

8 POTREBNA SILA PREDNAPINJANJA

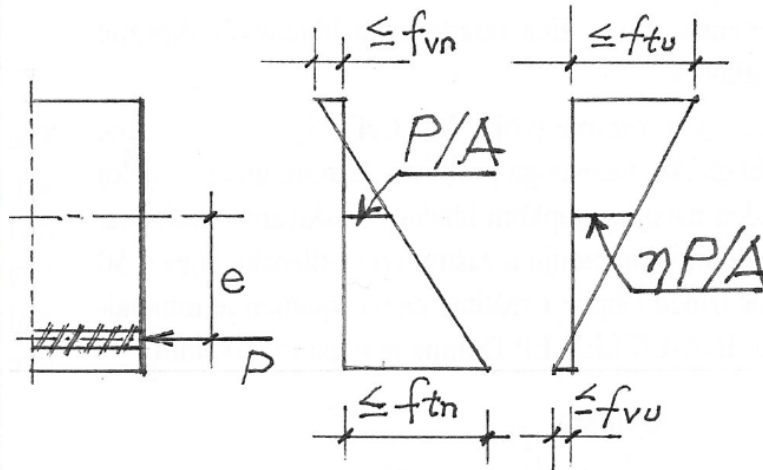
8.1 Približno određivanje sile prednapinjanja

Prije nego što prijedemo na samo izlaganje prisjetit ćemo se:

- **osnovnoga stavka iz statike** po kojemu se djelovanje **momenta i pojedinačne sile** može nadomjestiti djelovanjem **same sile** pomaknute za **udaljenost** jednaku **omjeru** dotičnih **momenta i sile**;
- pojma **poopćene jezgre presjeka**: to je onaj dio presjeka za koji vrijedi da ako **sila djeluje u njemu ili na njegovu rubu**, **naprezanja po cijelomu presjeku ostaju u granicama dopustivih**.

Ovaj je pojam očito izveden iz pojma **obične ili opće jezgre presjeka**, za koji vrijedi da su **naprezanja po cijelomu presjeku istoga predznaka**.

8.1 Približno određivanje sile prednapinjanja



Slika 8.1: Granična stanja naprezanja u presjeku za 2 skrajnja slučaja opterećenja

Na slici 8.1 predočena su **granična stanja naprezanja** u presjeku za dva **skrajnja slučaja opterećenja**:

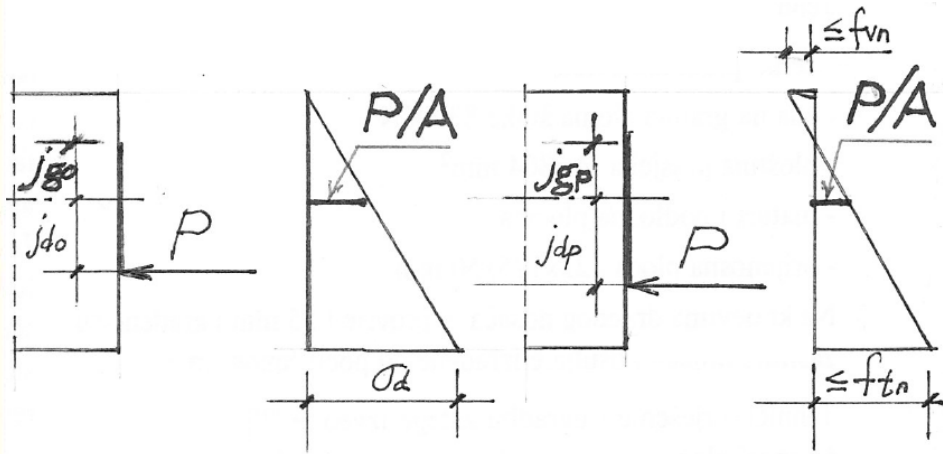
- * djeluje samo **vlastita težina nosača**;
- * djeluje **puno opterećenje**.

djeluje i **sila prednapinjanja**.

Odmah valja reći da se ovakav slučaj **istodobnog i potpunog iskorištenja svih dopustivih naprezanja** gotovo **nikada** ne susreće **u praksi**.

U slučaju **dvostruko simetričnih** poprečnih presjeka (dakle, presjeka simetričnih s obzirom na obje glavne osi što prolaze kroz težište) bili bismo **najbliže** ovom slučaju.

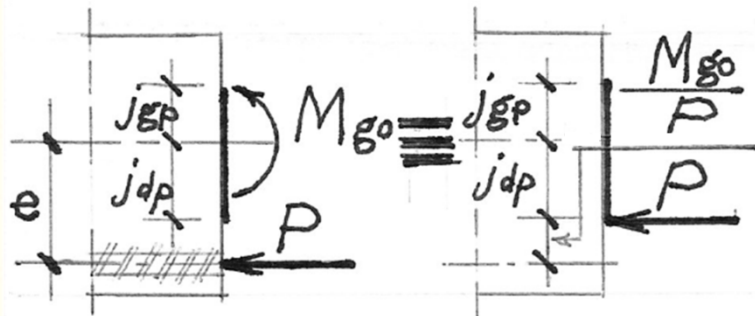
8.1 Približno određivanje sile prednapinjanja



Slika 8.2: Razlika između obične i poopcene jezgre presjeka

Na slici 8.2 predočena je **razlika** između **obične** i **poopcene** jezgre presjeka. To se dostatno jasno vidi i na stanju naprezanja pri djelovanju **sile prednapinjanja i vlastite težine nosača**.

Vratimo se sada osnovnomu stavku statike.



Slika 8.3: Rezne sile što djeluju na presjek PB nosača (lijevo); primjena osnovnoga stavka statike (desno)

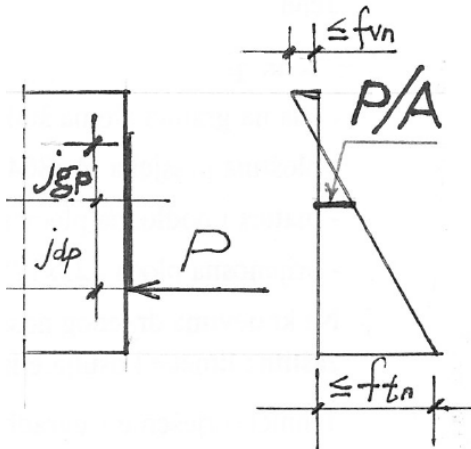
Na lijevoj strani slike 8.3 predočene su sile što djeluju na presjek PB nosača **u trenutku prednapinjanja**:

- * sila prednapinjanja, P i
- * moment savijanja od vlastite težine nosača, M_{g0} .

8.1 Približno određivanje sile prednapinjanja

Označeni su i odsječci poopćene jezgre presjeka.

Na desnoj polovici slike 8.3 predočeno je stanje nakon primjene **osnovnoga stavka statike**: djelovanje sile prednapinjanja i momenta savijanja od vlastite težine nosača nadomješteno je djelovanjem **same sile prednapinjanja** pomaknute za udaljenost M_{g0}/P .

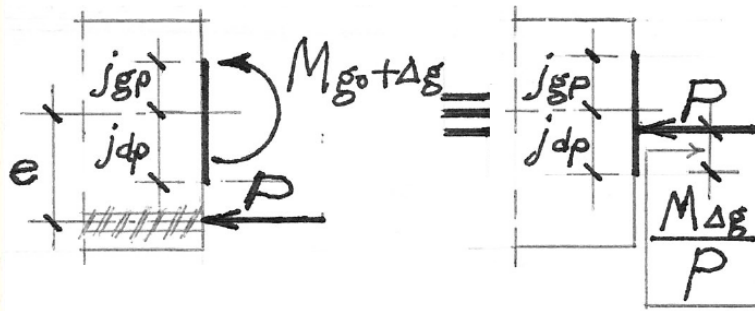


Uočimo da je **ново hvatište** sile prednapinjanja na **donjem rubu poopćene jezgre presjeka**.

Slika 8.3a predočuje pripadno stanje naprezanja.

Slika 8.3a: Stanje naprezanja I Nastavimo na ovaj način, tj. nanesimo na presjek i moment savijanja od **dodatnoga stalnog opterećenja**, pa i na nj primijenimo osnovni stavak statike (slika 8.4).

8.1 Približno određivanje sile prednapinjanja

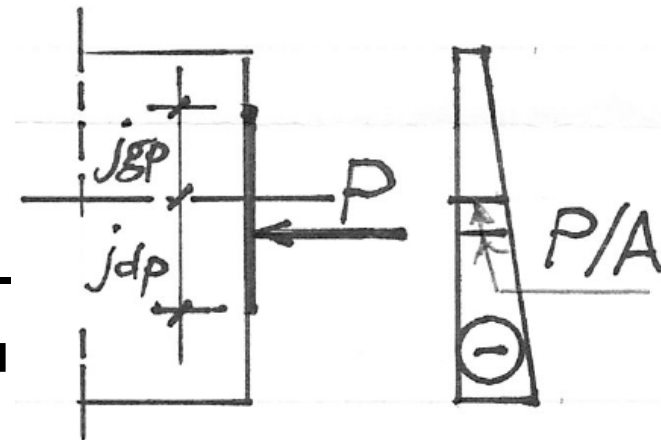


Slika 8.4: Rezne sile i osnovni stavak statike za slučaj djelovanja dodatnoga stalnog tereta

Vidimo kako se sada hvatište sile prednapinjanja pomiče prema gornjem rubu za udaljenost jednaku omjeru $M_{\Delta g}/P$.

Pripadno stanje naprezanja u presjeku predočeno je na slici 8.3b.

Ovdje valja naglasiti kako **za sada** ne uzimamo u obzir **gubitke** sile prednapinjanja od dugotrajnih djelovanja (skupljanja i puzanja betona, te opuštanja čelika za prednapinjanje) što su se odigrali **do trenutka** nanošenja dodatnoga stalnog opterećenja.



