osnovne statike i otpornosti gradiva što se rabe u mehanici PB

3.4.2 Dopustivo područje prolaska natege duž nosača

Početna je sila prednapinjanja ona što djeluje u trenutku napinjanja natega.

Dobit ćemo **najniži dopustivi stvarni položaj sile prednapinjanja.**

S druge strane, **najviši** će se položaj dobiti odmjeravanjem duljine jednake omjeru momenta od **ukupnog opterećenja** (uključujući i vlastitu težinu nosača) i **konačne** sile prednapinjanja.

Konačna je sila prednapinjanja ona što **preostaje** pošto se odigraju **svi dugotrajni procesi** (skupljanje i puzanje betona, te opuštanje čelika).

3. Djelovanje prednapinjanja na AB sklop

3.4 Stavci osnovne statike i otpornosti gradiva što se rabe u mehanici PB

3.4.2 *Dopustivo područje prolaska natege duž nosača*

Rečeno vrijedi za **svaki** presjek duž nosača, pa ako se spoje sve ovako dobivene točke, nastat će **dvije granične krivulje** (slika 3.22).

One omeđuju **dopustivo područje prolaska rezultirajuće natege duž nosača**.

Naime, do sada smo govorili o **sili prednapinjanja** ne

vodeći računa o tomu kako se ona **ostvaruje** – napinjanjem **pojedinačnih natega** od kojih svaka ima svoj **položaj** u poprečnom presjeku nosača.



Slika 3.22: Dopustivo područje prolaska natege

3. Djelovanje prednapinjanja na AB sklop

3.4 Stavci osnovne statike i otpornosti gradiva što se rabe u mehanici PB

3.4.2 Dopustivo područje prolaska natege duž nosača

Može se zamisliti da u **težištu** poprečnih presjeka **svih pojedinačnih** natega djeluje **rezultirajuća** natega.

Važno je pripomenuti kako se **rezultirajuća** natega mora nalaziti **unutar dopustivog područja prolaska**, dok se pokoja od **pojedinačnih** natega može nalaziti i **izvan** njega.

Na slici 3.22 predočeno je **dopustivo područje prolaska** rezultirajuće natega za **slobodno poduprti nosač**, ali na potpuno jednak način određuje se to područje za **svaki** nosač, bez obzira na uvjete **pridržanja**.

U **statički neodređenih** sklopova valja još voditi računa i o **prekobrojnim momentima**, o čemu će biti govora u posebnom poglavlju.

3. Djelovanje prednapinjanja na AB sklop

3.4 Stavci osnovne statike i otpornosti gradiva što se rabe u mehanici PB

3.4.3 Kritični ili granični raspon

3.4.3.1 Granični raspon izveden iz graničnih krivulja

Granice **dopustivoga** područja prolaska rezultante natega moraju zadovoljiti i **geometrijski** uvjet: udaljenost tjemena granične krivulje od donjeg ruba nosača ne smije biti veća od vrijednosti dobivene uz pridržavanje odredaba propisa o najmanjoj debljini **zaštitnoga sloja** betona uz natege.

U **idealnom** slučaju **potpunog iskorištenja** dopustivih naprezanja **u svim stanjima opterećenja** gornja i donja granična krivulja imaju **zajedničko tjeme**.

Raspon pri kojem to tjeme zadovoljava i netom spomenuti geometrijski uvjet naziva se **graničnim** (ili kritičnim).

3. Djelovanje prednapinjanja na AB sklop

3.4 Stavci osnovne statike i otpornosti gradiva što se rabe u mehanici PB

3.4.3 Kritični ili granični raspon

3.4.3.1 Granični raspon izveden iz graničnih krivulja

Izrazi za ordinate tjemenā dviju graničnih krivulja glase:

$$\frac{M_Q}{\eta \cdot P} = y_d - a + j_{gp} \quad (3.35)$$

$$\frac{M_{g0}}{P} = y_d - a - j_{dp} \quad (3.35a)$$

gdje su:

- M_q - moment savijanja od ukupnog opterećenja (zajedno s djelovanjem vlastite težine);
- M_{g0} - moment savijanja od vlastite težine nosača;
- P - početna sila prednapinjanja u promatranom presjeku;

3. Djelovanje prednapinjanja na AB sklop

3.4 Stavci osnovne statike i otpornosti gradiva što se rabe u mehanici PB

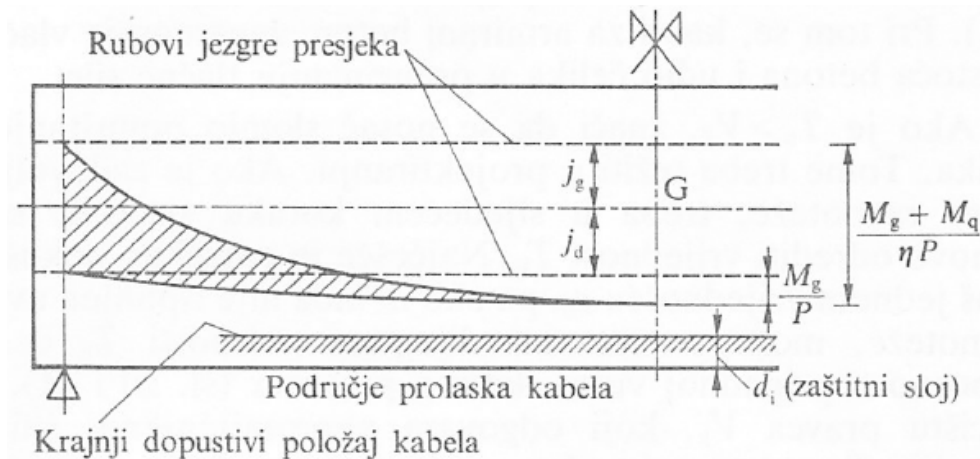
3.4.3 Kritični ili granični raspon

3.4.3.1 Granični raspon izveden iz graničnih krivulja

- η - koeficijent gubitaka sile prednapinjanja zbog skupljanja i puzanja betona, te opuštanja čelika za prednapinjanje.

