

9 GUBITCI SILE PREDNAPINJANJA

9.1 Vođenje osi natega

Natege, s pomoću kojih se ostvaruje **sila prednapinjanja**, imaju najmanje **dvije uloge**:

- suprotstaviti se djelovanju **momenta savijanja**;
- ublažiti djelovanje **poprečne sile**.

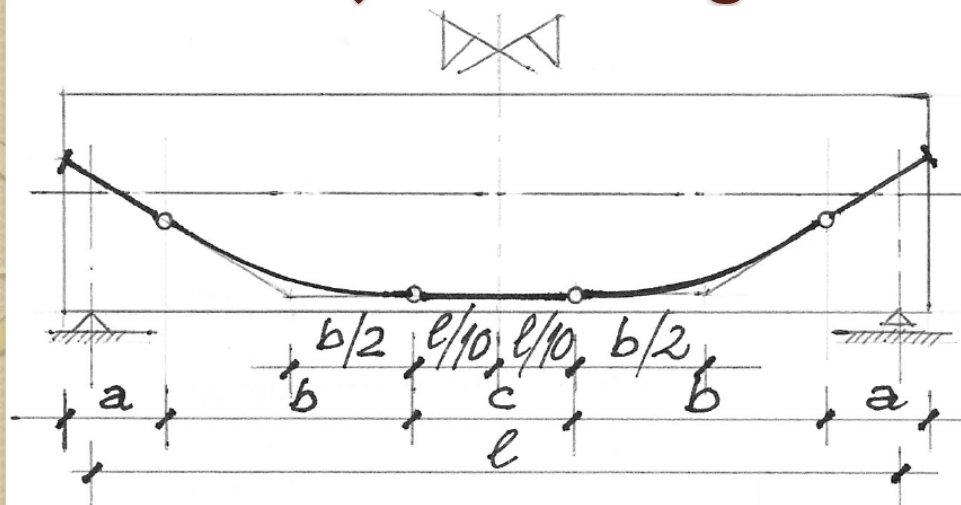
Kako bi se natega što **učinkovitije** suprotstavila djelovanju momenta savijanja, **težište** njezina **presjeka** mora biti **što dalje** od **težišta presjeka PB nosača**.

S druge strane, radi što **učinkovitijega** protudjelovanja **poprečnoj sili**, os nate mora biti što **strmija** na potezu nosača gdje djeluju **velike poprečne sile**.

Iz ovoga slijedi kako **os natege** treba voditi tako da na potezu oko **polovišta raspona** bude **što niže**, a **na čelu nosača** **što više** (slika 9.1).

Rečeno vrijedi za tzv. **rezultantnu nategu**.

9.1 Vođenje osi natega



Slika 9.1: Uzdužni raspored natega

Tako se može dogoditi da na **čelu** nosača **težište** tzv. rezultatne **natega** (one što nadomješta **sve** natega u nosaču) bude **iznad težišta** presjeka **PB nosača**.

To ne smeta – bitno je da ne bude iznad **gornjeg ruba** središnje **jezgre** presjeka.

Na slici 9.1 vidimo kako se os natega sastoji od triju odsječaka **pravca** i dvaju odsječaka **parabole** II. reda.

Odsječci su pravca na potezima **uz ležajeve nagnuti** (protudjelovanje **poprečnoj sili**), a onaj je **uz polovište raspona usporedan s osi nosača**.

To je zbog **momenata** savijanja od **promjenjivog** opterećenja.

9.1 Vođenje osi natega

Naime, promjenjivo je opterećenje **promjenjivo** ne samo po **veličini** (jačini) nego i po **položaju** duž PB nosača.

Što se **veličine** tiče zanima nas **najveća** (najčešće) i **najmanja** (rjeđe) **vrijednost**.

Za svaki **položaj** možemo odrediti pripadni **tijek momenata savijanja**, ali znamo da **svi** ti **momenti** imaju **ovojnicu** (envelopu) što ima oblik **parabole** II. stupnja s tjemenom **desetinskoj točki raspona** (slika 9.1).

Prisjetimo se sada **područja** kroz koje **mora proći os** nadomjesne (rezultirajuće) **natege**, pa i njega uzimajmo u obzir kada vodimo os natege.

Duljina nagnutih poteza natege uz ležajeve zavisi od **jačine** natege, a obično je $1,5 \div 2,5$ m.

Nagib je osi natege na tom potezu takav da se **pravac nastavlja na tangentu na parabolu**.

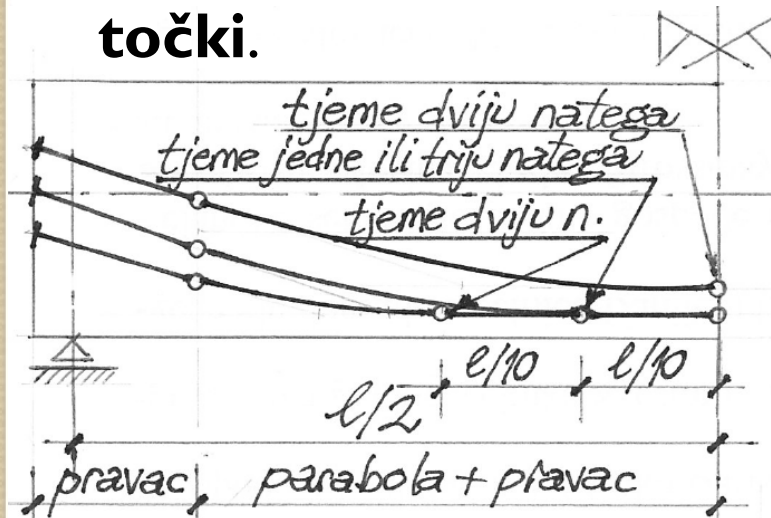
9.1 Vođenje osi natega

Parabolast oblik osi natega na preostalim potezima **prirodan** je: on slijedi **tijek momenata savijanja**.

Sve što je rečeno za **nadomjesnu** nategu načelno vrijedi i za svaku **pojedinačnu**.

Ipak, ima i stanovitih **razlika** o kojima moramo voditi računa.

Naime, iz činjenice da se **tjeme parabole nadomjesne natega** nalazi u **desetinskoj točki** uz polovište raspona **ne slijedi** da i **tjeme parabole svake natega** mora biti u **toj točki**.



Međutim, tjemena parabola **pojedinačnih** natega moraju biti raspoređena **simetrično** oko te točke (slika 9.2).

Pri tomu mogu i po **dvije** natega imati tjemena u **istomu** presjeku.

Slika 9.2: Razmještaj tjemena parabola

9.1 Vođenje osi natega

Uočimo kako **nisu sva tjemena parabola na istoj razini**, ali o tomu će biti više govora kasnije.

Prigodom vođenja osi pojedinačne natege moramo biti svjesni dviju **proturječnosti**:

- U nastojanju da postignemo što veću **učinkovitost** u suprotstavljanju **momentu savijanja** što **veći broj natega smještamo u najniži sloj**.
- Najveći broj sidara natega **na čelu nosača** smještamo u **srednju ravninu nosača**.

Iz ovoga slijede **dva načela**:

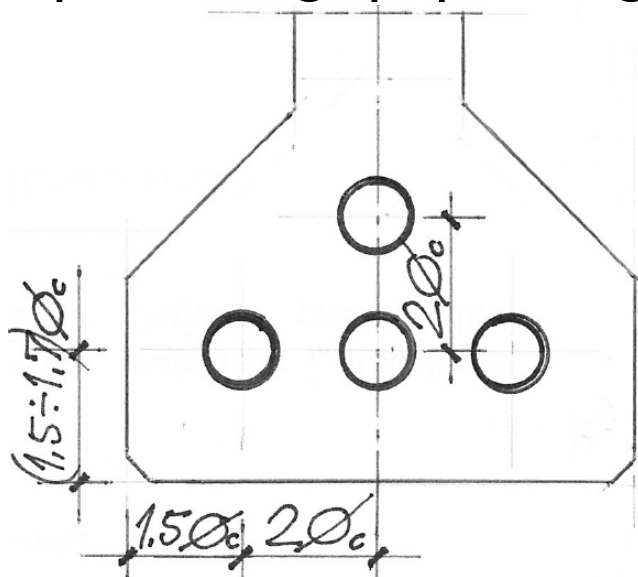
- Os natega što se na potezu oko polovišta raspona nalaze u **srednoj ravnini** nosača treba **što prije dići** kako bi se oslobodio prostor za **vodoravna skretanja** bočnih natega.
- Sva **vodoravna skretanja** treba obaviti **ispod razine presječnice kose pobočke donje pojasnice i hrpta**.

9.1 Vođenje osi natega

Pri svemu ovomu vrijedi **željezni zakon**:

SVA VODORAVNA SKRETANJA OSI NATEGA MORAJU BITI STROGO SIMETRIČNA S OBZIROM NA SREDNJU RAVNINU NOSAČA.

Naime, **nesimetrično** vođenje osi natega izazvalo bi **znatne poprečne momente savijanja**, na koje je nosač **slabo otporan** (vidjeli smo to u poglavlju o određivanju potrebnoga poprečnoga presjeka).



Slika 9.3: Poprečni razmještaj natega

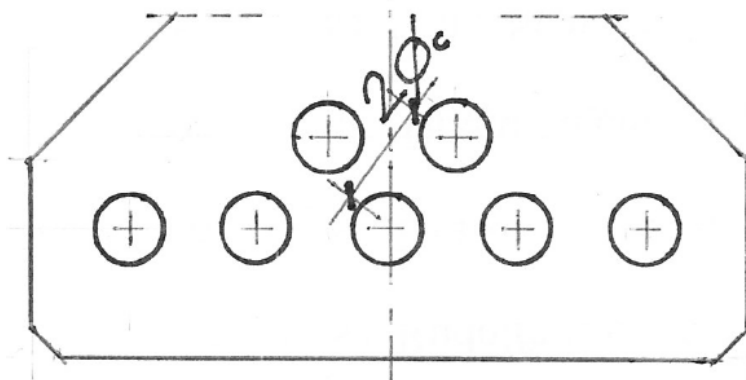
Radi valjana vođenja osi pojedinačnih natega nužno je pridržavati se **pravila o međusobnim razmacima natega** i o **najmanjim debljinama zaštitnih slojeva betona** (slika 9.3).