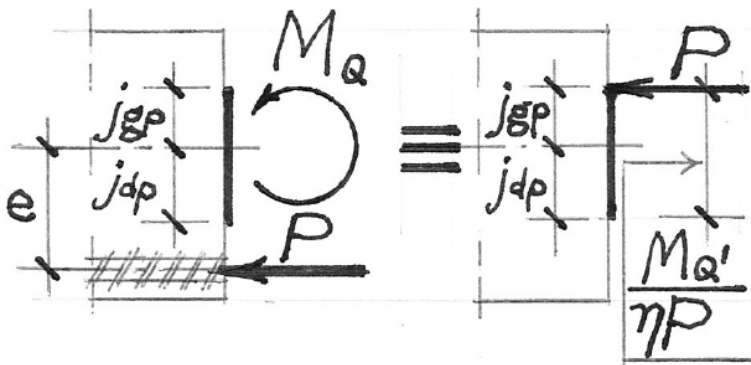
Slika 8.3b: Naprezanja u presjeku u stanju II

Bilo bi dostatno silu P pomnožiti s koeficijentom **dijela** tih gubitaka, η_I , dok bi za ukupne gubitke koeficijent bio η .

O tomu ćemo govoriti na posebnom predavanju.

8.1 Približno određivanje sile prednapinjanja

Idemo dalje na isti način: nanesimo i moment savijanja od **promjenjivog dijela vanjskog opterećenja**, pa će dakle na presjek djelovati moment od **ukupnog opterećenja**, M_Q , (lijevi dio slike 8.5).



Slika 8.5: Rezne sile i osnovni stavak statike pri punom opterećenju

Naravno, opet ćemo primijeniti **osnovni stavak statike** (desni dio slike 8.5).

Uočavamo kako je sada **hvatište** sile prednapinjanja **na gornjem rubu poopćene jezgre presjeka**.

Dakle, ovo je hvatište od trenutka prednapinjanja do nanošenja punog uporabnog opterećenja prevalilo put od donjega do gornjeg ruba poopćene jezgre presjeka.

Pri tomu su u tom pomicanju hvatišta sudjelovali **samo** momenti od **vanjskog opterećenja**, a ne i od **vlastite težine**.

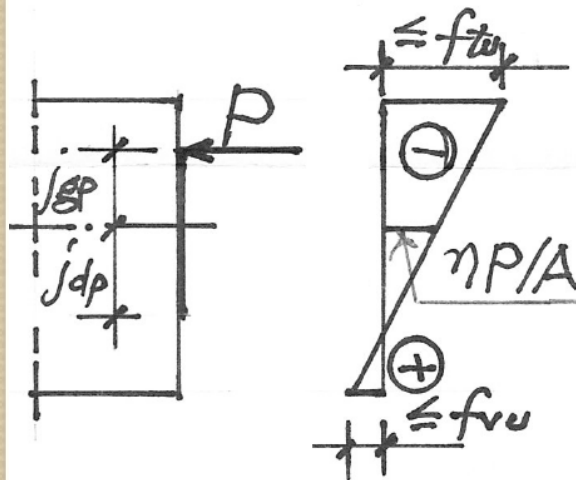
8.1 Približno određivanje sile prednapinjanja

Ova je činjenica navela **Yvesa Guyona**, Freyssinetova učenika da radosno usklikne:

Le poids propre ne coûte rien! (Vlastita težina ne stoji /ne “košta”/ ništa!).

Htio je reći kako za prenošenje **vlastite težine** nosača nisu potrebni nikakvi **dodatni izdatci na natege** – dostatno je **pomaknuti hvatište sile prednapinjanja za udaljenost M_{g0}/P** .

Uočimo kako smo na slici 8.5 **uzeli u obzir gubitke** od dugotrajnih djelovanja, pa smo silu **P** pomnožili s koeficijentom **η** .



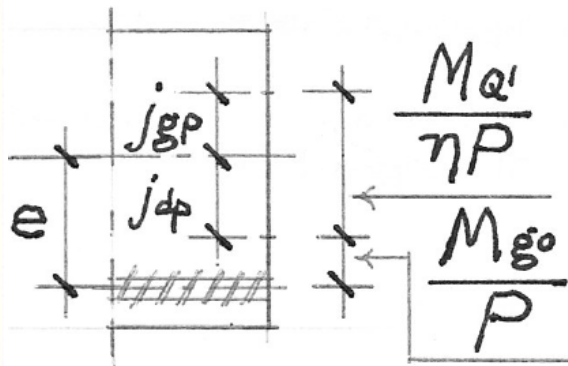
Odgovarajuće granično stanje naprezanja u presjeku nosača za ovaj slučaj opterećenja predočeno je na slici 8.3c.

Slika 8.3c: Naprezanja u presjeku u stanju III

8.1 Približno određivanje sile prednapinjanja

Predočimo još jedanput pomake hvatišta sile prednapinjanja (slika 8.6), ali ih raščlanimo u dva koraka što ih obilježavaju pripadni momenti savijanja:

- od vlastite težine nosača, M_{g0} i
- od ukupnoga vanjskog opterećenja, $M_{Q'}$.



Još jednom naglasimo kako je moment od **ukupnoga vanjskog opterećenja** jednak **zbrotu momenta od dodatnoga stalnog opterećenja** i momenta od **promjenjivog dijela vanjskog opterećenja**:

Slika 8.6: Pomaci hvatišta sile prednapinjanja

$$M_{Q'} = M_{\Delta g} + M_q \quad (8.1)$$

Sada napišimo jednačbu što odražava geometrijske odnose na slici 8.6:

$$\frac{M_{Q'}}{\eta P} = j_{dp} + j_{gp} \quad (8.2)$$

8.1 Približno određivanje sile prednapinjanja

Ova jednačba sadrži **samo jednu nepoznanicu, silu prednapinjanja, P .**

Možemo ju dobiti neposredno iz jednačbe (8.2):

$$P = \frac{M_{Q'}}{\eta(j_{dp} + j_{gp})} \quad (8.3)$$

Ovo je **približna** vrijednost sile prednapinjanja, jer je dobivena uz **idealizirane pretpostavke** (potpuno iskorištenje dopustivih rubnih naprezanja itd.), što se mogu ostvariti samo **iznimno**.

Točniji postupak određivanja sile prednapinjanja **slijedi**.

8.2 Točnije određivanje sile prednapinjanja

8.2.1 Uvod

Postupak se temelji na promatranju **stanja naprezanja** pri **dvjema razinama opterećenja**:

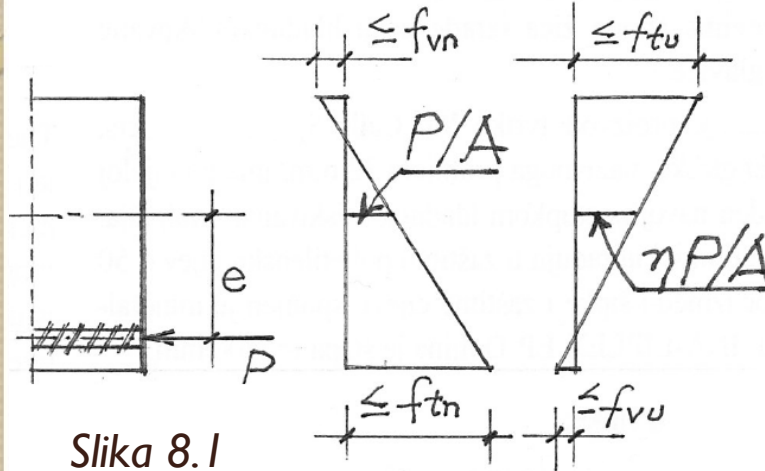
- djeluje **najmanje vanjsko opterećenje** (najčešće samo vlastita težina PB nosača) i istodobno **najveća** (početna) **sila prednapinjanja**;
- djeluje **najveće vanjsko opterećenje** (vlastita težina nosača + dodatni stalni teret + najveći iznos promjenjivog opterećenja) i istodobno **najmanja** (konačna) **sila prednapinjanja**.

Rečeno vrijedi za slučaj **statički određenih nosača**; ako je nosač **statički neodređen**, moraju se uzeti u obzir i odgovarajuće vrijednosti **momenta savijanja od statičke neodređenosti** (prekobrojni ili hiperstatički moment savijanja).

8.2 Točnije određivanje sile prednapinjanja

8.2.1 Uvod

Naravno, odvojeno se promatra stanje na **donjem rubu** presjeka i ono na **gornjem rubu**.



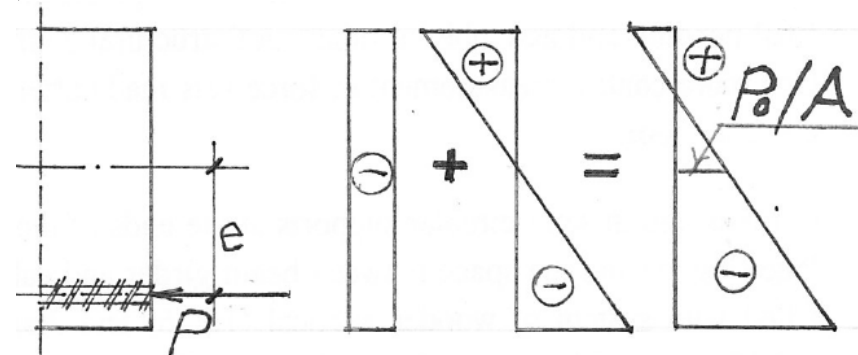
Slika 8.1

To su zapravo ona **ista** stanja naprezanja što su predočena na slici 8.1.

Podsjetimo se još kako se dobiva slika stanja naprezanja za pojedinu razinu vanjskog opterećenja.