Oznake čisto geometrijskih veličina vidljive su na slici 3.23.

Valja pripomenuti kako se slika 3.23 odnosi na slučaj slobodno poduprte grede, dok bi u općemu slučaju valja zamijeniti M_q i M_{g0} s M_{max} i M_{min} .



Slika 3.23: Oznake geometrijskih veličina

3. Djelovanje prednapinjanja na AB sklop

3.4 Stavci osnovne statike i otpornosti gradiva što se rabe u mehanici PB

3.4.3 Kritični ili granični raspon

3.4.3.1 Granični raspon izveden iz graničnih krivulja

Ako se jednačba 3.35a odbije od jednačbe 3.35 dobije se:

$$\frac{M_Q - \eta \cdot M_{g0}}{\eta \cdot P} = j_{dp} + j_{gp} \quad (3.36)$$

Dodatno stalno opterećenje gotovo je redovito **jednoliko rasprostrto** duž nosača kao i njegova **vlastita težina**.

Promjenjivo opterećenje pak, najčešće se sastoji od **pojedinačnih tereta** (kotači vozila) koji mogu zauzeti **bilo koji položaj** duž nosača.

Stoga se mora naći **ovojnica** (“envelopa”) mogućih momentnih **dijagrama** pridržanih mogućim **položajima** skupine tereta.

3. Djelovanje prednapinjanja na AB sklop

3.4 Stavci osnovne statike i otpornosti gradiva što se rabe u mehanici PB

3.4.3 Kritični ili granični raspon

3.4.3.1 Granični raspon izveden iz graničnih krivulja

Za slobodno poduprti nosač ova je ovojnica parabola čije je tjeme pomaknuto za desetinu raspona u odnosu na polovište.

Zahvaljujući tomu može se, čineći neznatnu pogriješku, uspostaviti vrlo jednostavan odnos između dvaju momenata savijanja:

$$M_q = r_q \cdot M_{g0} \quad (3.37)$$

Uvrsti li se ovo u jednačbu 3.36, dobije se:

$$\frac{(r_Q - \eta) \cdot M_{g0}}{\eta \cdot P} = j_{dp} + j_{gp} \quad (3.38)$$

3. Djelovanje prednapinjanja na AB sklop

3.4 Stavci osnovne statike i otpornosti gradiva što se rabe u mehanici PB

3.4.3 Kritični ili granični raspon

3.4.3.1 Granični raspon izveden iz graničnih krivulja

Moment savijanja od vlastite težine nosača, M_{g0} , zavisi od ploštine poprečnoga presjeka i raspona:

$$M_{g0} = 0,125g_0 \cdot l^2 = 0,125A_c \cdot \gamma_c \cdot l^2 \quad (3.39)$$

Ovdje su:

g_0 - težina nosača po jedinici duljine;

- raspon nosača;

A_c - ploština poprečnoga presjeka nosača;

γ_c - prostorna težina armiranoga betona: 0,025 MN/m³.

Ako se M_{g0} po jedn. (3.39), zajedno s vrijednošću konstante γ_c , uvrsti u jedn. (3.38), dobije se:

$$\frac{(r_Q - \eta) \cdot A_0 \cdot l^2}{320\eta \cdot P} = j_{dp} + j_{gp} \quad (3.40)$$

3. Djelovanje prednapinjanja na AB sklop

3.4 Stavci osnovne statike i otpornosti gradiva što se rabe u mehanici PB

3.4.3 Kritični ili granični raspon

3.4.3.1 Granični raspon izveden iz graničnih krivulja

Iz ove jednačbe valja još ukloniti nepoznatu **silu prednapinjanja**, pa se može dobiti vrijednost **graničnog raspona** kao funkcija geometrijskih pokazatelja poprečnoga presjeka, omjera ukupnog opterećenja i vlastite težine, r_q , i koeficijenta gubitka sile prednapinjanja, η .

To se postiže uvođenjem jednostavne zamjene, kao u jedn. (3.27c), tj. uvođenjem **težišnog naprezanja**, σ_G .

Uvrsti li se zamjena (3.27c) u jednačbu (3.40) dobije se:

$$\frac{(r_q - \eta) \cdot l^2}{320 \sigma_G \cdot \eta} = j_{dp} + j_{gp} \quad (3.40a)$$

3. Djelovanje prednapinjanja na AB sklop

3.4 Stavci osnovne statike i otpornosti gradiva što se rabe u mehanici PB

3.4.3 Kritični ili granični raspon

3.4.3.1 Granični raspon izveden iz graničnih krivulja

Oдавдје се непосредно добије **granični raspon**:

$$l = l_{gr} = 8 \sqrt{\frac{5\eta \cdot \sigma_G \cdot (j_{dp} + j_{gp})}{r_Q - \eta}} \quad (3.41)$$

Prividno je gornji izraz dimenzijski **neispravan**, ali radi se o tome da je **prostorna težina betona** “utopljena” u konstante.