Obično su dana u **prospektima** pojedinih sustava prednapinjanja. 6

9.1 Vođenje osi natega

Pogledajmo sada zašto treba **sve** natege što **ne mogu stati** u **donji** vodoravni **sloj** smjestiti u **srednju ravninu**.

Naime, nastojanje za većom **učinkovitosti** u suprotstavljanju **momentu savijanja** nalagalo bi da se **preostale** natege (u ovom slučaju dvije) stave u **sljedeći sloj** (slika (9.4)).



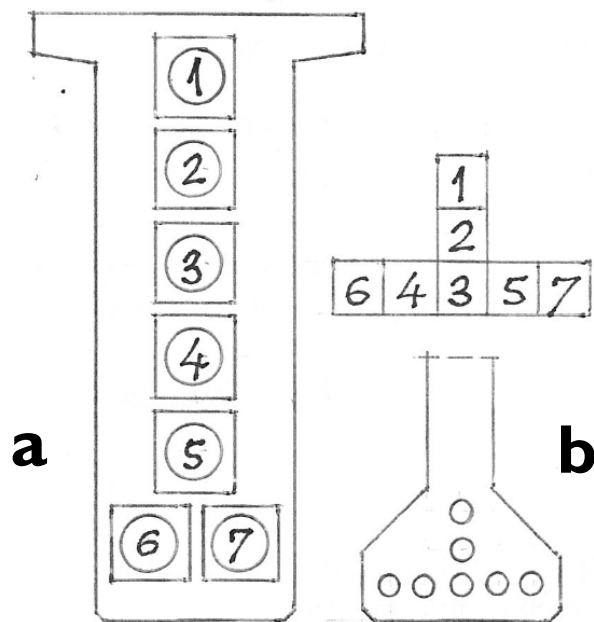
Slika 9.4: Najniži mogući položaj težišta 7 natega

Držimo li se prije navedenih načela, moramo **prvo** obaviti **vodoravna skretanja** (uz polagano dizanje – do razine spomenute presječnice kose pobočke donje pojasnice i pobočke hrpta) dviju

gornjih natega kako bi se oslobodio prostor za **dizanje** natege smještene u srednjoj ravnini.

Međutim, za sve je to potrebna i **treća dimenzija** (duž osi nosača), pa se dakle **odgađa** ono što bi se moglo obaviti **odmah** kada bi ove dvije natege bile u **srednjoj ravnini**.

9.1 Vođenje osi natega



Slika 9.5: Poprečni razmještaj natega

a) na čelu nosača; b) u polovištu raspona

zahtjevi na najmanje **međusobne razmake**, te zahtjev na položaj **težišta** svih **natega** u odnosu na **težište presjeka** nosača (slika 9.5).

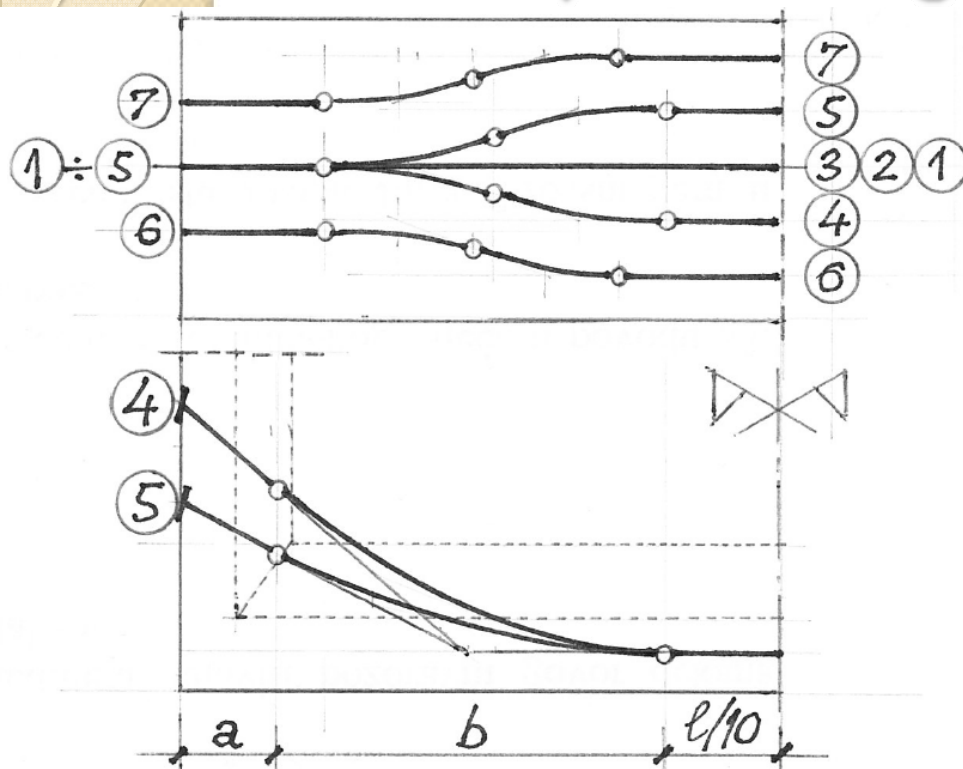
Osim ovih **dvaju** poprečnih **presjeka** valja nacrtati i **tlocrt**, s tim što se njegove **poprečne izmjere** nanose **preuveličano** kako bi se jasnije vidjeli odnosi **zakrivljenih** poteza, te **dio pogleda** (slika 9.6).

Pokažimo do sada izneseno na primjeru nosača sa **sedam** natega.

Presjek je nosača na potezu uz ležaj najčešće **pravokutan** (s malim prijepustima gornje pojasnice) kako bi se mogle ugraditi sidrene glave.

Na **čelu** nosača **sidrene se glave** rasporede tako da se zadovolje

9.1 Vođenje osi natega



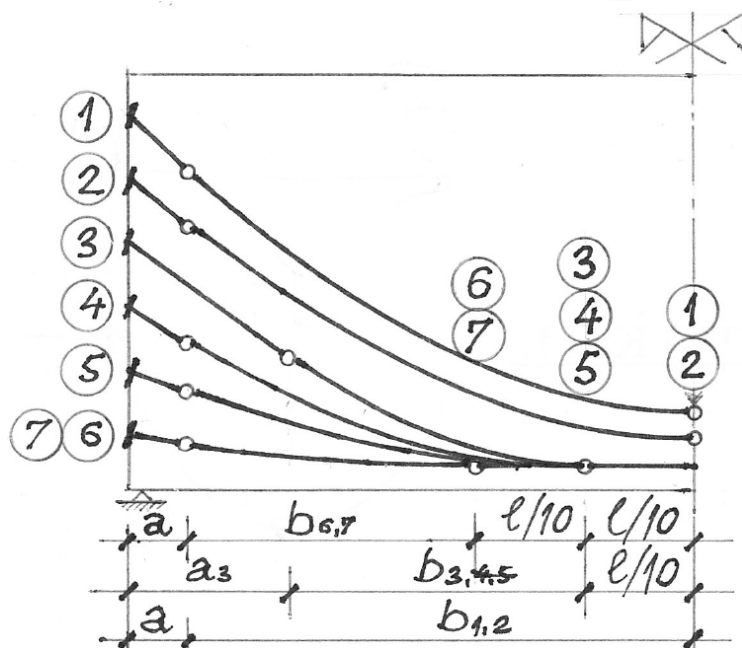
Slika 9.6: Vodoravno skretanje natega i pogled na najviše skretane natega

Imamo dakle **sedam** natega od kojih su **tri u srednjoj ravnini**. Dio pogleda nuždan nam je kako bismo vidjeli **prije kojega se presjeka** mora dogoditi vodoravno **skretanje** pojedine natega. Na njemu prikazujemo samo one natega što **vodoravno skreću**, a one **tri** što su u srednjoj ravnini idu **izravno** prema gornjem dijelu čela nosača.

Osi natega što vodoravno skreću **dvostruko** su **zakrivljene** (tvore S-krivine).

Krivulje što ih opisuju načelno bi trebale biti **kružnice**, ali s obzirom na razmjerno **malu zakrivljenost** mogu se nadomjestiti **parabolama**.

9.1 Vođenje osi natega

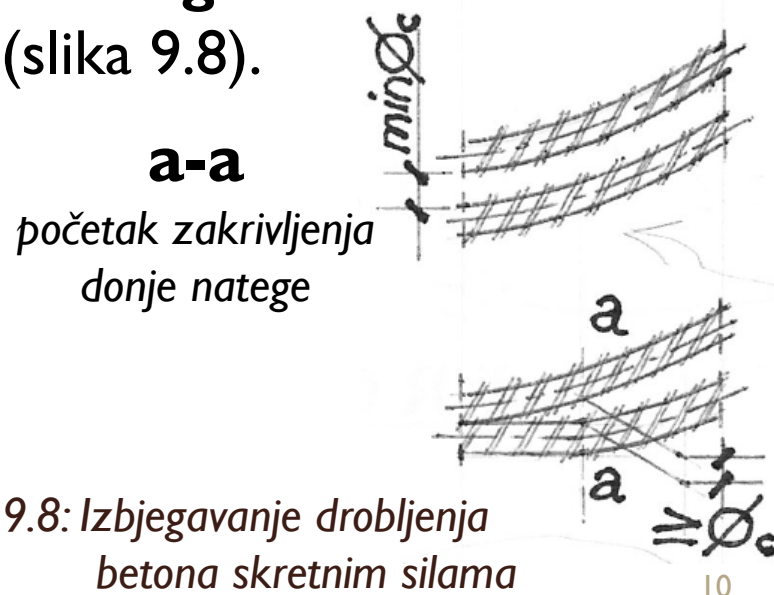


Slika 9.7: Uzdužni raspored pojedinih natega zakrivljenosti na istoj strani (slika 9.8).

Međusobni razmak ne smije biti **manji od promjera zaštitne cijevi natege** kako ne bi došlo do **cijepanja i drobljenja betona** pod djelovanjem **skretnih sila** u nategama.

Nacrtajmo još jednom svih sedam natega u pogledu (slika 9.7).