Na slici 8.7 prikazano je stanje naprezanja od djelovanja **samo** sile prednapinjanja:

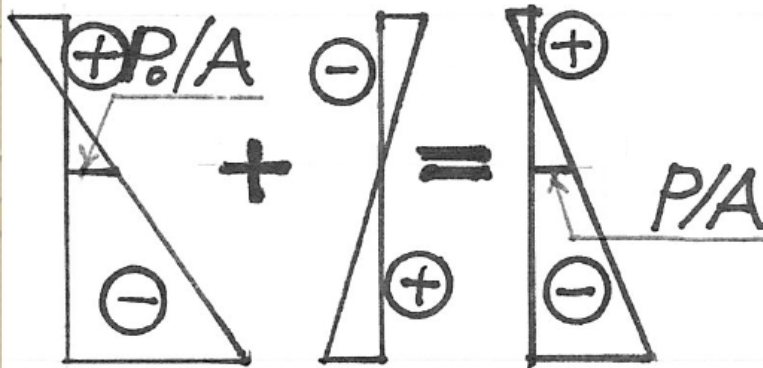
- * udio od **uzdužne sile** +
- * udio od **momenta sav.** =
- * **ukupno stanje.**



Slika 8.7: Udjeli naprezanja od sile prednapinjanja

8.2 Točnije određivanje sile prednapinjanja

8.2.1 Uvod

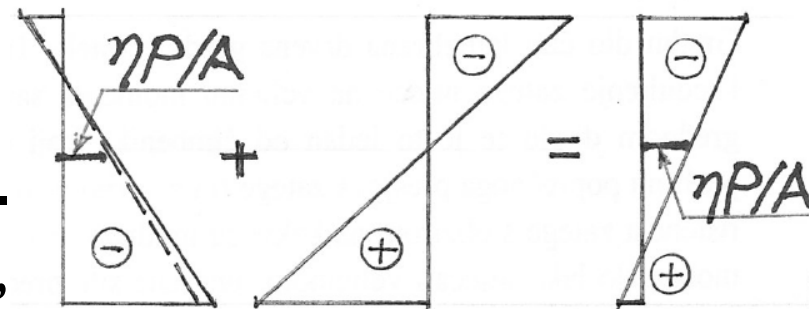


Slika 8.8: Naprezanja u presjeku od sile prednapinjanja i vlastite težine nosača

Dodamo li ovom stanju udio naprezanja od momenta savijanja izazvana vlastitom težinom nosača, dobit ćemo stanje predloženo na slici 8.8.

To je **početno** stanje naprezanja.

S druge strane, dodamo li početnom stanju naprezanja ona izazvana momentom od **ukupnoga vanjskog opterećenja**, dobit ćemo stanje predloženo na slici 8.9.



Slika 8.9: Naprezanja u presjeku od ηP i ukupnog opterećenja

Isprekidanom su crtom označena naprezanja od **konačne** sile prednapinjanja, tj. **početne** sile umanjene za **gubitke** izazvane **dugotrajnim djelovanjima**.

8.2 Točnije određivanje sile prednapinjanja

8.2.2 Stanje prednapinjanja

a) donji rub presjeka

Ispišimo odgovarajuću (ne)jednačbu naprezanja.

Zapravo, iako je teorijski **ispravnije** rukovati **nejednačbama**, mi ćemo se služiti **jednačbama** što zapravo vrijede za **granične** slučajeve, kada su rubna naprezanja upravo jednaka **dopustivima**.

Naprezanja su na **donjem** rubu presjeka:

$$-\frac{P}{A} - \frac{P \cdot e}{W_d} + \frac{M_{g0}}{W_d} + f_{tn} = 0 \quad (8.4)$$

Ako drugi član pomnožimo i podijelimo s ploštinom presjeka, **A**, pa **-P/A** izvučemo pred zagradu dobit ćemo:

$$-\frac{P}{A} \left(1 + \frac{e}{j_{g0}} \right) + \frac{M_{g0}}{W_d} + f_{tn} = 0 \quad (8.5)$$

Uočimo kako smo primijenili odnos: **$W_d/A = j_{g0}$** .

8.2 Točnije određivanje sile prednapinjanja

8.2.2 Stanje prednapinjanja

a) donji rub presjeka

U ovoj se jednačbi pojavljuje umnožak nepoznanica (to bi se očitovalo nakon množenja), pa se ona ne bi mogla riješiti na jednostavan način.

Belgijski je učenjak, **Gustave Magnel**, inače pisac prvog učbenika iz prednapetog betona, došao na vrlo plodonosnu zamisao: **podijelio** je cijelu jednačbu sa silom prednapinjanja, P :

$$-\frac{1}{A} \left(1 + \frac{e}{j_{g0}} \right) + \frac{1}{P} \left(\frac{M_{g0}}{W_d} + f_{tn} \right) = 0 \quad (8.6)$$

Iz tako dobivene jednačbe dobije se neposredno recipročna vrijednost sile prednapinjanja:

$$\frac{1}{P} = \frac{1 + e / j_{g0}}{A \left(M_{g0} / W_d + f_{tn} \right)} \quad (8.7)$$

8.2 Točnije određivanje sile prednapinjanja

8.2.2 Stanje prednapinjanja

a) *donji rub presjeka*

Očito se radi o jednačbi **pravca** tipa: $y = kx + l$ u koordinatnom sustavu s osima I/P i e .

Pogledajmo gdje taj pravac **siječe** koordinatne osi, pa prvo izjednačimo I/P s **ništicom**.

Na desnoj se strani dobije razlomak čiji **nazivnik** zasigurno **nije jednak ništici**.

Onda izlazi da **brojnik iščezava**, dakle:

$$1 + \frac{e}{j_{g0}} = 0 \quad (8.8)$$

Odavde se neposredno dobije udaljenost **presjecišta pravca s osi e**:

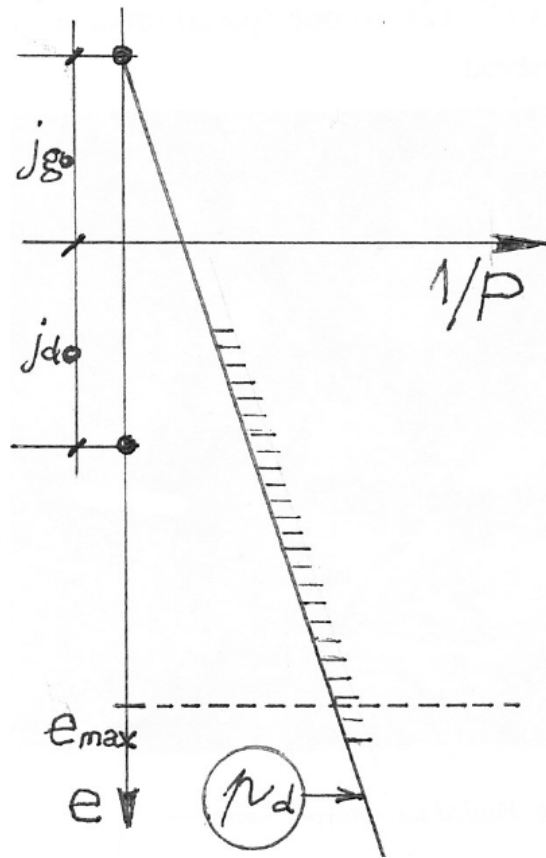
$$e = -j_{g0} \quad (8.9)$$

8.2 Točnije određivanje sile prednapinjanja

8.2.2 Stanje prednapinjanja

a) donji rub presjeka

Dakle pravac prolazi kroz **gornji rub** obične jezgre presjeka.



Drugo se presjecište dobije na sličan način, tj. uvrštavanjem $e = 0$ u jednačbu (8.7):

$$\frac{1}{P} = \frac{1}{A(M_{g0} / W_d + f_{tn})} \quad (8.10)$$

Zgodno je ovaj pravac predočiti **crtežom**.

Obično se os e postavlja u **os simetrije** presjeka, a os $1/P$ prolazi kroz njegovo **težište** (slika 8.10).

Slika 8.10: Parovi vrijednosti $1/P$; e u stanju prednapinjanja (donji rub)

8.2 Točnije određivanje sile prednapinjanja

8.2.2 Stanje prednapinjanja

a) *donji rub presjeka*

Parovi vrijednosti I/P i e što se pružaju **duž ovoga pravca** predstavljaju **granično stanje naprezanja**: dakle tlačno je naprezanje na **donjem** rubu presjeka **upravo jednako graničnomu**.

Pripadna **sila prednapinjanja najveća** je sila što smije djelovati na presjek.

To znači da su **prihvatljive vrijednosti I/P** one **duž pravca** i one **veće** od njih, dakle **desno od pravca**.

To je označeno vodoravnim crticama uz pravac na slici 8.10.

Za e ima **ograničenje** uvjetovano geometrijskim rasporedom **presjekā nategā** i zahtjevima na **zaštitni sloj betona** uz te natege (dotično njihove zaštitne cijevi).

I to je označeno na slici 8.10.