3. Djelovanje prednapinjanja na AB sklop

3.4 Stavci osnovne statike i otpornosti gradiva što se rabe u mehanici PB

3.4.3 Kritični ili granični raspon

3.4.3.2 Granični raspon izveden iz dop. rubnih naprezanja

U najvećemu broju **praktičnih** slučajeva dostatno je od **četiriju** nejednačbā što opisuju mjerodavna stanja rubnih naprezanja rabiti samo **dvije** što se odnose na donji rub presjeka (dotično, općenito, na onaj rub presjeka na kojemu vanjsko opterećenje izaziva **vlak**).

Naime, **tlačni** je pojas nosača gotovo redovito **širi** iz različitih razloga, a najčešće je to u svezi s **namjenom** sklopa (stropna ili krovna greda, nosač mosta itd.).

Osim toga **osnovni** (predgotovljeni) nosači obično se **sprežu** s **dobetoniranom** (ili također PG) **pločom**, pa je onda pogotovo opravdana gornja pretpostavka.

3. Djelovanje prednapinjanja na AB sklop

3.4 Stavci osnovne statike i otpornosti gradiva što se rabe u mehanici PB

3.4.3 Kritični ili granični raspon

3.4.3.2 Granični raspon izveden iz dop. rubnih naprezanja

Budući da se ovdje radi o graničnom rasponu, spomenute se nejednačbe pretvaraju u jednačbe.

Jednačba za stanje napinjanja natega glasi (slika 3.20):

$$-\frac{P}{A_0} - \frac{P \cdot e_0}{W_{d0}} + \frac{M_{g0}}{W_{d0}} + f_{tn} = 0 \quad (3.42)$$

dotično, ako se prvi član izvuče pred zagradu kao zajednički množitelj prvih dvaju članova i pri tomu primijeni ono što znamo o odnosu momenta otpora i ploštine presjeka (vidi jedn 3.27b):

$$-\frac{P}{A_0} \cdot \left(1 + \frac{e_0}{j_{g0}} \right) + \frac{M_{g0}}{W_{d0}} + f_{tn} = 0 \quad (3.42a)$$

3. Djelovanje prednapinjanja na AB sklop

3.4 Stavci osnovne statike i otpornosti gradiva što se rabe u mehanici PB

3.4.3 Kritični ili granični raspon

3.4.3.2 Granični raspon izveden iz dop. rubnih naprezanja

Odgovarajuća jednačba za uporabno stanje potpuno je analogna, a jedino valja voditi računa o gubitcima sile prednapinjanja, što izazivlju djelomično rastlačenje donjeg ruba, te o opterećenju što tada djeluje i o pripadnomu dopustivom napreznju (slika 3.20a):

$$\frac{\eta \cdot P}{A_0} \cdot \left(1 + \frac{e_0}{j_{g0}} \right) + \frac{M_Q}{W_{d0}} - f_{vu} = 0 \quad (3.43)$$

U gornjim su jednačbama:

- W_{d0} - moment otpora presjeka s obzirom na donji rub;
- f_{cp} - dopustivo tlačno napreznje u stanju napinjanja natega;

3. Djelovanje prednapinjanja na AB sklop

3.4 Stavci osnovne statike i otpornosti gradiva što se rabe u mehanici PB

3.4.3 Kritični ili granični raspon

3.4.3.2 Granični raspon izveden iz dop. rubnih naprezanja

- f_{ts} - dopustivo vlačno naprezanje u stanju uporabe.

Množenjem jednačbe (3.42a) s $(-\eta)$ i pribrajanjem dobivenoga jednačbi (3.43) oslobađamo se dviju nepoznanica, P i e_0 :

$$\frac{M_Q - \eta \cdot M_{g0}}{W_{d0}} = \eta \cdot f_{tn} + f_{vu} \quad (3.44)$$

Upostavi li se između M_q i M_{g0} odnos (3.37), a M_{g0} izrazi kao u jedn. 3.39 (s uvrštavanjem vrijednosti za γ_c), dobit će se:

$$\frac{(r_Q - \eta) \cdot A_0 \cdot l^2}{320W_{d0}} = \eta \cdot f_{tn} + f_{vu} \quad (3.44a)$$

Odavdje se može izravno dobiti vrijednost graničnog raspona.⁵¹

3. Djelovanje prednapinjanja na AB sklop

3.4 Stavci osnovne statike i otpornosti gradiva što se rabe u mehanici PB

3.4.3 Kritični ili granični raspon

3.4.3.2 Granični raspon izveden iz dop. rubnih naprezanja

Pri tome ćemo iskoristiti spomenuti odnos između momenta otpora i ploštine presjeka:

$$l_{gr} = 8 \sqrt{\frac{5 j_{g0} \cdot (\eta \cdot f_{tn} + f_{vu})}{r_Q - \eta}} \quad (3.45)$$

Uočimo izvanrednu sličnost građe izrazā 3.41 i 3.45.

3. Djelovanje prednapinjanja na AB sklop

3.4 Stavci osnovne statike i otpornosti gradiva što se rabe u mehanici PB

3.4.3 Kritični ili granični raspon

3.4.3.3 Usporedba graničnih raspona dobivenih po dvama različitim postupcima

U jedn. 3.41 i 3.45 razlikuju se samo brojnici izrazā pod korijenom.