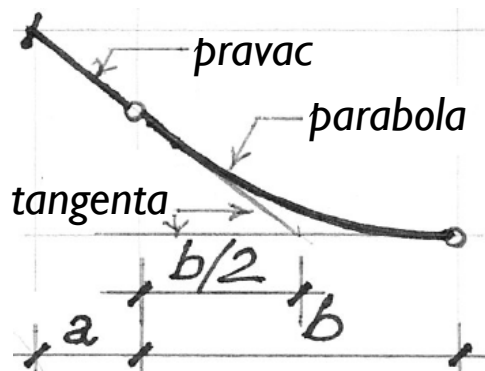
To je nužno kako bismo bolje vidjeli razmještaj **tjemenā parabolā**, ali još više radi izbjegavanja **bliska položaja dviju natega sa središtima**



Slika 9.8: Izbjegavanje drobljenja betona skretnim silama

9.1 Vođenje osi natega

Podsjetimo se na **geometrijske odnose** što ih često susrećemo pri vođenju natega.



Slika 9.9: Crtanje parabole u pogledu

Prvo, crtanje **parabole** u pogledu (slika 9.9).

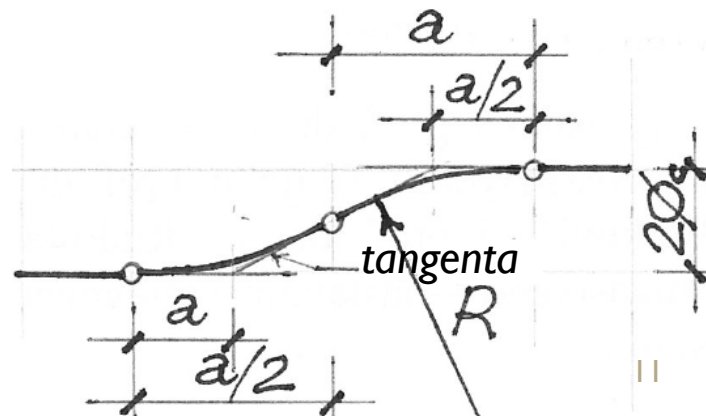
Tangenta na nju pada u **polovište razmaka između dodirne točke i tjemena**.

Drugo, pri **vodoravnom** vođenju natega valja imati na umu da se **skretanja** događaju na potezima duljine što iznosi **cio broj metara**, jer su **držači natega** razmješteni na razmaku 1 m (slika 9.10).

Slika 9.10: Vodoravno skretanje natega

Tangenta u **prijevojnoj točki** pada u **polovišta razmaka** do početaka **usporednih poteza** osi natega.

Lako se postave jednačbe iz kojih se dobije **polumjer** zakrivljenosti.



9.1 Vođenje osi natega

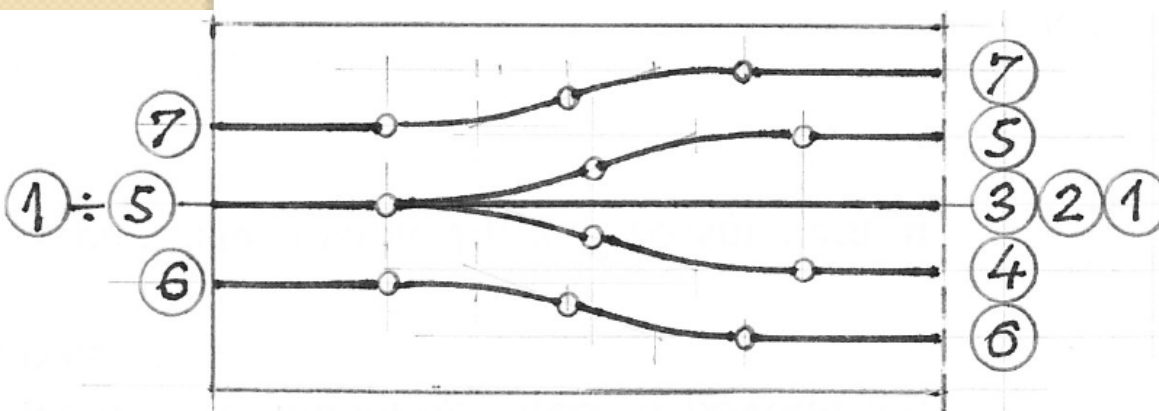
$$a = R \cdot \sin \alpha \quad (9.1)$$

$$\varnothing_c = R(1 - \cos \alpha) \quad (9.2)$$

Iz ovih je dviju jednačbā lako odrediti R:

$$R = \frac{a^2 + \varnothing_c^2}{2\varnothing_c} \quad (9.3)$$

Ako uzmemo da je $a = 1,0$ m (što je najčešći slučaj), izlazi da je $R > 7$ m, dakle $\gg R_{min}$ (on je obično $1,0 \div 3,5$ m).



Slika 9.11: Vodoravno skretanje najnižih natega
(broj 6 i 7)

Nerijetko se u dnu čela nosača mogu smjestiti dvije natega, a one se vodoravno skreću **nakon** ostalih (slika 9.11).

Općenito valja nastojati da broj natega **ne bude veći** od **sedam** (ali ni manji od tri!).

9.2 Trenutačni gubitci sile prednapinjanja

Trenutačnim se gubitcima nazivaju oni gubitci što nastaju **odmah u trenutku prednapinjanja**.

Oni imaju tri glavna uzroka:

- trenje,
- prokliznuće klina i
- elastično skraćanje betona.

Valja znati da u sustava prednapinjanja BBR sa žicama kao vlačnim člancima **nema gubitaka od prokliznuća klina**, jer se žice sidre hladno oblikovanim glavicama.

S druge strane, u svih sustava s **užetima** kao vlačnim člancima **mjera je prikliznuća klina podjednaka** (oko 6 mm), pa su onda i dotični **gubitci podjednaki**.

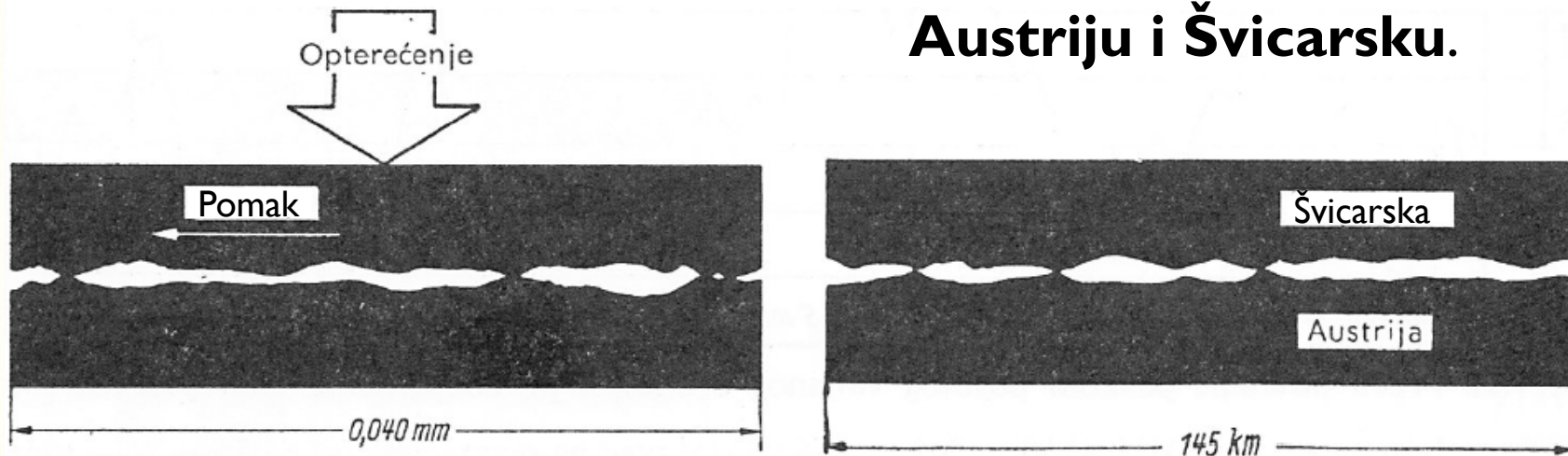
9.2 Trenutačni gubitci sile prednapinjanja

9.2.1 Gubitci od trenja

Trenjem se naziva **otpor** što nastaje kada kakvo tijelo nastojimo **pomaknuti** u odnosu na koje drugo, najčešće **podlogu**, a taj je otpor uzrokovan **neravnošću dodirne plohe**.

Pod prstima **ne možemo osjetiti** tu **neravnost**.

Dojmljiv dokaz za to pruža slika 9.12 na kojoj je uspoređen **dodir dviju brušenih čeličnih ploha s presjekom kroz Austriju i Švicarsku**.



Slika 9.12: a) poprečni presjek dviju brušenih čeličnih ploča (povećanje 2000 x)
b) Švicarska položena obrnuto na Austriju; mj. 1 : 2.000.000

9.2 Trenutačni gubitci sile prednapinjanja

9.2.1 Gubitci od trenja

Inače se sila trenja izražava umnoškom okomite sile i koeficijenta trenja:

$$T = \mu \cdot N \quad (9.4)$$

Kada se čelična žica **napne**, ona se nastoji **ispraviti** (uz neizbježivi **progib** zbog vlastite težine).

Žica se osim toga **produljuje**, pa se javlja **trenje** između žice i zaštitne cijevi.

Gubitak sile zbog trenja to je **veći** što je **veći dodirni pritisak**, dotično što je žica **jače zakrivljena**.

Trenje **smanjuje** silu u vlačnomu članku idući od **napetljivoga sidra** prema **nenapetljivomu**.

Os natege sastoji se od **prividno pravih** i **namjerno zakrivljenih** poteza.

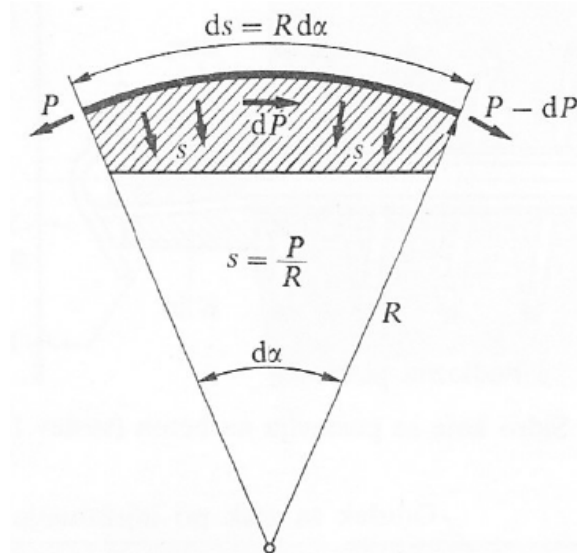
Trenje se javlja i **na prividno pravih potezima** jer se ne može napraviti **savršeno ispravljena natega**, tj. natega čija je os **savršen pravac**.