8.2 Točnije određivanje sile prednapinjanja

8.2.2 Stanje prednapinjanja

b) gornji rub presjeka

Postupimo na jednak način, pa ispišimo odgovarajuću jednačbu naprezanja:

$$-\frac{P}{A} + \frac{P \cdot e}{W_g} - \frac{M_{g0}}{W_g} - f_{vn} = 0 \quad (8.11)$$

Postupimo i s ovom jednačbom kao s jedn. (8.4):

$$-\frac{P}{A} \left(1 - \frac{e}{j_{d0}} \right) - \left(\frac{M_{g0}}{W_g} + f_{vn} \right) = 0 \quad (8.12)$$

Dobivenu jednačbu podijelimo s **P**:

$$-\frac{1}{A} \left(1 - \frac{e}{j_{d0}} \right) - \frac{1}{P} \left(\frac{M_{g0}}{W_g} + f_{vn} \right) = 0 \quad (8.13)$$

Iz nje se neposredno dobiva **recipročna vrijednost sile prednapinjanja**:

8.2 Točnije određivanje sile prednapinjanja

8.2.2 Stanje prednapinjanja

b) gornji rub presjeka

$$\frac{1}{P} = \frac{e / j_{d0} - 1}{A(M_{g0} / W_g + f_{vn})} \quad (8.14)$$

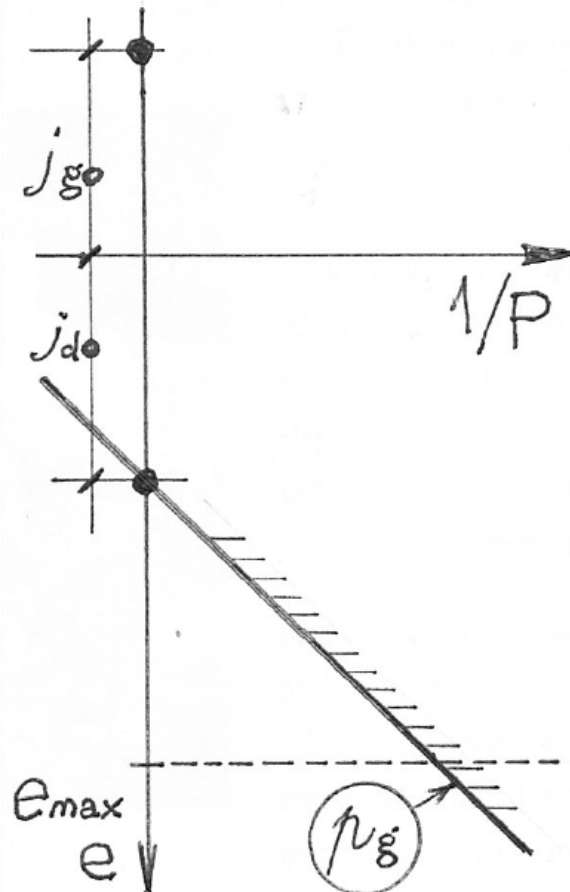
Na osnovi **jednakih** razmatranja kao uz jedn. (8.8) dobije se da je **udaljenost presjecišta pravca s osi e**:

$$e = j_{d0} \quad (8.15)$$

Na sličan način dobije se presjecište s osi **I/P**:

$$\frac{1}{P} = - \frac{1}{A(M_{g0} / W_d + f_{vn})} \quad (8.16)$$

Predočimo i ovaj pravac **crtežom** (slika 8.11).



Slika 8.11: Parovi vrijednosti $1/P$; e u stanju prednapinjanja (gornji rub)

8.2 Točnije određivanje sile prednapinjanja

8.2.2 Stanje prednapinjanja

b) gornji rub presjeka

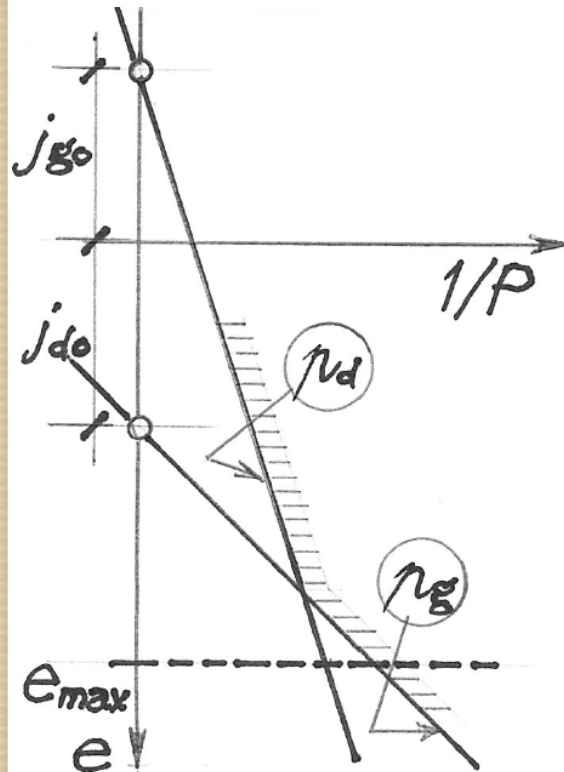
I opet vrijede slična razmatranja kao uza sliku 8.10.

Dakle, **prihvatljivi** su parovi vrijednosti $1/P$ i e što se nalaze **duž pravca i desno od njega**, što je također predočeno na slici 8.11.

Za os e vrijedi jednako **ograničenje** kao na slici 8.10.

Zgodno je **oba ova pravca** prikazati na **istomu crtežu** (slika 8.12).

Prihvatljivi parovi vrijednosti $1/P$ i e nalaze se po načelu **presjeka skupova**, dakle **duž obaju pravaca** počev od njihova **presjecišta i desno od istaknutijeg** od njih (slika 8.12).



Slika 8.12: Magnelovi pravci za stanje prednapinjanja

8.2 Točnije određivanje sile prednapinjanja

8.2.2 Uporabno stanje

a) donji rub presjeka

Na jednak način, polazimo od odgovarajuće **jednačbe napreznaja**:

$$-\frac{\eta P}{A} - \frac{\eta P \cdot e}{W_d} + \frac{M_Q}{W_d} - f_{vu} = 0 \quad (8.17)$$

Uočimo da se uza silu **P** pojavljuje koeficijent **gubitaka** od **dugotrajnih djelovanja, η** .

Opet postupimo s ovom jednačbom kao s jedn. (8.4):

$$-\frac{\eta P}{A} \left(1 + \frac{e}{j_{g0}} \right) + \frac{M_Q}{W_d} - f_{vu} = 0 \quad (8.18)$$

I opet dobivenu jednačbu podijelimo s **P**:

$$-\frac{\eta}{A} \left(1 + \frac{e}{j_{g0}} \right) + \frac{1}{P} \left(\frac{M_Q}{W_d} - f_{vu} \right) = 0 \quad (8.19)$$

8.2 Točnije određivanje sile prednapinjanja

8.2.2 Uporabno stanje

a) *donji rub presjeka*

Iz nje se neposredno dobiva **recipročna vrijednost sile prednapinjanja**:

$$\frac{1}{P} = \frac{\eta(1 + e / j_{g0})}{A(M_Q / W_d - f_{vu})} \quad (8.20)$$

Opet se, na osnovi jednakih razmatranja, dobije kako pravac što predstavlja parove vrijednosti $1/P$ i e pri kojima naprezanje na **donjem rubu presjeka** biva **upravo jednako** dopustivomu **vlačnom** naprezanju u **uporabnom** stanju prolazi **gornjim rubom** obične jezgre.

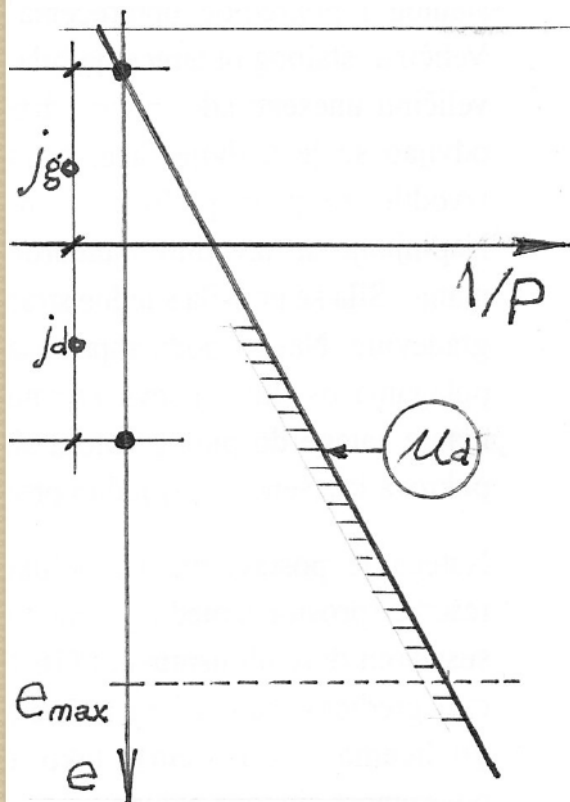
Međutim, sada se pojavljuje i jedna **bitna razlika**: ako bi sila prednapinjanja bila **manja** od one što odgovara paru vrijednosti $1/P$ i e duž pravca, **dopustivo** bi **vlačno naprezanje** bilo **premašeno**.

8.2 Točnije određivanje sile prednapinjanja

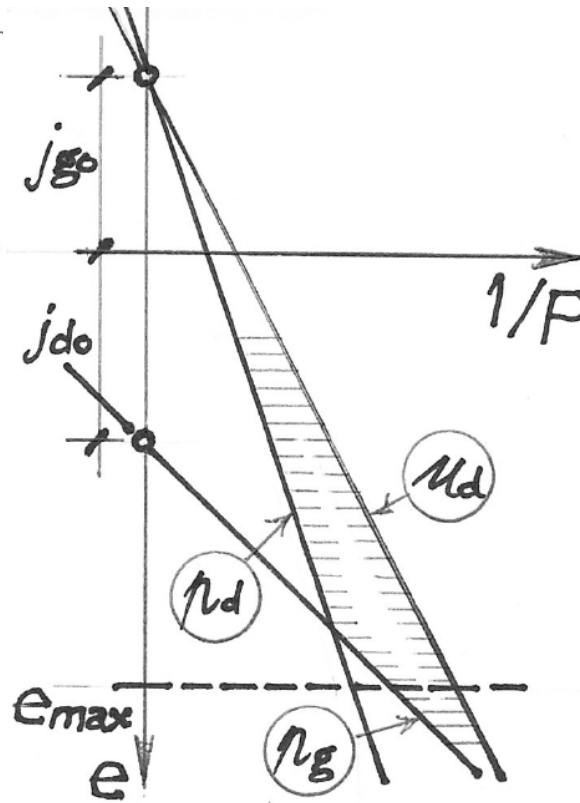
8.2.2 Uporabno stanje

a) donji rub presjeka

Zato su prihvatljivi parovi vrijednosti $1/P$ i e lijevo od pravca. Predočimo opet sve crtežom (slika 8.13).