Da bismo ih mogli usporediti, moramo najprije izraziti odsječke poopćene jezgre presjeka s pomoću odgovarajućih odsječaka središnje jezgre, s pomoću izrazā 3.28a i 3.30, a zatim za težišno naprezanje uvesti izraz 3.34.

Napišimo sada brojnike izraza 3.41 i 3.45 u obliku jednačbe:

$$\eta \cdot \sigma_G(j_{dp} + j_{gp}) = j_{g0}(\eta \cdot f_{tn} + f_{vu}) \quad (3.46)$$

Na **desnoj** su strani same **zadane** ili neposredno **odredljive** veličine, dok one na **lijevoj** valja izraziti s pomoću jedn. 3.28a i 3.30.

3. Djelovanje prednapinjanja na AB sklop

3.4 Stavci osnovne statike i otpornosti gradiva što se rabe u mehanici PB

3.4.3 Kritični ili granični raspon

3.4.3.3 Usporedba graničnih raspona dobivenih po dvama različitim postupcima

Pri tomu ćemo, radi preglednosti, izraze u zagradama svesti na zajednički nazivnik:

$$\eta \cdot \sigma_G \cdot (j_{dp} + j_{gp}) = \eta \cdot j_{d0} \cdot (\sigma_G + f_{vn}) + j_{g0} \cdot (\eta \cdot \sigma_G + f_{vu}) \quad (3.47)$$

Desna se strana može preurediti na sljedeći način:

$$\eta \cdot \sigma_G \cdot (j_{dp} + j_{gp}) = \eta \cdot \sigma_G \cdot (j_{d0} + j_{g0}) + \eta \cdot f_{vn} \cdot j_{d0} + f_{vu} \cdot j_{g0} \quad (3.47a)$$

Vidimo da je posljednji član jedn. 3.47a istovjetan s posljednjim članom jedn. 3.46 (nakon množenja zagrade).

Pošto se ovi članovi ispuste, dobiva se:

$$\eta \cdot \sigma_G \cdot (j_{d0} + j_{g0}) + \eta \cdot f_{vn} \cdot j_{d0} = \eta \cdot j_{g0} \cdot f_{tn} \quad (3.47b)$$

3. Djelovanje prednapinjanja na AB sklop

3.4 Stavci osnovne statike i otpornosti gradiva što se rabe u mehanici PB

3.4.3 Kritični ili granični raspon

3.4.3.3 Usporedba graničnih raspona dobivenih po dvama različitim postupcima

Ova se jednačba može podijeliti s koeficijentom gubitaka sile prednapinjanja, η .

Sada ćemo, pošto za σ_G uvrstimo izraz 3.34, vidjeti na što se dâ svesti lijeva strana jedn. 3.47b:

$$\frac{f_{tn} \cdot y_{g0} - f_{vn} \cdot y_{d0}}{d} \cdot (j_{d0} + j_{g0}) + f_{vn} \cdot j_{d0} = f_{tn} \cdot \frac{y_{g0}}{d} \cdot (j_{d0} + j_{g0}) - f_{vn} \cdot \frac{y_{d0}}{d} \cdot (j_{d0} + j_{g0}) + f_{vn} \cdot j_{d0} \quad (3.47c)$$

Zbroj odsječaka središnje jezgre presjeka izrazit ćemo polazeći od proširene jednačbe za moment otpora i ploštine presjeka na sljedeći način.

3. Djelovanje prednapinjanja na AB sklop

3.4 Stavci osnovne statike i otpornosti gradiva što se rabe u mehanici PB

3.4.3 Kritični ili granični raspon

3.4.3.3 Usporedba graničnih raspona dobivenih po dvama različitim postupcima

Najprije gornji odsječak:

$$j_{g0} = \frac{W_{d0}}{A_0} = \frac{I}{y_{d0} \cdot A_0} = \frac{i_0^2}{y_{d0}} \quad (3.48)$$

Dotično, analogno, donji odsječak:

$$j_{d0} = \frac{i_0^2}{y_{g0}} \quad (3.48a)$$

Zbroj je odsječaka jezgre:

$$j_{d0} + j_{g0} = \frac{i_0^2 \cdot d}{y_{d0} \cdot y_{g0}} \quad (3.48b)$$

3. Djelovanje prednapinjanja na AB sklop

3.4 Stavci osnovne statike i otpornosti gradiva što se rabe u mehanici PB

3.4.3 Kritični ili granični raspon

3.4.3.3 Usporedba graničnih raspona dobivenih po dvama različitim postupcima

Kada se dobiveno uvrsti u jedn. 3.47c, njezin prvi član poprima vrijednost:

$$f_{tn} \cdot \frac{y_{g0}}{d} \cdot (j_{d0} + j_{g0}) = f_{tn} \cdot \frac{i_0^2}{y_{d0}} = f_{tn} \cdot j_{g0} \quad (3.47d)$$

Dakle jednak je desnoj strani jedn. 3.47b.

Na potpuno se jednak način može pokazati kako je vrijednost drugoga člana:

$$f_{vn} \cdot \frac{y_{d0}}{d} \cdot (j_{d0} + j_{g0}) = f_{vn} \cdot j_{d0} \quad (3.47e)$$

3. Djelovanje prednapinjanja na AB sklop

3.4 Stavci osnovne statike i otpornosti gradiva što se rabe u mehanici PB

3.4.3 Kritični ili granični raspon

3.4.3.3 Usporedba graničnih raspona dobivenih po dvama različitim postupcima

dakle potpuno jednaka vrijednosti trećega člana.