9.2 Trenutačni gubitci sile prednapinjanja

9.2.1 Gubitci od trenja

Natega se naime **podupire** na stanovitim razmacima (držači natega), a između njih ona se **progiba** pod djelovanjem **vlastite težine**, a pri betoniranju i pod djelovanjem **težine svježeg betona**.

Ova se vlastitost natega naziva **nepredviđenom** (nenamjernom) **zakrivljenošću natega**.



Slika 9.13: Smanjenje sile u natezi prebačenoj preko zakrivljene podloge

Ako se zakrivljena žica duljine **ds** napinje silom **P** , na dodirnu će zakrivljenu plohu djelovati tlak **$P \cdot ds / R$** usmjeren prema središtu zakrivljenosti (slika 9.13), gdje je **R** polumjer zakrivljenosti.

Pri tomu je sila trenja:

$$dP = -\mu \frac{P \cdot ds}{R} \quad (9.5)$$

9.2 Trenutačni gubitci sile prednapinjanja

9.2.1 Gubitci od trenja

U sredini slike zapisana je “kotlovska formula” po kojoj se dobiva **skretna sila** po jedinici duljine, a gore je navedena sila što djeluje na luku duljine **ds** .

Ona je **okomita sila** od koje izravno zavisi **sila trenja**, što se opire pomicanju žice; μ je koeficijent trenja.

Budući da je **$ds = R \cdot d\alpha$** , dibiva se **diferencijalna** jednačba:

$$\frac{dP}{P} = -\mu \cdot d\alpha \quad (9.6)$$

čije je rješenje:

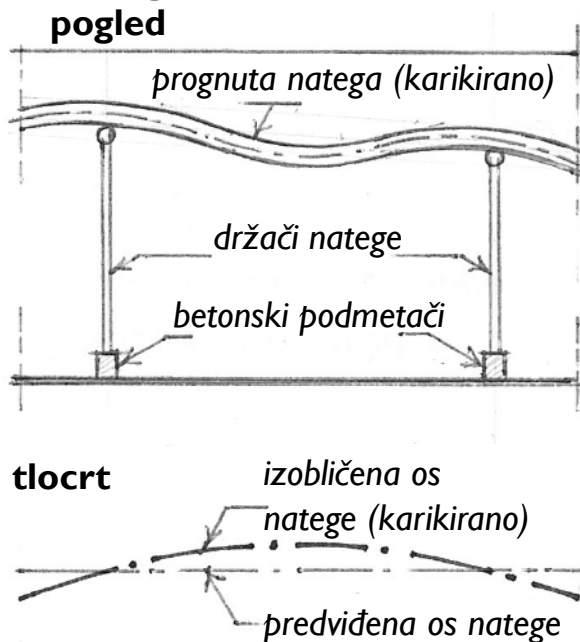
$$P = P_0 \cdot e^{-\mu\alpha} \quad (9.7)$$

gdje je **P_0** sila na početku zakrivljenja, a α kut skretanja od toga početka do točke u kojoj djeluje sila **P** .

9.2 Trenutačni gubitci sile prednapinjanja

9.2.1 Gubitci od trenja

Podsjećamo da je rješenje ove diferencijalne jednačbe našao g. 1762. **Leonhard Euler** (1707-'83), švicarski matematičar na službi na *Carskoj akademiji* (tadani naziv sveučilišta) u Petrogradu.



Slika 9.14: Nenamjerno skretanje natege

od željenog oblika osi, pa se dakle **nenamjerna** skretanja protežu **duž cijele osi natege**.

Treba još imati na umu kako do **nenamjernih** skretanja dolazi ne samo u **okomitoj ravnini** nego i u **tlocrtu** (slika 9.14).

Do ovih drugih dolazi zbog neizbježivih **netočnosti** i pogriješaka u radu.

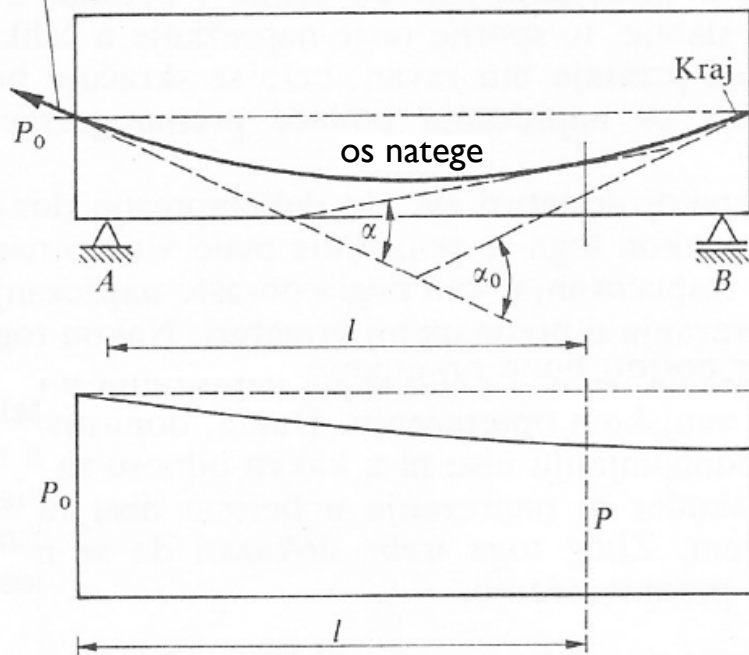
Osim toga, i na potezima **namjernih** skretanja imamo odstupanja

9.2 Trenutačni gubitci sile prednapinjanja

9.2.1 Gubitci od trenja

Utjecaj nepredviđene zakrivljenosti izračunava se s pomoću tzv. koeficijenta linijskih gubitaka, λ .

napetljivo sidro



Slika 9.15: Smanjenje sile prednapinjanja djelovanjem trenja

On je jednak umnošku **zbroja kutova skretanja** na 1,0 m duljine prividno prave (ili pravilno zakrivljene) natege i **koeficijenta trenja, μ** .

Iz ovoga slijedi kako je sila u presjeku nosača udaljenu za l od **napetljivoga** sidra (slika 9.15) jednaka:

$$P = P_0 \cdot e^{-(\mu\alpha + \lambda l)} \quad (9.8)$$

Koeficijenti μ i λ određuju se **pokusom**, a njihove se vrijednosti mogu naći u **priručnicima**.

9.2 Trenutačni gubitci sile prednapinjanja

9.2.1 Gubitci od trenja

Po podacima proizvođača **linijski** su **gubitci** $0,15 \div 0,7 \%$ (dakle variraju u dosta širokim granicama).

U nedostatku **pouzdanijih** podataka prirodno je pretpostaviti u proračunu **srednju vrijednost** od ovih dviju skrajnjih.

Budući da je kut α obično **malen** (a takva je i vrijednost $\lambda \cdot l$) dopustivo je i **pojednostavnjenje** po kojem je:

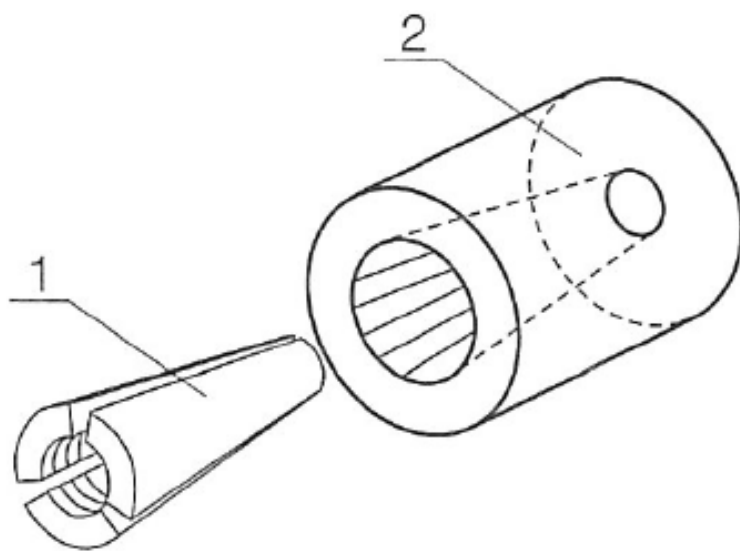
$$e^{-(\mu\alpha + \lambda l)} \approx \mu\alpha + \lambda l \quad (9.9)$$

Međutim, danas kada je **računalo** dostupno gotovo svakomu, malo kada se poseže za ovim pojednostavnjenjem.

9.2 Trenutačni gubitci sile prednapinjanja

9.2.2 Gubitci od prokliznuća klina

Ovaj se gubitak naziva i **gubitkom zbog povlačenja žica (užetā) pri zaklinjavanju.**



Slika 9.16: Trodiyelni sidreni klin

Kako bismo bolje razumjeli o čemu se radi, prisjetimo se **trodiyelnoga klina** (slika 9.16) što ga ima većina sustava prednapinjanja s **užetima** kao vlačnim člancima.

Dapače, postupak **zaklinjavanja** valja predočiti u **dvama** bitnim prizorima:

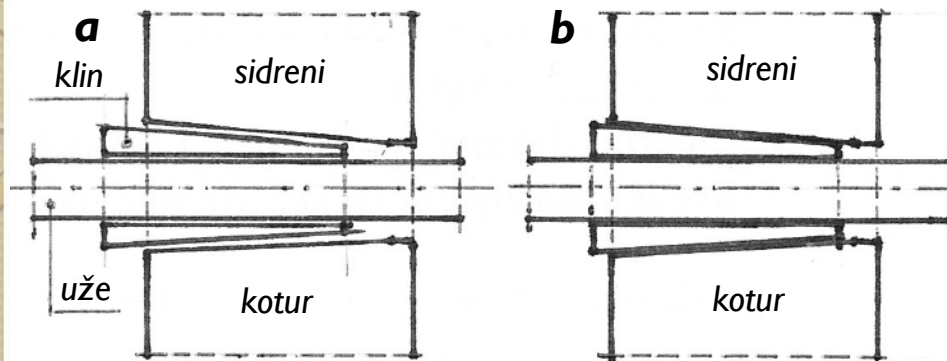
- * trodiyelni **klin** u položaju **prije utiskivanja** i

- * trodiyelni **klin** u položaju **nakon utiskivanja** (slika 9.17).

