

# 10 NAPREZANJA U PRESJEKU PB NOSAČA

## 10.1 Uvod

Već smo se u više navrata susreli s proračunom naprezanja u presjeku PB nosača:

- pri razmatranju **djelovanja** prednapinjanja na AB sklop i, u svezi s tim, pri određivanju **graničnog raspona** nosača;
- pri razmatranju **stupnjeva prednapinjanja**;
- pri određivanju **potrebne sile prednapinjanja** i
- pri određivanju **gubitaka** sile prednapinjanja od **elastičnoga skraćivanja betona**.

U sljedećem ćemo izlaganju razmotriti **dvije faze** ponašanja PB nosača:

- pod **uporabnim opterećenjem** (elastična faza) i
- u **graničnom stanju nosivosti** (nelinearna faza).

# 10.1 Uvod

Bitna je osobitost PB sklopova da se djelovanje i **učinak sile prednapinjanja** mijenja u zavisnosti od **stanja** što ga razmatramo.

**U uporabnom stanju** silu prednapinjanja promatramo kao **vanjsku silu** (kako smo vidjeli pri razmatranju djelovanja prednapinjanja na AB nosač).

Nosač je pod njezinim djelovanjem podvrgnut **savijanju s uzdužnom silom** (iliti mimoosnomu tlaku).

Pri tomu se momenti savijanja od **vanjskog opterećenja** (i oni od statičke neodređenosti, ako ih ima) **zbrajaju algebarski** s onim od sile prednapinjanja.

**U graničnom stanju nosivosti** više **nema sile prednapinjanja kao vanjske sile**, jer **razvlačenje** čelika za prednapinjanje premašuje ono na **granici popuštanja**, pa je nosač izvrgnut **čistom savijanju**, a čelik za prednapinjanje služi kao obična **armatura**.

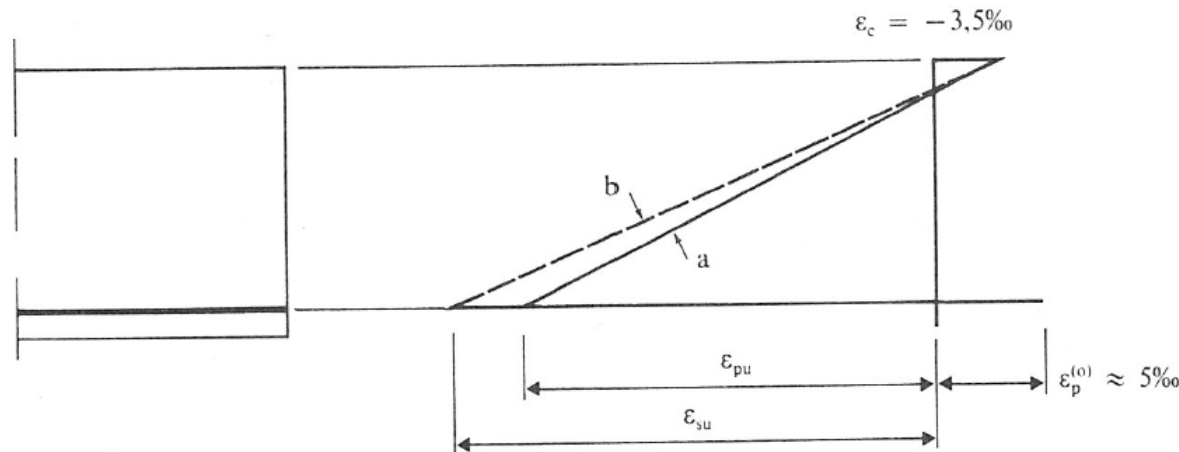
# 10.1 Uvod

Pri slomu presjeka čelik za prednapinjanje biva **plastificiran** (teorijski trpi neograničena produljenja bez priraštaja naprezanja), a odgovarajuća **vlačna sila** zavisi samo od **naprezanja** u tom čeliku na **granici razvlačenja**, ali i u prvom redu od njegova **početnog razvlačenja**,  $\epsilon_{p0}$ .