Kako su ovi članovi **suprotnih** predznaka, ostaje samo **prvi** član za koji smo pokazali kako je **istovjetan** s desnom stranom jedn. 3.47b.

Iz toga slijedi da su **brojnici** izraza pod korijenom u jedn. 3.41 i 3.45 **istovjetni**, dotično da se po dvama različitim **postupcima** (pa i **kriterijima**, tj. iz **graničnih krivulja** dopustivog područja prolaska rezultirajuće natege, dobivena iz **poopćene jezgre presjeka**, i na osnovi **dopustivih naprezanja**) dobiva **istovjetna vrijednost graničnog raspona**.

3. Djelovanje prednapinjanja na AB sklop

3.4 Stavci osnovne statike i otpornosti gradiva što se rabe u mehanici PB

3.4.3 Kritični ili granični raspon

3.4.3.3 Usporedba graničnih raspona dobivenih po dvama različitim postupcima

Ovaj je rezultat vrlo važan, jer se zahvaljujući njemu može odrediti **granični raspon** i za nosač **spregnuta** presjeka (presjeka sastavljena od PG nosača i dobetonirane ploče) za koji je **poopćenu jezgru teško definirati**.

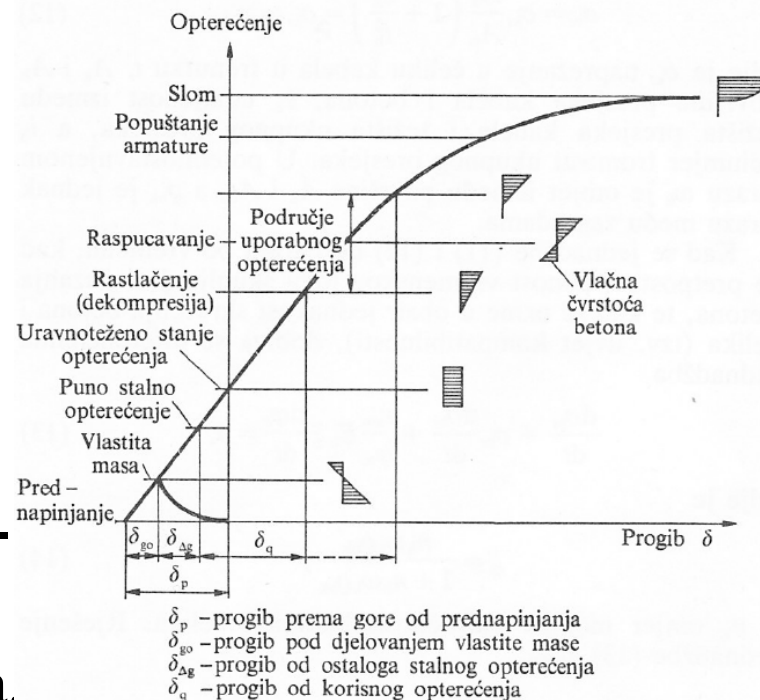
3. Djelovanje prednapinjanja na AB sklop

3.5 Rubna naprezanja u betonu i naprezanja u čeliku u zavisnosti od vanjskog opterećenja

Ponašanje savijanoga PB nosača pod rastućim opterećenjem može se pratiti dvojako:

- promatranjem odnosa između progiba grede, δ , i vanjskog opterećenja (slika 3.24) i
- promatranjem zavisnosti naprezanja u čeliku (napetom i nena-
petomu) i u betonu od vanjskog opterećenja (slike 3.25÷3.30).

U trenutku napinjanja nosač se progiba prema gore, jer se djelovanjem sile prednapinjanja skraćuju donji slojevi (vlakna) nosača.



Slika 3.24: Zavisnost progiba grede od vanjskog opterećenja

3. Djelovanje prednapinjanja na AB sklop

3.5 Rubna naprezanja u betonu i naprezanja u čeliku u zavisnosti od vanjskog opterećenja

Stalno će opterećenje smanjiti taj progib, a kada na nosač djeluje puno računsko uporabno opterećenje, on će imati progib prema dolje.

U području unutar uporabnog opterećenja postoje tri znakovita opterećenja:

- Prvo je obilježeno stanjem kada su **sva naprezanja** po visini presjeka **jednaka**, pa **nema progiba** nosača – on se samo **skraćuje**.
- Drugo odgovara stanju rubnoga **rastlačenja** (dekompresije), kada iščezava naprezanje na donjem rubu nosača.
- Treće odgovara pojavi **pukotina** pri donjem rubu nosača, jer vlačna naprezanja u betonu prekoračuju **vlačnu čvrstoću** betona.

3. Djelovanje prednapinjanja na AB sklop

3.5 Rubna naprezanja u betonu i naprezanja u čeliku u zavisnosti od vanjskog opterećenja

Poželjno je da stalno opterećenje bude što bliže **prvom** znakovitom opterećenju, jer se tako izbjegava prekomjeren **protuprogib** (progib prema gore) pojačan puzanjem betona.

Nakon **raspucavanja** betona **progibi** počinju **rasti** osjetno **brže** s porastom opterećenja, a to biva osobito izrazito pošto se dosegne **granica popuštanja** (velikih produljenja) **u čeliku**.