Na slici je predöčen samo jedan **čunjasti provrt** u koturu.

9.2 Trenutačni gubitci sile prednapinjanja

9.2.2 Gubitci od prokliznuća klina



Slika 9.17: Dva položaja trodijelnoga klina

a) prije zaklinjavanja

b) nakon zaklinjavanja

Pošto **zupci** trodijelnoga klina “**zagrizu**”, **klin** se prigodom utiskivanja **miče** zajedno sa zahvaćenim **užetom**.

Pritom se predhodno razvučeno uže **skraćuje**, pa

dakle i **uvlači** u zaštitnu cijev.

Zbog ovoga skraćivanja **smanjuje** se sila u užetu.

Postavlja se pitanje kolik je **otpor uvlačenju** užeta u odnosu na **otpor izvlačenju** – u obama slučajevima radi se o **trenju**.

Kako bismo odgovorili na ovo pitanje, moramo **izbližega promotriti** što se zbiva pri ovim pomacima.

9.2 Trenutačni gubitci sile prednapinjanja

9.2.2 Gubitci od prokliznuća klina

Prisjetimo se onih “**planinskih vrhunaca**” sa slike 9.12.

Ti se vrhunci prigodom **izvlačenja** užeta (pri napinjanju) **nagibaju** prema napetljivom sidru (u smjeru izvlačenja užeta).

Nagnuti vrhunci još se **jače suprotstavljaju uvlačenju** užeta pri zaklinjavanju.

Međutim, uvriježeno je da se uzima kako je **otpor trenja** u **obama slučajevima jednak**, jer se tako ostaje **na strani sigurnosti**.

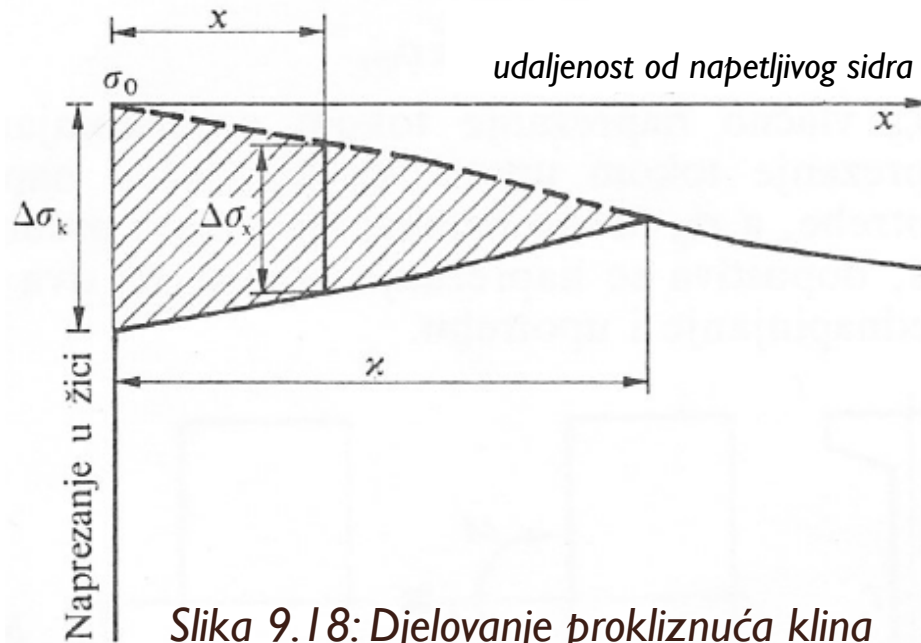
Udaljenost do koje seže utjecaj prokliznuća klina (povlačenja užeta) dobiva se, sukladno **Hookeovu** zakonu, iz izraza:

$$\kappa = \frac{1}{E_p} \int_0^x \Delta \sigma_x dx \quad (9.10)$$

a oznake su vidljive na slici 9.18.

9.2 Trenutačni gubitci sile prednapinjanja

9.2.2 Gubitci od prokliznuća klina



Slika 9.18: Djelovanje prokliznuća klina u tijeku zaklinjavanja

Ova duljina zna sezati i preko polovišta raspona, pa i do nenapetljivog sidra (u kraćih PB nosača).

Također je važno znati napinje li se natega s **jednoga kraja** nosača ili s **obaju**.

To ćemo potanje proučiti pri razmatranju **cjelovite slike trenutačnih gubitaka** sile prednapinjanja od **svih triju utjecajnih čimbenika**.

9.2 Trenutačni gubitci sile prednapinjanja

9.2.3 Gubitci od elastičnoga skraćenja betona

Ako na prizmu djeluje **osna sila**, ona se **skraćuje**, po **Hookeovu** zakonu.

Ako je u AB prizmi (gredi) **napeta natega** i greda se **skraćuje**.

Znatna je razlika između **prethodno** i **naknadno napetih greda**.

U **prethodno** napetih greda sve se natege napinju **odjednom**, te nastaje **puni gubitak sile** od elastičnoga skraćenja betona.

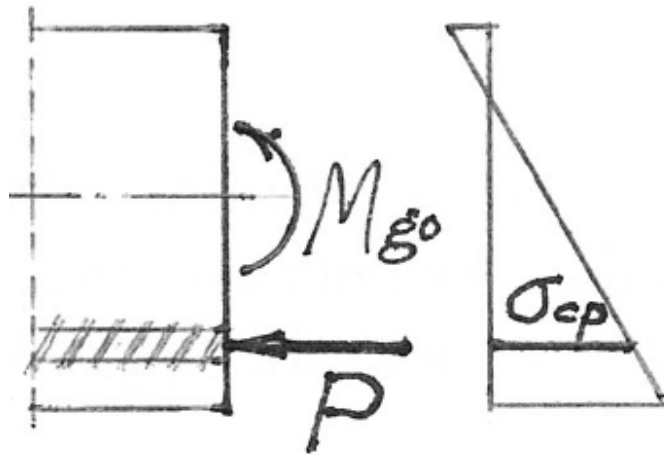
U **naknadno** napetih natege se napinju **jedna po jedna**, pri čemu napinjanje pojedinih natega izaziva gubitak sile u **već napetima**; jedino se pri napinjanju **prve** natega ne događa **nikakav gubitak**, jer se beton skraćuje **istodobno** s napinjanjem žice.

9.2 Trenutačni gubitci sile prednapinjanja

9.2.3 Gubitci od elastičnoga skraćenja betona

Kako **izračunati** gubitak sile prednapinjanja od elastičnoga skraćenja betona?

Treba prvo vidjeti koliko će se **skratiti beton u razini težišta svih natega**, a za to je potrebno najprije izračunati **naprezanje u betonu** u spomenutoj razini (slika 9.19).



Opći je izraz za naprezanje u **mimoosno** napregnutu štapu:

$$\sigma_y = \frac{N}{A} \pm \frac{M \cdot y}{I} \quad (9.11)$$

Slika 9.19: Naprezanje u betonu u razini natega

Uvrstimo odgovarajuće vrijednosti i imajmo na umu kako je ovdje **y = e**:

$$\sigma_{cp} = -\frac{P}{A} - \frac{P \cdot e \cdot e}{I} \quad (9.12)$$

9.2 Trenutačni gubitci sile prednapinjanja

9.2.3 Gubitci od elastičnoga skraćenja betona

Opet **drugi** pribrojak pomnožimo i podijelimo s ploštinom presjeka, pa uzmimo u obzir kako je:

$$\frac{I}{A} = i^2 \quad (9.13)$$

Tako ćemo dobiti:

$$\sigma_{cp} = -\frac{P}{A} \left(1 + \frac{e^2}{i^2} \right) \quad (9.14)$$

Ovo je **puna** veličina gubitka sile prednapinjanja od elastičnoga skraćenja betona.

U slučaju **naknadno** napetih nosača ovu veličinu treba **pomnožiti s faktorom smanjenja** što se dobije iz sljedećeg razmatranja.

Pri napinjanju **druge** natege **smanjuje se sila u prvoj**; kada se napinje **treća smanjuje se sila u prvoj i drugoj** i tako redom do **(n – 1)**, gdje je **n broj** natege.

9.2 Trenutačni gubitci sile prednapinjanja

9.2.3 Gubitci od elastičnoga skraćenja betona

Gubitci sile srazmjerni su sa **silama u pojedinačnim nategama**, a one su **n-ti dio ukupne sile prednapinjanja**.

Zbroj svih gubitaka srazmjeran je zbroju $(n - 1)$ prirodnih brojeva:

$$\sum (n-1) = \frac{n}{2}(n-1) \quad (9.15)$$

Računamo međutim s **prosječnim** gubitkom sile, pa dakle ovaj zbroj treba **podijeliti sa n** .

Tako dobivamo broj **srazmjeran** sa zbrojem gubitaka:

$$\frac{1}{n} \sum (n-1) = \frac{1}{2}(n-1) \quad (9.16)$$

Dijeljenjem i ovoga broja sa **n** dobivamo broj srazmjeran s **prosječnim** gubitkom sile prednapinjanja zbog elastičnoga skraćenja betona, dakle **faktor smanjenja**:

9.2 Trenutačni gubitci sile prednapinjanja

9.2.3 Gubitci od elastičnoga skraćenja betona

$$r_{es} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{n} \right) \quad (9.17)$$

Vidimo da je njegova vrijednost između **0,33** (tri natege) i **0,50** (teorijski slučaj – neizmjereno mnogo natega).

		Natege u kojima se javlja gubitak sile				
		1	2	3	4	5
Natege što se napinju	1	○				
	2	—	○			
	3	—	—	○		
	4	—	—	—	○	
	5	—	—	—	—	○

Zgodno je utjecaj napinjanja **pojedine natege** na **gubitke sile u drugima** predočiti u preglednoj tablici.