Slika 8.13: Magnelov pravac za ukupno opterećenje (donji rub)



Slika 8.14: Magnelovi pravci za tri stanja naprezanja

Kao i u predhodnom slučaju, predočimo sva tri pravca na **istomu** crtežu (slika 8.14).

Ako bi pravac w_d pao lijevo od pravca μ_d to bi značilo da je presjek **preslab**, pa bi ga trebalo **pojačati** i ponoviti proračun.

8.2 Točnije određivanje sile prednapinjanja

8.2.2 Uporabno stanje

b) gornji rub presjeka

Sada već znamo i napamet jednačbu naprezanja:

$$-\frac{\eta P}{A} + \frac{\eta P \cdot e}{W_g} - \frac{M_Q}{W_g} + f_{tu} = 0 \quad (8.21)$$

Primijenimo na nju sličan postupak kao na jedn. (8.17):

$$-\frac{\eta P}{A} \left(1 - \frac{e}{j_{d0}}\right) - \left(\frac{M_Q}{W_g} - f_{tu}\right) = 0 \quad (8.22)$$

Kao i prije, podijelimo dobivenu jednačbu s **P**:

$$-\frac{\eta}{A} \left(1 - \frac{e}{j_{d0}}\right) - \frac{1}{P} \left(\frac{M_Q}{W_g} - f_{tu}\right) = 0 \quad (8.23)$$

Iz nje se neposredno dobiva **recipročna vrijednost sile prednapinjanja**:

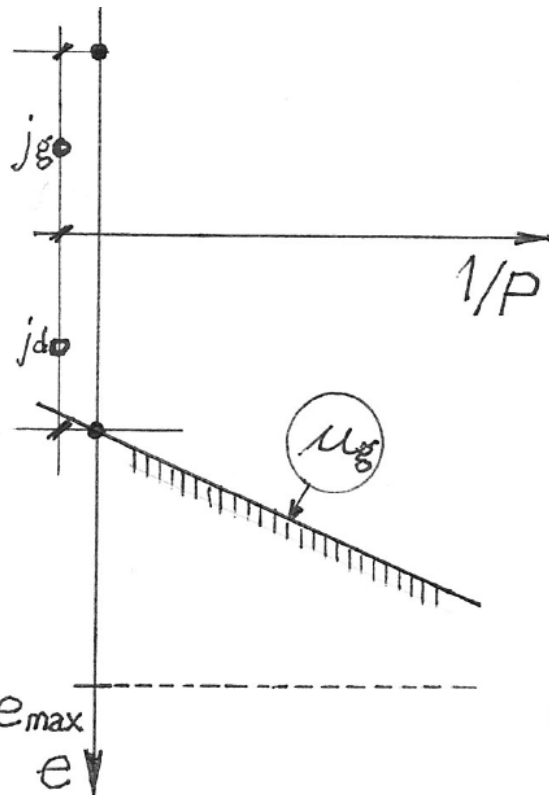
$$\frac{1}{P} = \frac{-\eta / A (1 - e / j_{d0})}{(M_Q / W_g - f_{tu})} \quad (8.24)$$

8.2 Točnije određivanje sile prednapinjanja

8.2.2 Uporabno stanje

b) gornji rub presjeka

I ovoga se puta, na osnovi jednakih razmatranja, dobije kako pravac što predstavlja parove vrijednosti I/P i e pri kojima



naprezanje na **gornjem rubu presjeka** biva **upravo jednako** dopustivomu **tlačnom** naprezanju u **uporabnom** stanju prolazi **donjim rubom** obične **jezgre** (slika 8.15).

S druge strane, budući da je ovaj pravac najčešće vrlo **položit** (malo otklonjen od osi I/P , na jednu ili drugu stranu), uputnije je mjesto pojmove lijevo i desno rabiti pojmove **ispod** i **iznad** pravca.

Slika 8.15: Magnelov pravac za puno opterećenje (gornji rub)

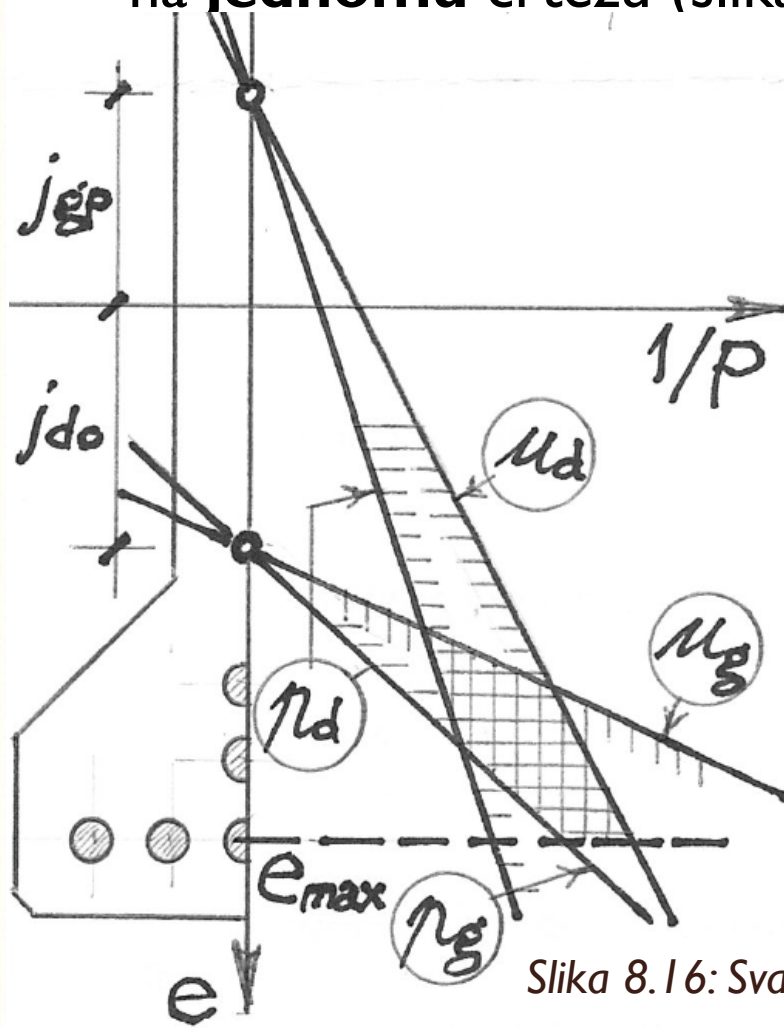
Dakle, prihvatljivi su parovi vrijednosti I/P i e **ispod** pravca.

8.2 Točnije određivanje sile prednapinjanja

8.2.2 Uporabno stanje

b) gornji rub presjeka

Kao i u predhodnim slučajevima, nacrtajmo **sva četiri pravca** na **jednomu** crtežu (slika 8.16).



Međutim, ovoga ćemo puta predočiti i dio **polovice** poprečnoga **presjeka**, kao što se običava u praksi.

Naime, u praksi se crta **jedna** slika za sva **četiri** pravca, a onda se predoči i dio poprečnoga **presjeka** nosača.

Pri tomu **ne mora biti** **jednako** mjerilo za oba smjera.

Slika 8.16: Sva četiri Magelova pravca

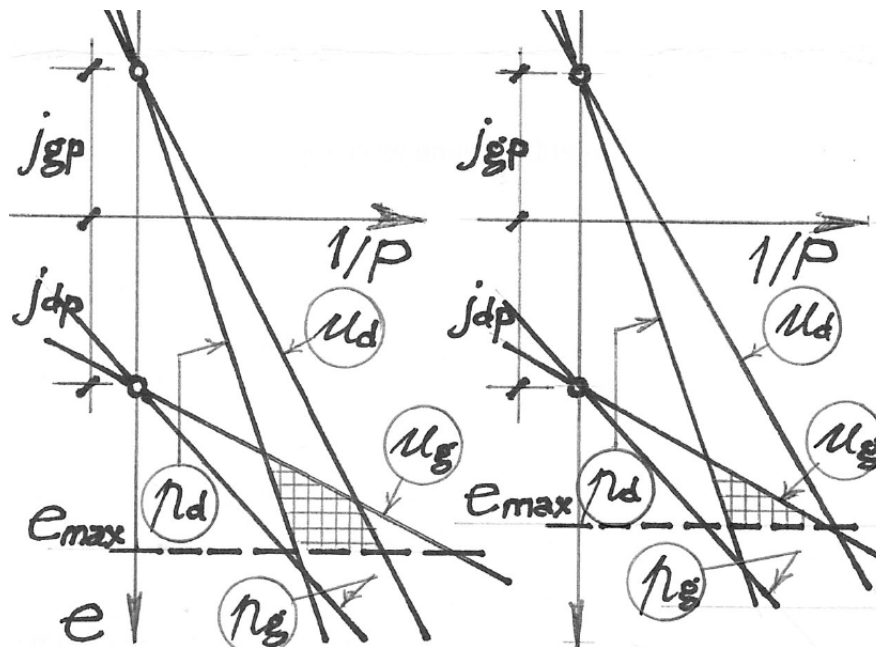
8.2 Točnije određivanje sile prednapinjanja

8.2.2 Uporabno stanje

b) gornji rub presjeka

Na slici 8.16 predočen je slučaj što se **najčešće** susreće u praksi, kada **štedljivo** dimenzioniramo.

Naime, kao **geometrijski lik**, omeđen četirima pravcima i pravcem što ograničuje e , u koji trebaju pasti prihvatljivi parovi vrijednosti $1/P$ i e , dobiven je **peterokut**.