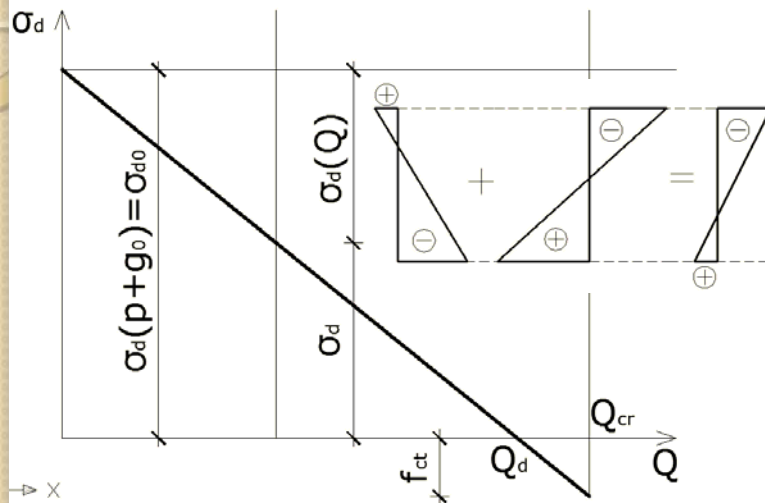
Na slici 3,24 predloženi su i pripadni tijekovi naprezanja u betonu po visini presjeka.

Sve dok je opterećenje daleko od onoga pri kojem nastupa popuštanje čelika, raspodjelba je naprezanja po presjeku **pravocrtna**.

Pri većim opterećenjima što se približavaju **slomu**, naprezanje je raspodijeljeno po **krivulji**, što odgovara nelinearnom ponašanju betona, pri čemu su naprezanja u betonu veća od 40 % njegove čvrstoće.

3. Djelovanje prednapinjanja na AB sklop

3.5 Rubna naprezanja u betonu i naprezanja u čeliku u zavisnosti od vanjskog opterećenja



Promatranje zavisnosti naprezanja od vanjskog opterećenja počnimo od naprezanja u betonu na donjem rubu presjeka (slika 3.25).

U trenutku prednapinjanja, kada od vanjskih opterećenja djeluje samo vlastita težina, g_0 , naprezanje

Slika 3.25: Promjena naprezanja na dojem rubu presj. je na donjem rubu, σ_{d0} , najveće od svih što će se pojaviti u vijeku trajanja nosača.

U desnom gornjem kutu slike predočena je ova početna raspodjelba naprezanja po visini presjeka, zatim ona od vanjskog opterećenja, $Q = \Delta g + q$, i, na kraju ukupno stanje.

Valja spomenuti da nije uzeto u obzir djelovanje skupljanja i puzanja betona.

3. Djelovanje prednapinjanja na AB sklop

3.5 Rubna naprezanja u betonu i naprezanja u čeliku u zavisnosti od vanjskog opterećenja

Porast opterećenja izaziva smanjenje tlačnog naprezanja na donjem rubu, pri čemu je zavisnost pravocrtna.

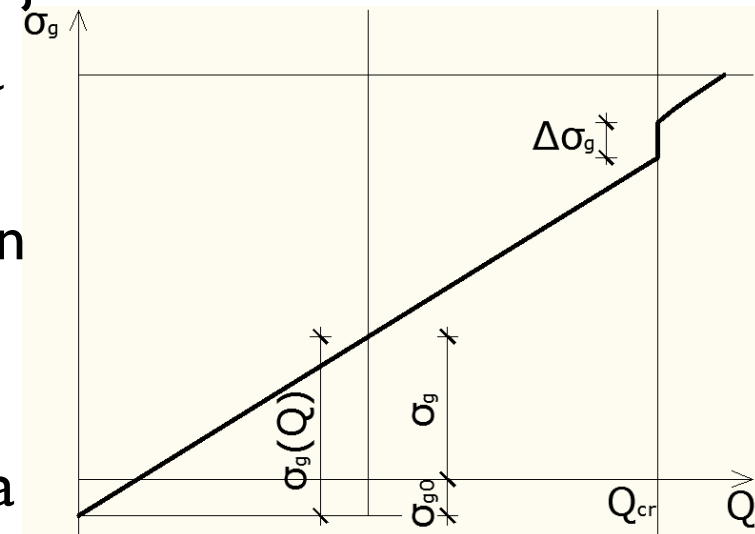
Uočimo tri znakovite točke na pravcu:

- $Q = 0$ – početno, najveće naprezanje;
- $Q = Q_D$ – rubno rastlačenje presjeka i
- $Q = Q_{cr}$ – raspucavanje presjeka

Odgovarajući tijek naprezanja na gornjem rubu presjeka predložen je na slici 3.26.

Općenito na gornjem rubu u početku vlada **vlak**, a zatim naprezanja teku **pravocrtno** sve do raspucavanja.