Kružići označuju natege u kojima **nema gubitaka**, a crtice one **s gubitcima**.

Još jedan praktičan slučaj: za sedam natega $r_{es} = \mathbf{0,43}$.

9.2 Trenutačni gubitci sile prednapinjanja

9.2.3 Gubitci od elastičnoga skraćenja betona

Iz naprezanja u betonu u razini težišta svih natega (jedn. 9.14) može se izračunati **pripadno skraćenje betona**:

$$\varepsilon_c = \frac{\sigma_{cp}}{E_c} \quad (9.18)$$

Istodobno se **natega** (žice ili užeta) **produljuje** za:

$$\varepsilon_p = \frac{\sigma_{p0}}{E_p} = \frac{P}{A_p E_p} \quad (9.19)$$

U ovom su izrazu:

P – sila prednapinjanja u promatranomu presjeku;

A_p – ploština presjeka svih natega;

E_p – modul elastičnosti čelika za prednapinjanje.

Kada bi se **sve** natege napinjale **istodobno**, **gubitak sile** zbog elastičnoga skraćenja bio bi jednak $\varepsilon_c/\varepsilon_p$.

9.2 Trenutačni gubitci sile prednapinjanja

9.2.3 Gubitci od elastičnoga skraćenja betona

Očito je da bi se, kada bi ove dvije vrijednosti bile **jednake**, **potpuno izgubila sila prednapinjanja**.

Srećom, **nikada** nije tako.

Zbog činjenice da se natege napinju **jedna po jedna** spomenuti omjer treba pomnožiti s faktorom r_{es} (jedn. 9.17), pa je gubitak sile prednapinjanja zbog elastičnoga skraćenja betona:

$$P_{es} = P \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_p} \cdot \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{n} \right) \quad (9.20)$$

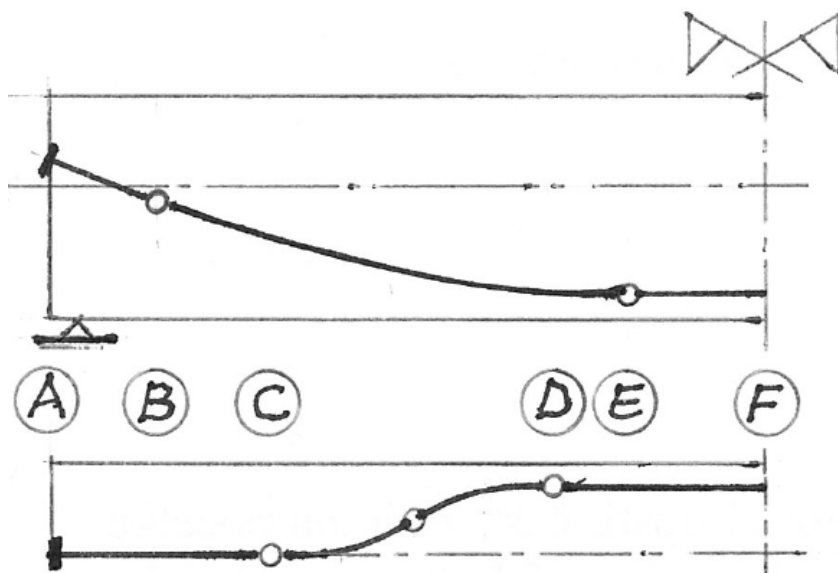
pri čemu je ***P*** sila u promatranomu presjeku (vodeći računa o gubitcima zbog trenja i prokliznuća klina).

9.3 Prikaz trenutačnih gubitaka sile prednapinjanja

Radi točna **proračuna** gubitaka od trenja i prokliznuća klina u svakomu presjeku nosača nužno je poznavati **točan prostorni tijek osi natege**.

Za većinu **praktičnih** primjena dostatno je poznavanje prostornoga tijeka **nadomjesne** (rezultirajuće) natege, a ona je geometrijsko mjesto težišta presjeka **svih natega** duž nosača.

Jedino se pri proračunu **produljenja žica** (užetā) pojedinih



Slika 9.20: Pet poteza duž osi natege

natega, te radi **vođenja osi** natega mora **odvojeno** promatrati svaka pojedina natega.

Općenito se prostorni tijek natege duž polovice nosača može podijeliti na **pet** odsječaka (slika 9.20).

9.3 Prikaz trenutačnih gubitaka sile prednapinjanja

- odsječak AB – početni pravac, čija duljina zavisi od vrsti i jačine natege i obično je navedena u priručnicima;
- odsječak BE – potez okomitih skretanja;
- odsječak CD – potez vodoravnih skretanja;
- odsječak EF – središnji pravac duljine oko desetine raspona.

Na potezu **okomitih** skretanja os natege postupno mijenja smjer od početnog do središnjega pravca i tako opisuje **parabolu**.

Tangenta na tu parabolu iz spojne točke s početnim pravcem pada u **polovište** ovoga poteza, a **kut** α što ga ta tangenta (pa tako i početni pravac) zaklapa sa središnjim pravcem predstavlja **ukupni kut okomitoga skretanja**.

Kut skretanja **bilo koje točke** unutar odsječka BE dobije se množenjem kuta α s **omjerom** udaljenosti te točke od točke B i duljine poteza okomitih skretanja.

9.3 Prikaz trenutačnih gubitaka sile prednapinjanja

Vodoravna skretanja proizlaze iz nužnosti da se natege **različito** raspoređuju **u polju** i **uz ležajeve**.

U polju se nastoji da im **težište** padne **što niže**, pa se što veći broj njih raspoređuje u **vodoravan niz**.

Uz ležajeve pak teži se da **osi** natega budu **što strmije** kako bi mogle preuzeti što veći dio **poprečne sile** od vanjskih opterećenja.

Stoga u blizini **ležaja** sve natege moraju biti **u srednjoj ravnini nosača**.

Duljina poteza **vodoravnih** skretanja određuje se iz **dvaju** uvjeta:

- natega mora dospjeti **u srednju ravninu** nosača prije nego po visini napusti **donju pojasnicu** i
- **polumjer zakrivljenosti** osi natega ne smije biti veći od **dopustivoga** za dani tip natega.

9.3 Prikaz trenutačnih gubitaka sile prednapinjanja

Na potezu **vodoravnih** skretanja os natege opisuje **dvije parabole** što se dodiruju u **prijevojnoj točki** (slika 9.20).

Kut skretanja određuje se na sličan način kao i u slučaju okomitih skretanja.

Kada su poznati svi **skretni kutovi** može se pristupiti **računanju** dubitaka sile prednapinjanja u graničnim točkama odsječaka.

Prisjetimo se **općeg izraza** za gubitak sile prednapinjanja zbog **trenja**:

$$P = P_0 \cdot e^{-(\mu\alpha + \lambda l)} \quad (9.8)$$

gdje su:

- P_0 - sila prednapinjanja na početku promatranog odsječaka;
- μ - koeficijent trenja između žica i zaštitne cijevi; najčešće je između 0,2 i 0,3

9.3 Prikaz trenutačnih gubitaka sile prednapinjanja

- α - kut skretanja osi natege od početka odsječka do promatrane točke;
- λ - koeficijent gubitaka sile prednapinjanja zbog **nenamjernih** (nepredvidivih) skretanja osi natege – tzv. koeficijent linijskih gubitaka; obično je između 0,17 i 0,7 %;
- x – udaljenost između početka odsječka i promatrane točke.

Vidimo dakle kako se odsječci dosta međusobno **razlikuju** po jačini gubitaka.

Na potezima početnog i središnjega pravca gubitci potječu samo od **nenamjernih** skretanja osi natege; na potezima BC i DE ovima se pribraja i utjecaj **okomitih** skretanja.

Duž odsječka CD skretanja su **prostorna**; prostorni skretni kut dobije se **vektorskim zbrajanjem** okomite i vodoravne sastavnice.

Tijek sile prednapinjanja duž nosača predložen je na slici 9.21.

The diagram illustrates a cable system with multiple supports and a central load. The cable is divided into segments by supports at points A, B, C, D, E, and F. The horizontal distances between supports are labeled x_B , x_C , x_D , and x_x . The vertical distances from the supports to the cable are labeled a and b . The angles of the cable segments are labeled β_1 , β_2 , and β_3 . A central load A_x is applied at point C, which is at a vertical distance C from the supports at D and E. The cable is shown in two states: a solid line and a dashed line, indicating a change in shape due to the load. A compass rose is located in the top right corner.

Strogo uzev, gubitci duž pojedinih odsječaka mijenjaju se po **eksponencijalnom** zakonu, ali te su **krivulje** toliko **ispružene** da se, bez bojazni od znatnije pogriješke, mogu nadomjestiti **pravcima**.

Primjerice, kut β_3 može se izračunati ovako:

Kada znamo ove kutove možemo odrediti silu prednapinjanja u bilo kojoj točki.

9.3 Prikaz trenutačnih gubitaka sile prednapinjanja

Tako, primjerice, sila unutar odsječka CD dobije se iz **sile** na **početku** odsječka i **kuta priraštaja gubitaka** u promatranom odsječku:

$$P_{CD} = P_C - (x_{CD} - x_C) \tan \beta_3 \quad (9.22)$$

Priraštaje gubitaka između pojedinih točaka označimo **malim** slovima što odgovaraju oznakama točaka na početku odsječka, tj. priraštaj gubitka između točaka C i D označimo sa **c** itd.