Isto tako ni na **tlačnu silu** u betonu, pa dakle ni na **slomni moment savijanja**, ne utječe početno prednapinjanje.

Budući da je **početno** produljenje čelika za prednapinjanje,  $\epsilon_{p0}$ , oko 5 ‰, njegov priraštaj produljenja do **slomnoga** nešto **manji** nego u **nenapete armature** (slika 10.1).

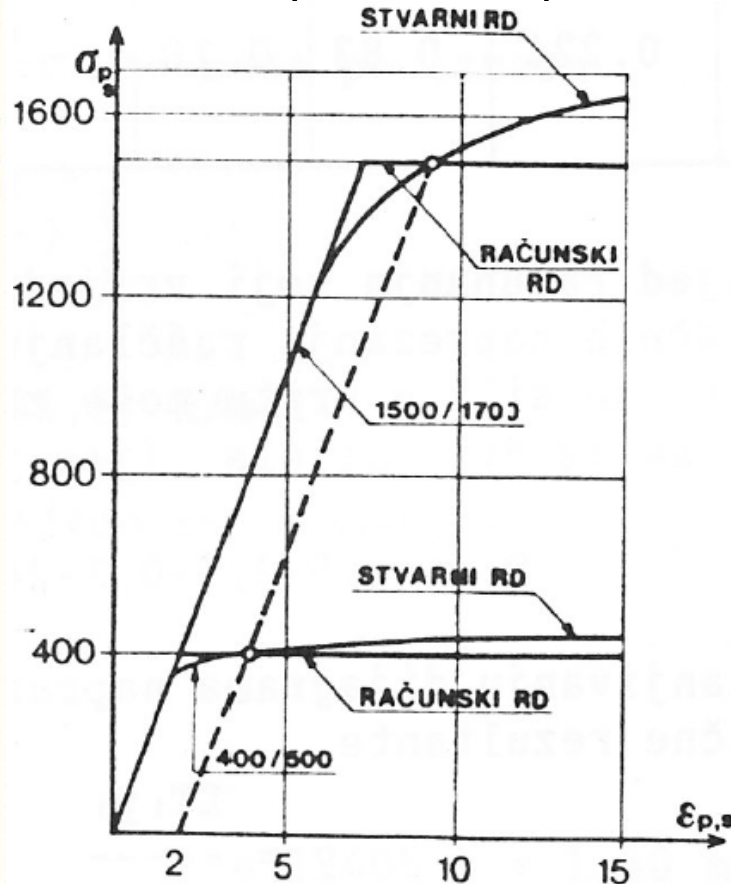
- a) prednapeti presjek
- b) neprednapeti presjek



Slika 10.1: Raspodjelba produljenja / skraćenja u presjeku u graničnom stanju nosivosti

# 10.1 Uvod

To se vidi iz **pojednostavnjenoga** dijagrama  $\sigma/\varepsilon$  za **oba čelika** (slika 10.2).



Slika 10.2: Radni dijagrami čelika

U obama slučajevima pretpostavlja se da produljenje čelika raste sve do početka **drobljenja betona**, ali budući da je općenito čelik za **nenapetu** armaturu **duktilniji**, veće mu je i **granično produ-ljenje**.

U razmatranjima što slijede uzimat ćemo u obzir samo **početnu** ( $P_0$ ) i **konačnu** ( $P_\infty$ ) vrijednost **sile prednapinjanja**, ne vodeći računa o tomu kako se do njih dolazi.

Zadovoljit ćemo se običnom jednačbom:

$$P_0 = \sigma_{p0} \cdot A_p \quad (10.1)$$

# 10.1 Uvod

pri čemu su:

$\sigma_{p0}$  - početno naprezanje u čeliku za prednapinjanje u mjerodavnomu presjeku nosača;

$A_p$  - ploština presjeka svih natega.

**Početno** naprezanje u čeliku za prednapinjanje u mjerodavnomu presjeku nosača dobije se iz **nazivnoga** početnog naprezanja,  $\sigma_{pi}$ , (što djeluje na mjestu napetljivoga sidra) množenjem **faktorom trenutačnih gubitaka**,  $\gamma_{1/2}$ , kako smo vidjeli na prošlom predavanju.