Slika 3.26: Promjena naprezanja na gornjem rubu presjeka



3. Djelovanje prednapinjanja na AB sklop

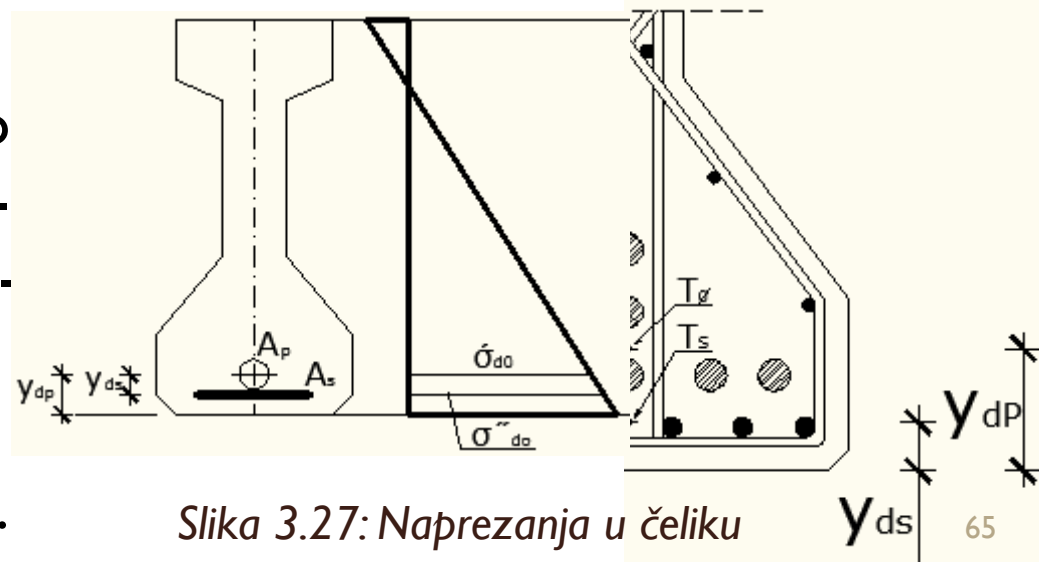
3.5 Rubna naprezanja u betonu i naprezanja u čeliku u zavisnosti od vanjskog opterećenja

U trenutku raspucavanja smanjuje se djelotvorna visina presjeka, a onda i krak unutarnjih sila.

Zbog toga moraju porasti unutrašnje sile i to naglo, što se odražava na skokovit tijek naprezanja.

Valja također uočiti da tijekom tlačnih naprezanja na gornjem rubu nakon raspucavanja više nije pravocrtan, nego blago nelinearan.

Prije nego što prijedemo na promatranje naprezanja u čeliku, pogledajmo kako izgleda razmještaj natega i šipaka u presjeku (slika 3.27).

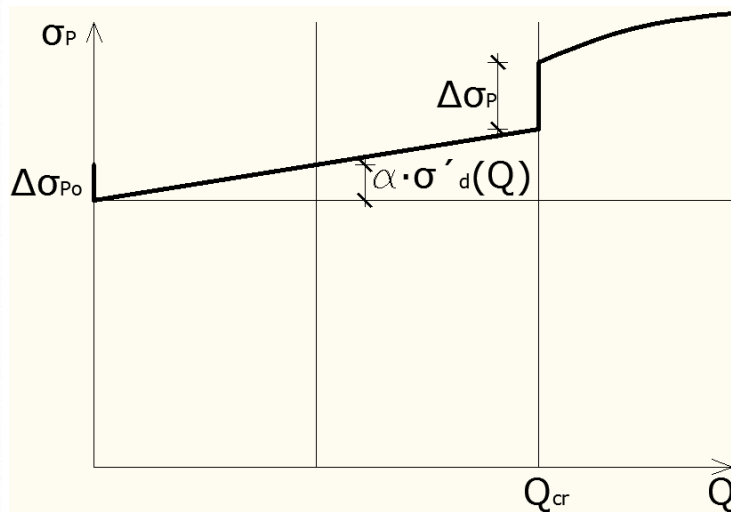


Slika 3.27: Naprezanja u čeliku

3. Djelovanje prednapinjanja na AB sklop

3.5 Rubna naprezanja u betonu i naprezanja u čeliku u zavisnosti od vanjskog opterećenja

Na istoj su slici predočena i početna naprezanja u betonu, pri čemu su istaknuta naprezanja na razinama težišta natega i nenapete armature.



Najveće naprezanje u **čeliku za prednapinjanje** u cijelom vijeku trajanja nosača doseže se u trenutku prednapinjanja (slika 3.28), što, dakako, vrijedi uz pretpostavku da opterećenje ne će znatno prekoračiti proračunsko.

Slika 3.28: Naprezanje u čeliku za prednapinjanje

Budući da nosač ima progib prema gore, težina nosača ne povećava naprezanje u čeliku natega.

Kako opterećenje **raste**, donji se rub nosača **razvlači**, pa se **smanjuje** naprezanje u **betonu**, a **povećava** u **čeliku**.

3. Djelovanje prednapinjanja na AB sklop

3.5 Rubna naprezanja u betonu i naprezanja u čeliku u zavisnosti od vanjskog opterećenja

Taj **priraštaj** naprezanja **nije velik** i približno je jednak **šestorostrukom** smanjenju naprezanja u betonu, koje obično nije veće od 15 N/mm^2 .

Prema tome, poriraštaj naprezanja u čeliku iznosi $\sim 90 \text{ N/mm}^2$, dok je u AB naprezanje u armaturi obično $\sim 140 \text{ N/mm}^2$, dakle osjetno veće.

Kada opterećenje toliko poraste da počne **raspucavanje** betona, **naglo** poraste naprezanje u čeliku (slika 3.28), jer tada **čelik** mora preuzeti onu vlačnu silu što ju je do tada prenosio **beton**.

Skok naprezanja zavisi od **vlačne čvrstoće betona** i od **količine nenapete armature** uz rub nosača.