Međutim, taj lik može biti i **čtetve-rokut** (ograničenje na e nije mjerodavno), pa i **trokut** (kada e unosi značajno ograničenje, slika 8.17).

Slika 8.17: Čtetverokutna (lijevo) i trokutna (desno) kućica naprezanja

8.2 Točnije određivanje sile prednapinjanja

8.2.2 Uporabno stanje

b) gornji rub presjeka

Naravno, u **idealnu** slučaju (što se gotovo **nikada** ne javlja u **praksi**) ovaj se lik steže u **točku**.

Inače je uvriježen naziv za ovaj lik **kućica parova vrijednosti I/P** i e.

* * * * *

8.2 Točnije određivanje sile prednapinjanja

8.2.3 Određivanje potrebnoga broja natega

Mi prirodno težimo za **najjeftinijim** rješenjem, a to je ono s **najmanjim utroškom čelika za prednapinjanje**, dakle s **najmanjom silom prednapinjanja**.

Ona odgovara skrajnjem desnomu vrhu kućice parova vrijednosti **I/P** i **e** .

Kao što je već rečeno, ta točka predstavlja **recipročnu vrijednost sile prednapinjanja**, a nas zanima **sama sila**, dakle **recipročna vrijednost veličine pridružene toj točki**.

Sila prednapinjanja ostvaruje se **napinjanjem** konkretnih **natega**, što pripadaju stanovitu **sustavu prednapinjanja** (vidi dotično predavanje).

Projektant se mora odlučiti za **jedan sustav**, a ako **izvoditelj radova** želi primijeniti **drugi**, treba obaviti odgovarajuće **preinake u proračunu**.

8.2 Točnije određivanje sile prednapinjanja

8.2.3 Određivanje potrebnoga broja natega

Još je nešto važno naglasiti.

Mi tražimo silu prednapinjanja u **najjače napregnutu presjeku** (što se u slobodno poduprtih nosača nalazi u **polovištu raspona**).

Tu se sila **razlikuje** od one **na čelu nosača** za **gubitke** od trenja i prokliznuća klina, te elastičnoga skraćenja betona.

Ovaj se gubitak za ovu svrhu **procjenjuje** po iskustvu: obično iznosi $7 \div 10 \%$.

Silu što djeluje **na čelu nosača** (iliti **nazivnu silu prednapinjanja**) obično označujemo s P_A .

Ona se dobije iz sile u polovištu raspona dijeljenjem odgovarajućim faktorom što izražava trenutačne gubitke:

$$P_A = \frac{P}{\gamma_{1/2}} \quad (8.25)$$

8.2 Točnije određivanje sile prednapinjanja

8.2.3 Određivanje potrebnoga broja natega

Ovdje je γ_{u2} koeficijent trenutačnih gubitaka sile prednapinjanja u polovištu raspona.

Sada pošto smo dobili nazivnu silu prednapinjanja, trebamo ju podijeliti sa silom u jednoj natezi, P_0 , kako bismo dobili potrebni broj natega, n :

$$n = \frac{P}{P_0} \quad (8.26)$$

Ovaj će se broj **redovito razlikovati od prirodnoga broja $N > n$** .

Zato biramo prirodan broj natega, te računamo novu silu prednapinjanja:

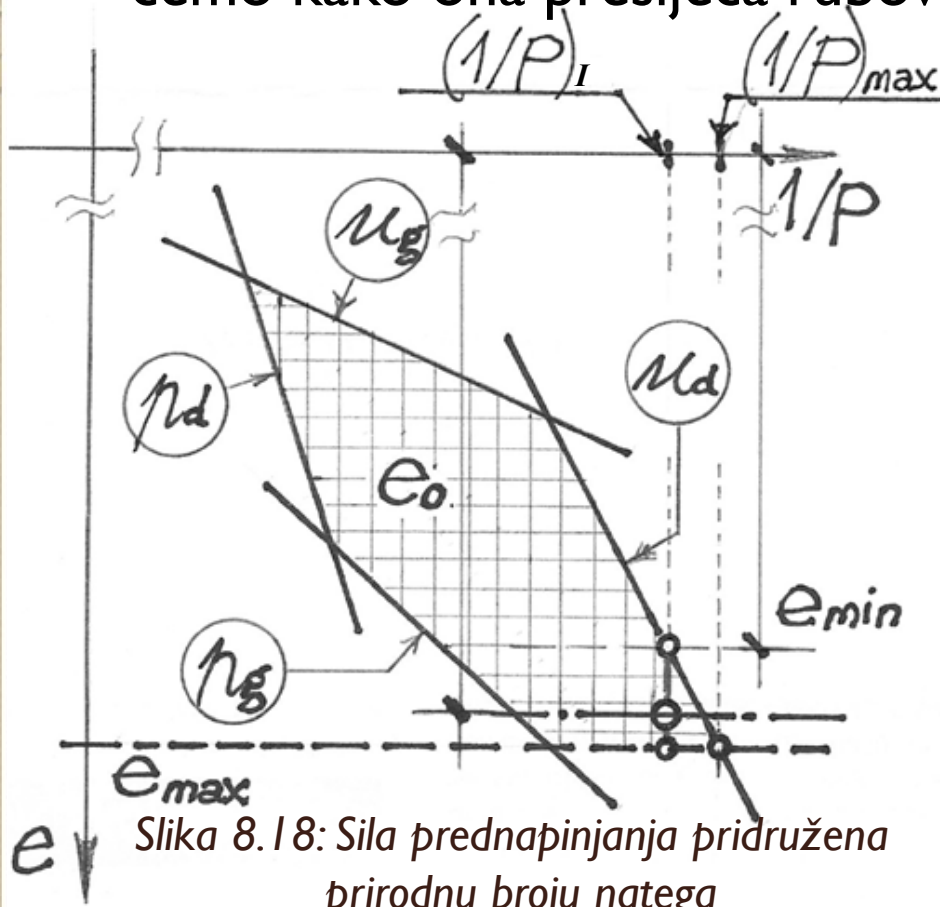
$$P_1 = N \cdot P_0 \quad (8.27)$$

Njoj je pridružena **nova** recipročna vrijednost (slika 8.18).

8.2 Točnije određivanje sile prednapinjanja

8.2.3 Određivanje potrebnoga broja natega

Povučemo li od ove nove vrijednosti okomicu na os I/P , vidjet ćemo kako ona presijeca rubove kućice u dvjema točkama.



Slika 8.18: Sila prednapinjanja pridružena prirodnu broju natega

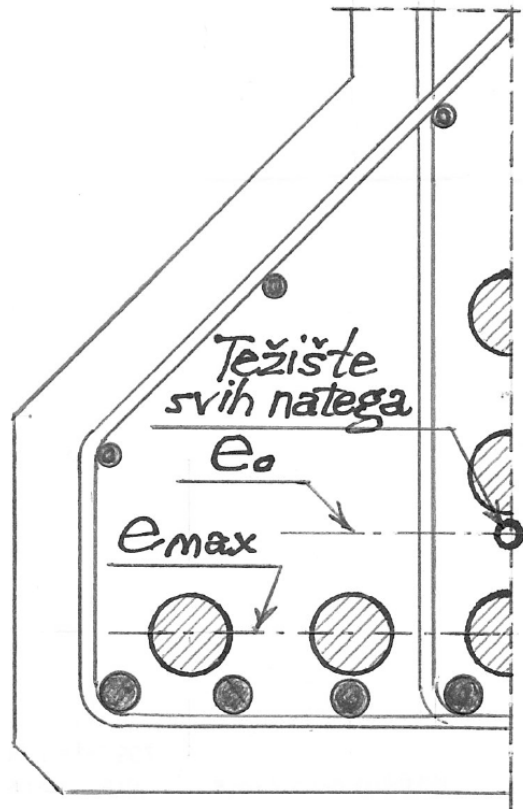
svejedno na kojoj se **visini** odabere spomenuta točka (jer su u svakoj zadovoljeni uvjeti na dopustiva

Bilo gdje između tih dviju točaka (uključujući i njih) možemo odabrati par vrijednosti I/P i e . Međutim, ta je točka najčešće **određena** položajem **težišta** presjeka **natega** (slika 8.19).

Iako je načelno

8.2 Točnije određivanje sile prednapinjanja

8.2.3 Određivanje potrebnoga broja natega



Slika 8.19: Položaj težišta svih natega

matrali u poglavlju o ponašanju **PB** nosača pod rastućim opterećenjem.

rubna naprezanja), valja nastojati da ona bude **što niže** iz dvaju razloga:

- dobit će se **veći krak unutarnjih sila** u graničnom stanju nosivosti pri **savijanju**;
- dobit će se **veći prosječni nagib natega**, pa dakle i povoljnije prenošenje **poprečne sile**.

S druge strane, valja voditi računa i o pojedinostima što smo ih raz-

8.3 Određivanje izmjera presjeka nosača

I potrebne **izmjere poprečnoga presjeka** nosača određuju se polazeći od **uvjetnih jednačbā za rubna naprezanja**.

Načelno bi trebalo ispisati sve **četiri** jednačbe, ali su u golemoj većini praktičnih slučajeva dostatne samo **dvije**:

- za donji rub presjeka u stanju **prednapinjanja** i
- za donji rub presjeka u **uporabnom** stanju.

Naime, **gornja je pojasnica** nosača najčešće **predimenzionirana** iz tehnoloških i drugih razloga, pa njezine izmjere **nema smisla** određivati iz uvjeta neprekoračenja dopustivih rubnih naprezanja.