Taj se priraštaj lako izračuna s pomoću **kuta priraštaja** u promatranom odsječku:

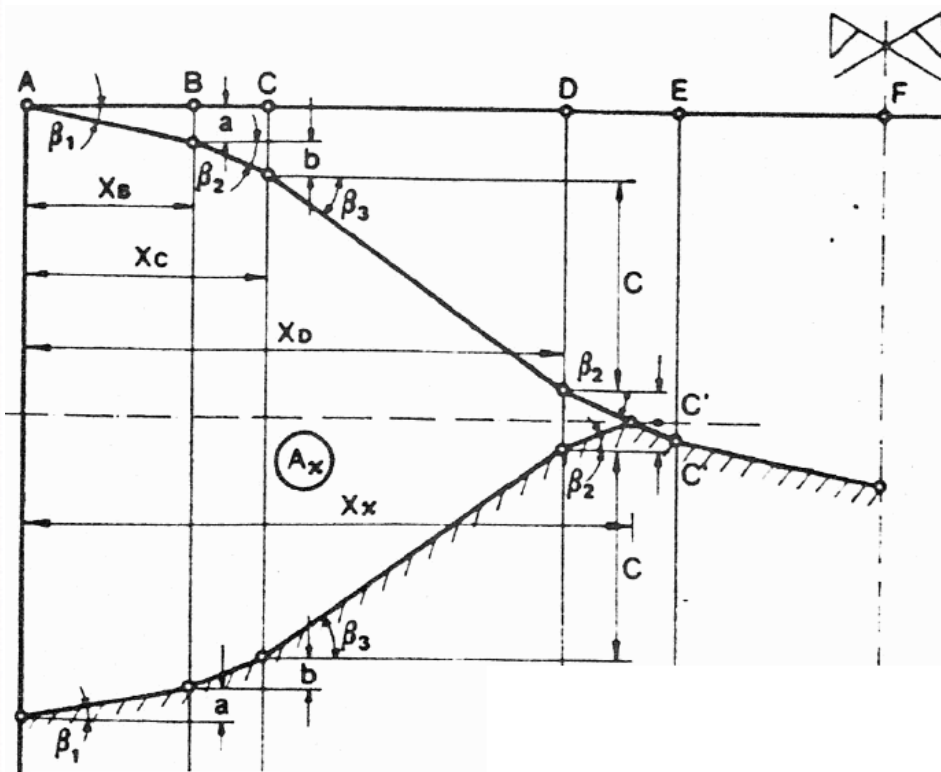
$$c = (x_D - x_C) \tan \beta_3 \quad (9.23)$$

S pomoću ovih priraštaja gubitaka lakše se računaju gubitci sile prednapinjanja zbog **prokliznuća klina**.

I oni se računaju primjenom **Hookeova** zakona.

9.3 Prikaz trenutanih gubitaka sile prednapinjanja

Mjera prokliznuća klina (najčešće izražena u mm) jednaka je **ploštini lika** omeđena dvjema izlomljenim crtama od kojih jedna predstavlja **tijek sile prednapinjanja pri napinjanju** natega, a druga – **tijek sile nakon zaklinjavanja**, tj. utiskivanja klina (slika 9.21), **podijeljenoj s modulom elastičnosti čelika za prednapinjanje**.



Slika 9.21: Gubitak sile prednapinjanja zbog prokliznuća klina

Mjera uvlačenja klina jedan je od podataka što ih proizvođači natega daju u **prospektima**.

Obično se daju **dvije** vrijednosti, a gradilišno nas iskustvo uči kako je preporučljivo uzimati u proračun vrijednosti bliže **gornjoj** granici.

9.3 Prikaz trenutačnih gubitaka sile prednapinjanja

Presjek do kojega seže **utjecaj prokliznuća klina**, tj. presjek u kojemu se sijeku dvije spomenute izlomljene crte može se **eksplicitno** odrediti ako znamo **u kojem je odsječku**.

Kako to **ne možemo znati unaprijed**, moramo ga najprije **pretpostaviti**, pa iz pripadnog izraza odrediti **apscisu presjeka**.

Ako smo **dobro** pretpostavili odsječak, **odmah** ćemo dobiti **točnu** apscisu presjeka; ako pak **nismo**, dobit ćemo neku vrijednost apscise što pada u **pravi** odsječak i **ponovljenim računanjem** (ali sada po izrazu što vrijedi za odsječak u kojem je sjecište) dobit ćemo **točnu** vrijednost apscise presjeka do kojega seže utjecaj prokliznuća klina.

Pretpostavimo da presjek do kojega seže utjecaj prokliznuća klina pada u odsječak **DE** (što je vrlo čest slučaj) i označimo apscisu toga presjeka sa **x**.

9.3 Prikaz trenutanih gubitaka sile prednapinjanja

Ploštinu lika omeđena dvjema izlomljenim crtama, **A**, dobit ćemo jednostavnim **zbrajanjem dijelova** te ploštine po odsječcima (slika 9.21).

$$A_k = x_B \cdot a + (x_C - x_B) \cdot b + (x_D - x_C) \cdot c + (x_k - x_D) \cdot c' + 2x_B(b + c + c') + 2(x_C - x_B)(c + c') + 2(x_D - x_C) \cdot c' \quad (9.24)$$

ili u sažetijem obliku:

$$A_k = x_B \cdot a + (x_B + x_C) \cdot b + (x_C + x_D) \cdot c + (x_k + x_D) \cdot c' \quad (9.25)$$

Ako se sada c' izrazi preko nepoznate apscise presjeka što ju tražimo,

$$c' = (x_k - x_D) \tan \beta_2 \quad (9.26)$$

dobit ćemo jednačbu **drugoga stupnja** po nepoznanici x_k :

$$A_k = x_B \cdot a + (x_B + x_C) \cdot b + (x_C + x_D) \cdot c + (x_k^2 - x_D) \cdot \tan \beta_2 \quad (9.27)$$

Lijevu stranu ove jednačbe treba izraziti s pomoću **poznatih** veličina, tj. primijeniti **Hookeov** zakon:

$$A_k = \kappa \cdot E \quad (9.28)$$

9.3 Prikaz trenutačnih gubitaka sile prednapinjanja

Ovdje su:

- κ - mjera prokliznuća klina [mm];
- E_p - modul elastičnosti čelika za prednapinjanje.

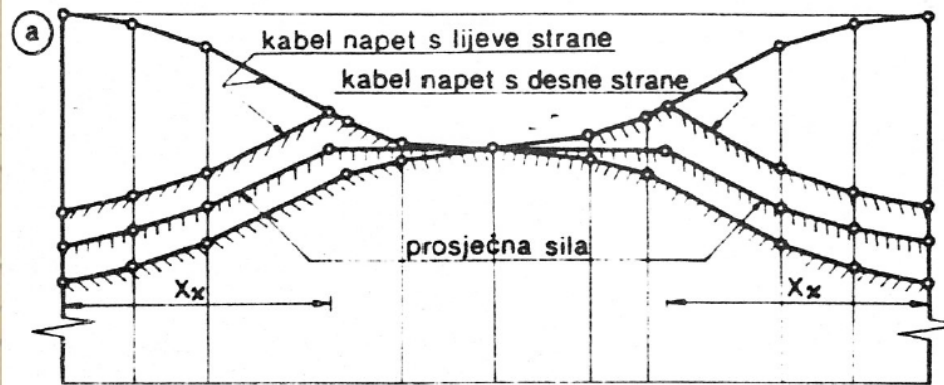
Iz ovako preuređene jedn. (9.27) dobiva se neposredno **apscisa** presjeka do kojega seže utjecaj prikliznuća klina:

$$x_{\kappa} = \sqrt{\frac{\kappa \cdot E + x_D \cdot \tan \beta_2 - x_B \cdot a - (x_B + x_C) \cdot b - (x_C + x_D) \cdot c}{\tan \beta_2}} \quad (9.29)$$

Veličina sile prednapinjanja u nekomu presjeku unutar odsječka zavisi od toga napinju li se natege samo **s jednoga čela** nosača ili **istodobno s obaju čela**.

U **prvom** slučaju do presjeka do kojega seže utjecaj prokliznuća klina sila prednapinjanja određena je **donjom** izlomljenom crtom, a na potezu nosača između **ovoga** presjeka i **njemu zrcalno simetričnoga** – **gornjom** izlomljenom crtom (slika 9.23).

9.3 Prikaz trenutačnih gubitaka sile prednapinjanja



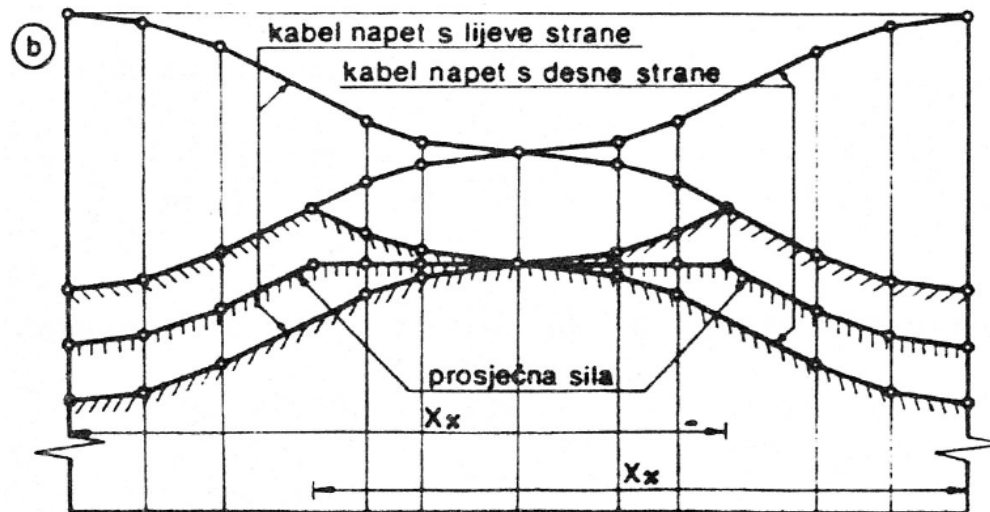
Slika 9.22: Zavisnost veličine sile prednapinjanja od dosega utjecaja prokliznuća klina; utjecaj ne seže do polovišta raspona

U **drugom** je slučaju sila prednapinjanja **srednja vrijednost** između pripadnih veličina za **lijevu** i zrcalno simetričnu **desnu** nadomjesnu nategu (slika 9.23).

Tako je za odsječak CD u **prvom** slučaju (gdje utjecaj prokliznuća seže do presjeka u odsječku DE):

$$P_{CD} = P_C - 2(c + c') + (x_{CD} - x_C) \cdot \tan \beta_3 \quad (9.30)$$

a u **drugom** je slučaju:



Slika 9.22: Zavisnost veličine sile prednapinjanja od dosega utjecaja prokliznuća klina; utjecaj seže do iza polovišta raspona

9.3 Prikaz trenutačnih gubitaka sile prednapinjanja

$$P_{CD} = P_C - (2c + c' + d + e) \cdot (x_{CD} - x_C) \tan \beta_3 \quad (9.31)$$

Ovdje P_C ima značenje kao i u jedn. (9.8), tj. vrijednost sile u presjeku C u stanju napinjanja natege, **bez uzimanja u obzir gubitka od prokliznuća klina**, dok P_{CD} predstavlja silu prednapinjanja u nekomu presjeku nosača **unutar** odsječka CD **uz uzimanje u obzir toga gubitka**.