3. Djelovanje prednapinjanja na AB sklop

3.5 Rubna naprezanja u betonu i naprezanja u čeliku u zavisnosti od vanjskog opterećenja

Nakon toga skoka, a uz povećanje opterećenja, **naprezanje** u čeliku **raste brže**, a brzina toga porasta zavisi od omjera **ukupne ploštine presjeka čelika** (natega i nenapete armature) i **ploštine presjeka betona**, te **od prijanjanja** između čelika i betona.

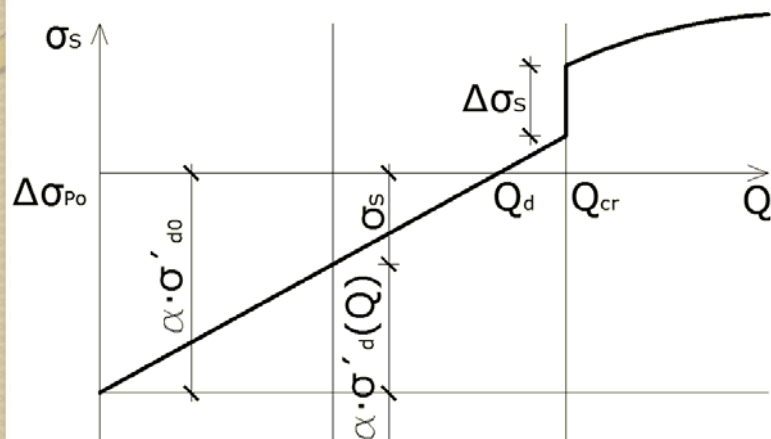
Što je to prijanjanje **slabije**, to **sporije** raste naprezanje u čeliku.

Zbog toga presjek **prestaje biti ravan**, brže se skraćuje beton, pa se **neutralna os pomiče prema gornjem rubu presjeka**.

U **nenapetoj armaturi** vlada **tlak** sve do **rastlačenja** donjega ruba, nakon čega se pojavljuje malo **vlačno** naprezanje do pojave **raspucavanja**, kada **naglo poraste**, slično kao u nategama (slika 3.29).

3. Djelovanje prednapinjanja na AB sklop

3.5 Rubna naprezanja u betonu i naprezanja u čeliku u zavisnosti od vanjskog opterećenja

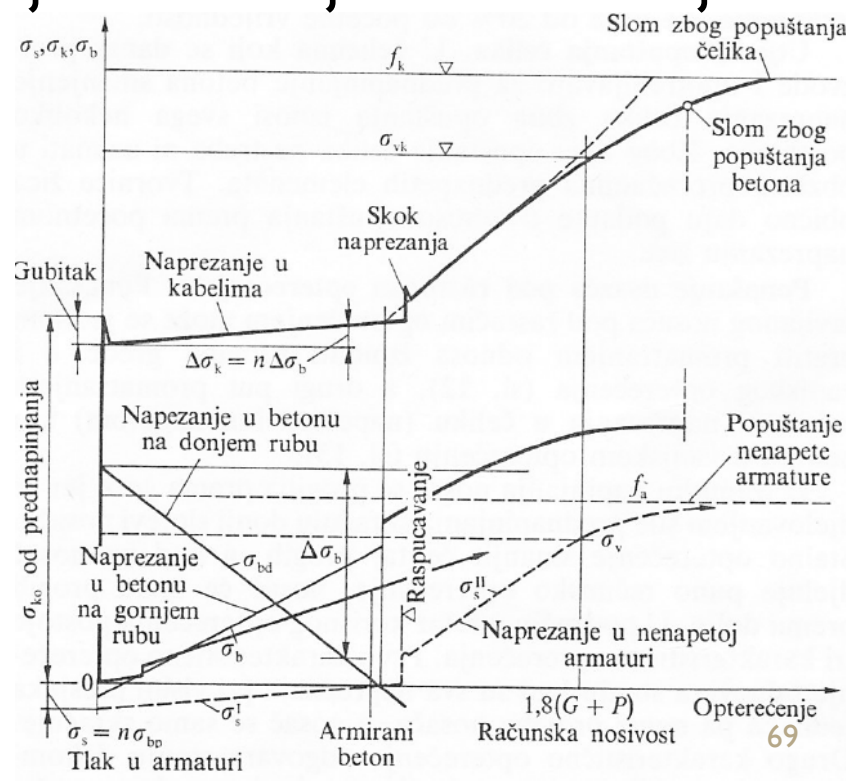


Slika 3.29: Naprezanje u nenapetoj armaturi

Na kraju, sva su ova naprezanja predočena na istoj slici (slika 3.30) kako bi se stekla predočba o istodobnosti djelovanja.

Slika 3.30: Zavisnost naprezanja u betonu, armaturi i nategama od opterećenja

Nakon toga skoka naprezanje u nenapetoj armaturi raste nešto brže nego u nategama, jer je prijanjanje između nje i betona bolje.



3. Djelovanje prednapinjanja na AB sklop

3.5 Rubna naprezanja u betonu i naprezanja u čeliku u zavisnosti od vanjskog opterećenja

Iz slike 3.30 vidi se da **naprezanja u čeliku nisu srazmjerna s vanjskim opterećenjem.**

Dakle, **dopustiva naprezanja pri prednapinjanju nisu ni u kakvu odnosu sa sigurnošću nosača.**

Također **ni naprezanja u betonu nisu srazmjerna s opterećenjem.**

Zbog toga treba **dokazati da se nosač ne će slomiti pri preopterećenju.**