Ispišimo te jednačbe.

a) *stanje prednapinjanja:*

$$-\frac{P}{A} \left(1 + \frac{e}{j_{g0}} \right) + \frac{M_{g0}}{W_d} + f_{tn} = 0 \quad (8.28)$$

8.3 Određivanje izmjera presjeka nosača

b) uporabno stanje

$$-\frac{\eta P}{A} \left(1 + \frac{e}{j_{g0}} \right) + \frac{M_Q}{W_d} - f_{vu} = 0 \quad (8.29)$$

Imamo dakle dvije jednačbe s najmanje trima nepoznicama: **P**, **e** i **A** (naravno, računajući s međuzavisnosti nepoznanica **A**, **W_d** i **j_{g0}**).

Međutim, uočavamo kako su one sasvim **slične građe**, pa se vrlo jednostavno možemo osloboditi **dviju nepoznanica**.

Naime, ako jedn. (8.28) **pomnožimo s $-\eta$** i dobiveno **pribrojimo** jedn. (8.29), dobit ćemo:

$$\frac{M_Q - \eta M_{g0}}{W_d} = \eta f_{tn} + f_{vu} \quad (8.30)$$

Iz ove se jednačbe dobije neposredno:

$$W_d = \frac{M_Q - \eta M_{g0}}{\eta f_{tn} + f_{vu}} \quad (8.31)$$

8.3 Određivanje izmjera presjeka nosača

Izraz sadrži nepoznati moment savijanja od vlastite težine nosača, M_{g0} (što je sadržan i u momentu od ukupnog opterećenja, M_Q).

Raščlanimo moment od ukupnog opterećenja:

$$M_Q = M_{quk} + M_{g0} \quad (8.32)$$

pri čemu je:

$$M_{quk} = M_{\Delta g} + M_q \quad (8.33)$$

Uvrstimo dobiveno u jedn. (8.31):

$$W_d = \frac{M_{quk} + (1 - \eta) M_{g0}}{\eta f_{tn} + f_{vu}} \quad (8.34)$$

Vidimo kako se M_{g0} množi s **malim** brojem (naime, koeficijent gubitaka od dugotrajnih djelovanja, η , obično ima vrijednost između 0,7 i 0,8), pa **malo utječe na rezultat**.

Zato njegovu vrijednost **pretpostavimo**; uzmemo, zavisno od raspona, da je $g_0 = 10 \div 20$ kN/m.

8.3 Određivanje izmjera presjeka nosača

Na potpuno jednak način dobili bismo izraz za moment otpora s obzirom na gornji rub presjeka, W_g .

Svezu između **momenata otpora** presjeka i njegove **ploštine** uspostaviti ćemo s pomoću **Guyonova** koeficijenta učinkovitosti presjeka, ρ :

$$\rho = \frac{j_d + j_g}{d} \quad (8.35)$$

Iz njega je očito kako je **presjek** to **učinkovitiji** što mu je **jezgra veća**.

Vrijednost je ovoga koeficijenta **poznata** (točno ili približno) za **česte oblike presjeka**: za **pravokutnik** ona je 0,33, a za presjeke oblika slova **T** ili **I** biva između 0,50 i 0,65; za **sandučast** presjek može biti i $> 0,70$.

Prisjetimo se odnosa **ploštine** presjeka i **momenata otpora**, te **odsječaka jezgre**:

8.3 Određivanje izmjera presjeka nosača

$$j_d = \frac{W_g}{A}; \quad j_g = \frac{W_d}{A} \quad (8.36)$$

Uvrsti li se ovo u jedn. (8.35), ona poprima oblik:

$$\rho = \frac{W_g + W_d}{d \cdot A} \quad (8.35a)$$

Iz nje možemo neposredno izračunati potrebnu ploštinu poprečnoga presjeka:

$$A_{potr} = \frac{W_g + W_d}{\rho \cdot d} \quad (8.37)$$

U njoj se, međutim, pojavljuje nepoznata visina presjeka, d , ali ona se obično uzima po iskustvu, zavisno od raspona:

$$d = \left(\frac{1}{15} \div \frac{1}{25} \right) l \quad (8.38)$$

Sada treba izraziti nepoznati moment tromosti, I , s pomoću poznatih momenata otpora presjeka:

$$I = W_d \cdot \gamma_d; \quad I = W_g \cdot \gamma_g \quad (8.39)$$

8.3 Određivanje izmjera presjeka nosača

Udaljenost težišta od donjeg ruba presjeka, y_d , možemo izraziti kao $d - y_g$, a y_g kao I / W_g . Iz toga slijedi da je:

$$I = W_d (d - y_g) = W_d \left(d - \frac{I}{W_g} \right) \quad (8.40)$$

Odavde se može neposredno izračunati potrební moment tromosti presjeka:

$$I = \frac{W_d \cdot W_g \cdot d}{W_d + W_g} \quad (8.41)$$

Valja još reći kako se i udaljenost težišta od ruba presjeka može izračunati iz poznatih momenata otpora presjeka.

Odaberimo udaljenost od **donjega** ruba, y_d , imajući na umu kako je $y_g = d - y_d$ i $I = W_g \cdot y_g$:

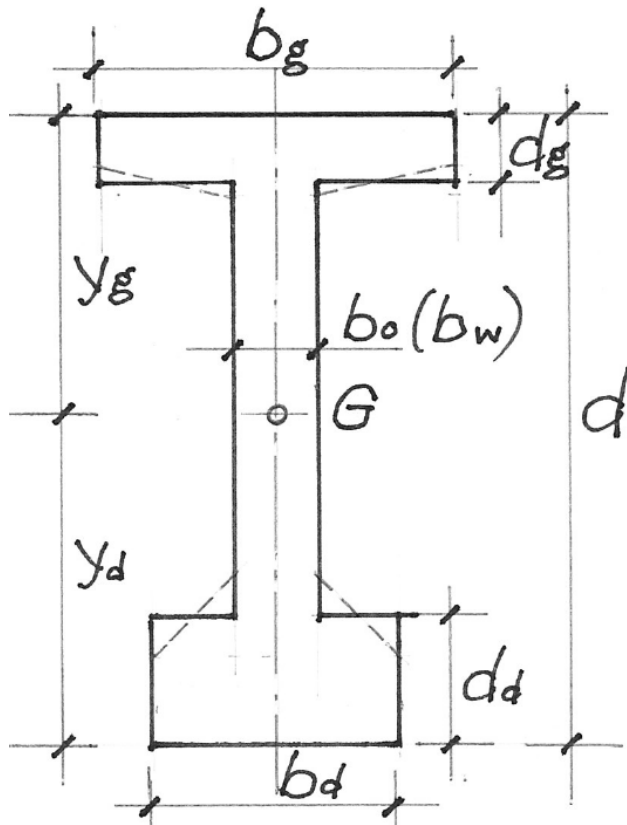
$$y_d = \frac{W_g (d - y_d)}{W_d} \quad (8.42)$$

8.3 Određivanje izmjera presjeka nosača

Iz ove se jednačbe može, odvajanjem nepoznanice, izračunati y_d :

$$y_d = \frac{W_g \cdot d}{W_d + W_g} \quad (8.43)$$

Na kraju ostaju jednačbe iz kojih se određuju nepoznate **sastavnice** presjeka.



Naime, presjek je najčešće u obliku slova **I**, a za potrebe proračuna još ga pojednostavnjujemo (slika 8.20).

Uzimamo, radi jednostavnosti (ali i iz praktičnih razloga) kako su nepoznate **dvije veličine**: širina i visina donje pojasnice, b_d i d_d .

Ako ima **još koja nepoznata veličina**, postupak je načelno **jednak** – treba samo postaviti **dodatne uvjetne jednačbe**.

Slika 8.20: Sastavnice poprečnoga presjeka

8.3 Određivanje izmjera presjeka nosača

Ploština poprečnoga presjeka izražava se jednostavno:

$$A = b_0 \cdot d + (b_d - b_0) \cdot d_d + (b_g - b_0) \cdot d_g \quad (8.44)$$

a moment tromosti računamo služeći se **Steinerovim** stavkom:

$$I = (1/12) \cdot [b_0 \cdot d^3 + (b_d - b_0) \cdot d_d^3 + (b_g - b_0) \cdot d_g^3] + b_0 \cdot d \cdot (0,5d - y_d)^2 + (b_d - b_0) \cdot d_d \cdot (y_d - 0,5d_d)^2 + (b_g - b_0) \cdot d_g \cdot (d - y_d - 0,5d_g)^2 \quad (8.45)$$

U ovom se izrazu pojavljuje nepoznata **udaljenost težišta od donjega ruba presjeka**.

Može se izračunati iz momenata otpora presjeka, kako smo vidjeli, jedn. (8.42), ali ju je često zgodno dobiti iz jednačbe za **statički moment** presjeka s obzirom na **donji rub** zahvaljujući jednomu dopustivom pojednostavnjenju:

$$S_d = 0,5b_0 \cdot d^2 + 0,5(b_d - b_0) \cdot d_d^2 + (b_g - b_0) \cdot (d - 0,5d_g)^2 \quad (8.46)$$

Drugi se pribrojnik u ovoj jednačbi očito može **zanemariti** (kvadrat male veličine pomnožen s polovinom druge također male veličine), pa ostaju samo **poznate** vrijednosti.

8.3 Određivanje izmjera presjeka nosača

Iz pojednostavnjene jedn. (8.46) dobije se neposredno:

$$y_d = \frac{S_d}{A} \quad (8.47)$$

Sada su u izrazu za moment tromosti ostale samo **dvije nepoznanice**, kao i u izrazu za ploštinu presjeka, pa ih možemo izračunati rješavanjem ovih dviju jednačbā.

Obično se u tijeku rješavanja dobije **kvadratna** jednačba za jednu od nepoznatih veličina.

Na kraju, **pojednostavnjeni** se presjek pretvara u **stvarni** u skladu s izvedbenim uvjetima i zahtjevima na obradbu pojedinosti (detalja), pri čemu se pojedine izmjere **zaokružuju** na **cijele centimetre** (i to najčešće na cijela dva ili pet/dest centimetara).