Uočimo **znatnu razliku** između prosječnih sila u dvama razmatranim slučajevima.

Ovako smo definirali **početnu** vrijednost sile prednapinjanja **u bilo kojemu presjeku duž nosača** ako znamo **veličinu te sile na mjestu napinjanja** (na čelu nosača), **prostorni tijek nadomjesne natege**, te **podatke** od kojih zavise **gubitci sile zbog trenja i prokliznuća klina**.

Gubitci od **elastičnoga skraćenja betona** pribrajaju se **ovima**.

9.4 Vremenski gubitci sile prednapinjanja

9.4.1 Opuštanje čelika za prednapinjanje

Opuštanje čelika proces je što je u početku znatno brži zbog čega se u predhodno napetih nosača dio opuštanja događa još prije unošenja sile prednapinjanja u beton.

Danas se općenito prihvaća kako isporučitelj čelika za prednapinjanje mora dostaviti podatke o mjeri opuštanja čelika.

Ukupan gubitak sile prednapinjanja zbog opuštanja čelika računa se iz izraza:

$$\Delta P_r = \Delta \sigma_{pr\infty} \cdot A_p \quad (9.32)$$

U trenutku $t = \infty$ uzimamo da je vrijednost $\Delta \sigma_{pr\infty}$ približno **trostruka** vrijednost $\Delta \sigma_{pr1000}$ što se izražava u postotcima **početnog** naprezanja.

Bitno je dobro procijeniti **razinu** početnih naprezanja.

9.4 Vremenski gubitci sile prednapinjanja

9.4.1 Opuštanje čelika za prednapinjanje

Naime, naprezanje σ_p **opada s vremenom**, najprije zbog trenutačnih gubitaka, a zatim usporedno s opuštanjem zbog skupljanja i puzanja betona.

Zato treba s mjerom **opreza** procijeniti vrijednost razmjerne razine početnih naprezanja σ_p / f_{pk} .

Obično se uzima da je **približno** $\sigma_p = \sigma_{pg}$, pri čemu je σ_{pg} naprezanje u čeliku za prednapinjanje pod **stalnim** opterećenjem.

U slučaju kada gubitke od opuštanja čelika treba odrediti točnije uzima se da je:

$$\sigma_p = \sigma_{pg} - 0,3 \Delta\sigma_{p,c+s+r} \quad (9.33)$$

Ovdje je međutim nužno **pretpostaviti** gubitke od skupljanja i puzanja betona, $\Delta\sigma_{p,c+s+r}$.

9.4 Vremenski gubitci sile prednapinjanja

9.4.1 Opuštanje čelika za prednapinjanje

Priraštaj gubitaka od opuštanja čelika u slučaju sklopova izloženih **visokim temperaturama** znatno je **nagliji**.

Ipak, **kratkotrajni** priraštaj temperature, kakav se događa pri **toplinskoj obradbi** nosača radi ubrzana **vezanja cementa**, iako izaziva kratkotrajan **nagao gubitak**, **ne utječe na konačnu silu prednapinjanja**.

Europske norme **preporučuju** uzimanje u obzir ovog učinka kada se radi o **serijskoj proizvodnji** i daju **upute** za provedbu dotičnoga proračuna.

9.4 Vremenski gubitci sile prednapinjanja

9.4.2 Skupljanje i puzanje betona

Skupljanje i puzanje betona događa se u **svih AB sklopova**, ali je njihov **učinak na stanje naprezanja** najznatniji u **PB sklopova**.

Već je rečeno u uvodnom predavanju kako je **nepoznavanje ovih pojava** bilo **glavnim uzrokom neuspjeha prednapinjanja** u prvom razdoblju.

Danas se najčešće ove **dvije pojave** i njihovi učinci razmatraju **zajedno** budući da je njihov **tijek u vremenu afin**; naime opisuju se funkcijama **istog oblika**:

$$\frac{\varepsilon_{cs}(t)}{\varepsilon_{cs,\infty}} = \frac{\varepsilon_{cc}(t)}{\varepsilon_{cc,\infty}} = \frac{\varphi_c(t)}{\varphi_{c,\infty}} \quad (9.34)$$

odakle slijedi:

$$\varepsilon_{cs}(t) = \frac{\varepsilon_{cs,\infty}}{\varphi_{c,\infty}} \cdot \varphi_c(t) \quad (9.35)$$

9.4 Vremenski gubitci sile prednapinjanja

9.4.2 Skupljanje i puzanje betona

Na ovoj su osnovi izvedeni izrazi za proračun gubitaka naprezanja u **osno napregnutih PB štapova** (*F. Dischinger*, 1937.), a kasnije i za **savijane i mimoosno napregnute štapove** (*Busemann*, 1950.).

Gubitak naprezanja u osno napregnutih štapova iznosi:

$$\Delta P_{t,c+s} = \left(P_0 + N_{Sd,It} + \frac{E_c \cdot A_c \cdot \varepsilon_{cs,\infty}}{\varphi_{c,\infty}} \right) \left(1 - e^{-\alpha_p \varphi_{c,\infty}} \right) \quad (9.36)$$

gdje su:

- P_i – početna sila prednapinjanja (nakon trenutačnih gubitaka);
- $N_{Sd,It}$ – uzdužna sila od dugotrajnih opterećenja (tlačna sila pozitivna)
- $\alpha_p = \frac{E_p A_p}{E_p A_p + E_c A_c}$

9.4 Vremenski gubitci sile prednapinjanja

9.4.2 Skupljanje i puzanje betona

Za savijane i mimoosno napregnute štapove vrijedi:

$$\Delta P_{t,c+s} = \left(P_0 + N_{sd,1} + E_c A_{c0} \cdot \frac{\varepsilon_{cs,\infty}}{\varphi_{c,\infty}} \right) \left(1 - e^{-\alpha_p \varphi_{c,\infty}} \right) \quad (9.37)$$

Ovdje su P_i i $N_{sd,it}$ kao gore, a $M_{sd,it}$ moment od dugotrajnih opterećenja.

Nadalje:

$$N_{sd,1} = \frac{N_{s,it} e_1 - M_{s,it}}{e_p + e_1}, \quad e_1 = \frac{I_c}{E_p A_c}$$

$$A_{c0} = A_c \frac{e_1}{e_p + e_1}, \quad \alpha'_p = \frac{E_p A_p}{E_p A_p + E_c A_{c0}}$$

U izrazima (9.33) do (9.37) radi jednostavnosti koeficijenti puzanja zapisivani su kao $\varphi_c(\mathbf{t})$ mjesto $\varphi_c(\tau)$, gdje je $\tau = \mathbf{t} - \mathbf{t}_0$, te $\varphi_{c\infty}$ mjesto $\varphi_c(\infty, \mathbf{t}_0)$.

Vremenski gubitci od skupljanja i puzanja vrlo su **složeni** i **teško ih je procijeniti** zbog velikih razlika u ε_{cs} i φ_c .

9.4 Vremenski gubitci sile prednapinjanja

9.4.2 Skupljanje i puzanje betona

Ti gubitci najčešće iznose:

- u **predhodno** napetih sklopova 12÷24 % (zavisno od zrelosti betona pri unošenju sile prednapinjanja);
- u **naknadno** napetih sklopova betoniranih **na skeli** 10÷20 %
- u **naknadno** napetih **PG** sklopova 5÷10 %.

Norme propisuju da se zajedno računaju gubitci od svih triju uzroka u promatranom trenutku **t** iz izraza:

$$\Delta P_{t,c+s+r} = \Delta \sigma_{t,c+s+r} \cdot A_p \quad (9.38)$$

Pri čemu se ukupni gubitak naprezanja računa iz izraza:

$$\Delta \sigma_{p,c+s+r} = \frac{\varepsilon_{cs}(t, t_0) E_p + 0,8 \Delta \sigma_{prt} + \alpha_e \cdot \varphi_c(t, t_0) \cdot (\sigma_{cg} + \sigma_{cp}) + \alpha_e \varphi_c(t, t_1) \sigma_{c\Delta g}}{1 + \alpha_e \rho_p \left(1 + (A_c / I_c) \cdot e_p^2 \right) [1 + 0,8 \varphi_c(t, t_0)]} \quad (9.37a)$$

Značenja pojedinih oznaka predložena su na sljedećoj prozirnici.

9.4 Vremenski gubitci sile prednapinjanja

9.4.2 Skupljanje i puzanje betona

- t - starost betona u promatranom trenutku (u danima);
- t_s - starost betona na početku vremenskog odsječka za koji se računa utjecaj skupljanja (u danima);
- t_l - starost betona u trenutku nanošenja dodatnoga stalnog opterećenja, Δg ;
- $\epsilon_{cs}(t, t_s)$ - predviđeno ukupno skraćanje od skupljanja nakon vremena t ;
- $\Delta \sigma_{prt}$ - gubitak naprezanja od opuštanja čelika;
- $\alpha_e = E_p / E_{cm}$
- t_0 - starost betona na početku vremenskog odsječka za koji se računa utjecaj puzanja (u danima);
- $\varphi_c(t, t_0)$ - koeficijent puzanja u razdoblju od t_0 do t ;
- $\rho_p = A_p / A_c$;

9.4 Vremenski gubitci sile prednapinjanja

9.4.2 Skupljanje i puzanje betona

- σ_{cg} - naprezanje u betonu u razini težišta natega od vlastite težine nosača;
- σ_{cpi} - početno naprezanje u betonu u razini težišta svih natega od prednapinjanja;
- $\sigma_{c\Delta g}$ - naprezanje u betonu u razini težišta natega od dodatnoga stalnog opterećenja.

Brojniku u izrazu (9. 37a) mogu se dodavati **novi članovi** ako se **opterećenje** nanosi **u više navrata**, što je povezano i s **postupkom izvedbe**.

Ako se ovako izračunani **vremenski gubitci sile** prednapinjanja **razlikuju od pretpostavljenih za više od 5 %**, **proračun treba ponoviti**.