Nazivno početno naprezanje zavisi od karakteristične prekidne čvrstoće čelika,  $f_{tk}$ :

$$\sigma_{pi} \leq 0,75 f_{tk} \quad (10.2)$$

Međutim, **konačna** vrijednost naprezanja u čeliku za prednapinjanje mora biti **ograničena** i **odozdol**:

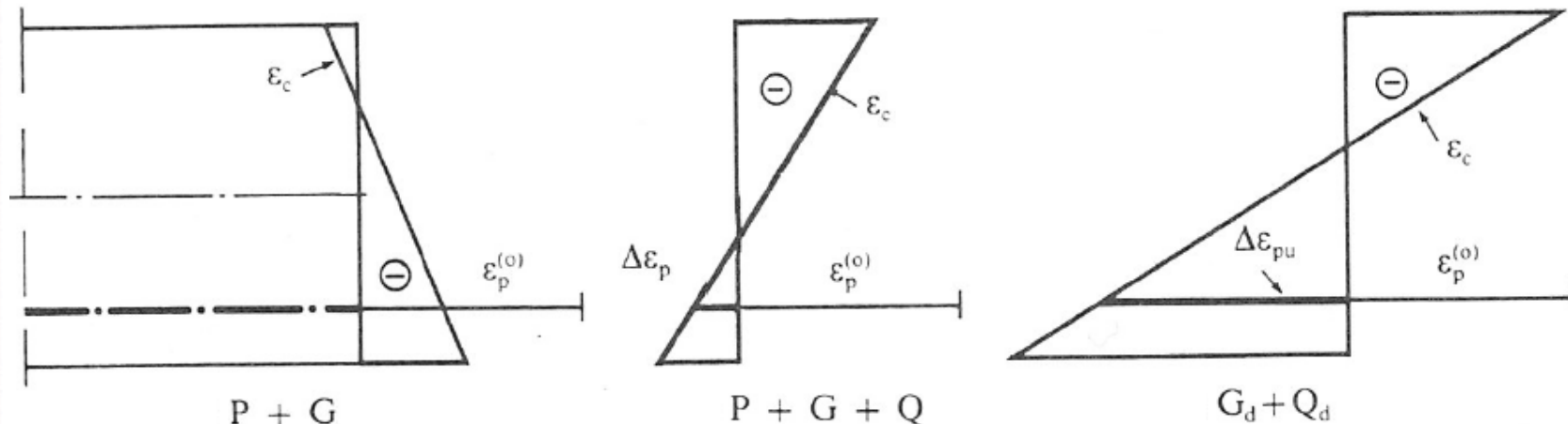
$$\sigma_{p0} \geq 0,45 f_{tk} \quad (10.3)$$

# 10.1 Uvod

Ovo je ograničenje nužno kako bi se zajamčilo da čelik za prednapinjanje dosegne **granicu razvlačenja** u graničnom stanju nosivosti.

Valja uočiti kako se sila prednapinjanja **povećava** s priraštajem **vanjskog opterećenja**.

To slijedi iz jednostavnog razmatranja (slika 10.3).



Slika 10.3: Produljenja čelika za prednapinjanje pri različitim opterećenjima

Sila je prednapinjanja:

$$P = \sigma_p \cdot A_p \quad (10.4)$$

# 10.1 Uvod

pri čemu je:

$$\sigma_p = f(\varepsilon_p) \quad (10.5)$$

S druge strane je:

$$\varepsilon_p = \varepsilon_{p0} + \Delta\varepsilon_p \quad (10.6)$$

Ne bi trebao **zavarati** desni dijagram skraćivanja/produljenja.

Naime, **velikim produljenjima** čelika pridruženi su samo **mali priraštaji naprezanja**.

Dapače, nakon prekoračenja **granice popuštanja** slijedi potpuno **iščežnuće sile prednapinjanja**.

U sljedećem ćemo izlaganju odvojeno razmotriti:

- naprezanja u **uporabnomu** stanju i
- naprezanja u **graničnomu stanju nosivosti**.