Osvrnimo se još na crtež poprečnoga presjeka (slika 8.19), na kojoj vidimo kako je nepoznato **pet** veličina.

8.3 Određivanje izmjera presjeka nosača

Teorijski bi trebalo ispisati **pet uvjetnih jednačba**, ali to se **nikada ne radi**.

Naime, ima veličina što su se **ustalile**, a određene su iz drugih uvjeta i okolnosti.

Promotrimo ih redom.

Debljina hrpta, b_0 , (ili b_w , od engl. *web* = hrbat) određena je iz **tehnoloških** uvjeta:

- da se mogu **udobno ugraditi natege**,
- da pokraj natega **stane nenapeta armatura** (u dva okomita smjera!),
- da pokraj armature ima mjesta za **iglu pervibratora** i
- da se zajamči **zaštitni sloj betona** dostatne debljine.

Iz svega ovoga izlazi da je **najmanja potrebna debljina hrpta** jednaka **trostrukomu promjeru zaštitne cijevi ($3\emptyset_c$)**.

Međutim, koliki je \emptyset_c ?

8.3 Određivanje izmjera presjeka nosača

Načelno, treba birati što **manji broj** što **jačih natega**.

Ipak, njihov broj **ne smije biti manji od tri**.

Naime, uvijek treba računati s mogućnošću da **jedna od natega zataji**.

Ako su samo **dvije** natege, zatajenje jedne znači **smanjenje granične nosivosti za 50 %**, što je **nepodnošljivo**, a ako su **tri** natege, zatajenje jedne donosi smanjenje granične nosivosti za **33 %**, što se **može podnijeti**.

Preostaju **četiri** nepoznanice.

Širina **gornje pojasnice**, b_g , najčešće je određena **tehnološkim potrebama**.

Naime, na PG glavne nosače najčešće se polažu drugi PG nosači ili PG stropne (ili krovne) ploče i sl.

Osim toga od širine gornje pojasnice izravno zavisi **bočna stabilnost** PG nosača prije nego ga ukruti nadgradnja.

8.3 Određivanje izmjera presjeka nosača

Valja znati da je **moment tromosti** PG nosača s obzirom na ravninu **okomitu** na njegovu **ravninu simetrije** (glavnu ravninu) **višestruko manji** od onog s obzirom na glavnu ravninu.

Ako se odloženi prednapeti nosač malo **nagne** pod djelovanjem **vjetra**, počnu djelovati **dodatni** poprečni **momenti savijanja** od njegove **vlastite težine**, što ga dovode u stanje **napredujućega** (progresivnoga) **sloma**, pa on **puca** kao da je od stakla (**eksplozivno!**).

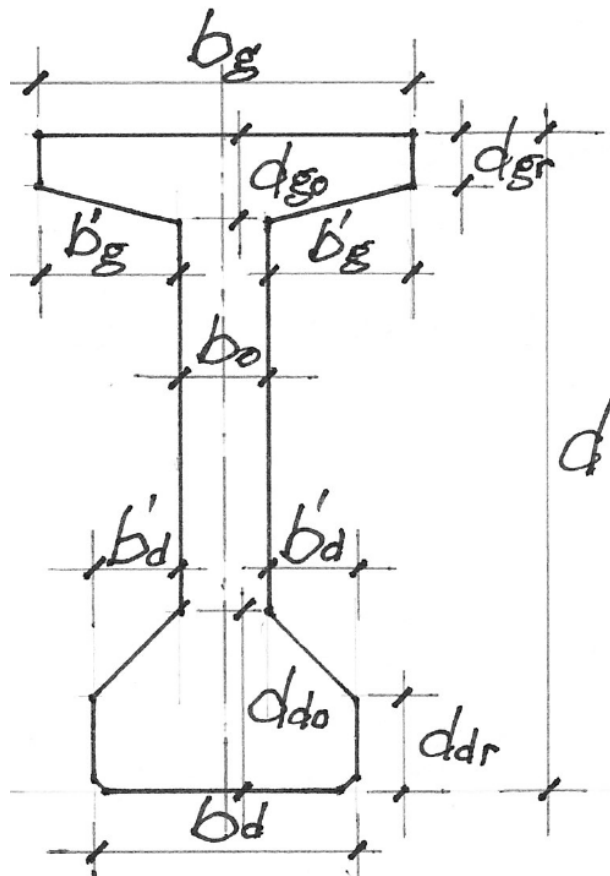
Zbog toga je najmanja širina gornje pojasnice 0,4÷0,5 m u zgradarstvu, dotično 0.8÷1,0 m u mostogradnji.

Debljina **gornje pojasnice**, d_g , izravno zavisi od njezine širine: mora biti tolika da **mjesno savijanje** od težine položenih stropnih/krovnih ploča i sl. ne izazove **nepodnošljivo velika naprezanja**.

8.3 Određivanje izmjera presjeka nosača

Tako su na kraju ostale samo **dvije** nepoznanice, za koje se postavljaju, kako je već rečeno, **dvije uvjetne jednačbe**:

- za **ploštinu** presjeka i
- za **moment tromosti** presjeka.



Slika 8.21: Poprečni presjek nosača

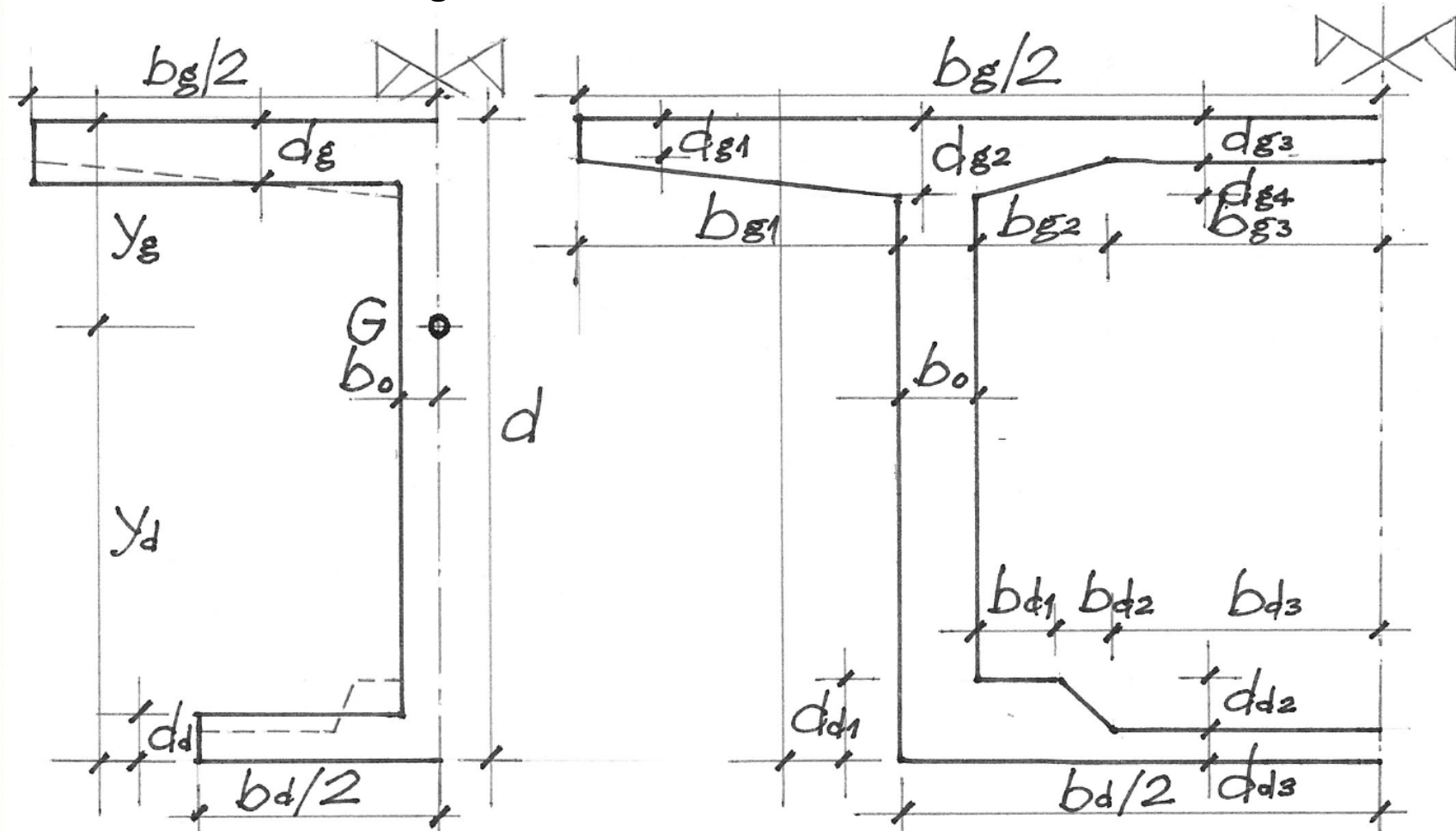
Po **Steinerovu** stavku, to je zbroj **vlastitih** momenata tromosti **sastavnih dijelova**, na što se pribraja zbroj **umnožaka ploština sastavnih dijelova i kvadrata udaljenosti njihovih težišta od težišta cijeloga presjeka**:

$$I = \sum \left[I_i + A_i (y_d - y_{di})^2 \right] \quad (8.48)$$

Na slici 8.21 predočen je presjek u **nepojednostavnijenu** obliku.

8.3 Određivanje izmjera presjeka nosača

Na sličan bi se način iz pojednostavnjena oblika mogao dobiti i **sandučast** presjek – samo bi b_0 sadržavao **dvije debljine hrpta**, a b_d i b_g odgovarajuće **širine pojasnicā** (slika 8.22).



Slika 8.22: Pojednostavnjeni i pravi poprečni presjek sandučasta nosača