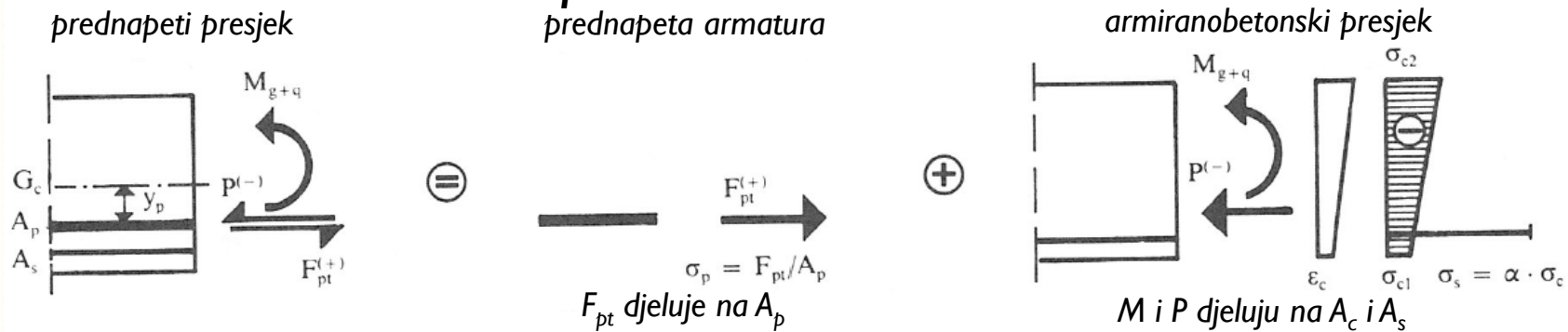
Pri tomu će se u prvom slučaju odvojeno promatrati naprezanja u **neraspucalu** presjeku i ona u **raspucalu**.

# 10.2 Naprezanja u uporabnom stanju

## 10.2.1 Neraspucalo stanje

Ovdje samo **primjenjujemo pravila** što smo ih naučili u *Otpornost gradiva i Betonskim konstrukcijama*.

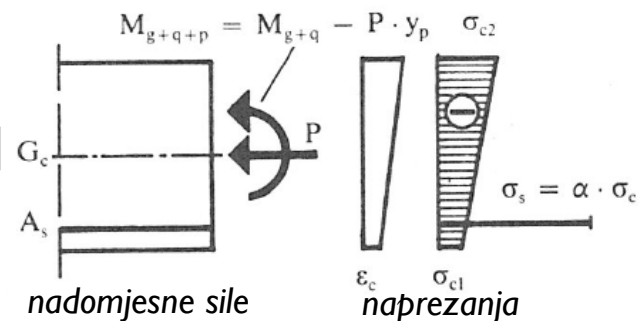
Razmotrimo presjek napregnut momentom od **ukupnog opterećenja,  $M_Q$** , i silom prednapinjanja,  **$P$** , (koja je u ravnoteži sa silom  **$F_{pt}$** ).



Slika 10.4: Raščlamba prednapetoga betonskoga presjeka

Presjek se može raščlaniti u dio što ga čini **prednapeta armatura** i dio od **armiranoga betona** (slika 10.4).

Za drugi uzimamo da je **neraspucao**.





# 10.2 Naprezanja u uporabnom stanju

## 10.2.1 Neraspucalo stanje

Pri tomu na **rubu bližemu nategama** može naprezanje pod **punim** vanjskim opterećenjem **iščezavati** (iliti biti jednako ničtici – **potpuno** prednapinjanje) ili prelaziti u **vlačno** (**ograničeno** prednapinjanje).

**Granični slučaj,  $\sigma_{cd} = 0$** , odgovara stanju **rubnoga rastlačenja** presjeka, što nastupa kada u rubnom vlaknu predhodno stlačenoga presjeka **tlačno naprezanje** u betonu izazvano silom prednapinjanja **splašnjava na ničticu** pod djelovanjem **punoga** vanjskog opterećenja.

**Rezne sile** što djeluju na presjek mogu se svesti na **uzdužnu silu** što djeluje u **težištu presjeka** i **moment savijanja** sastavljen od momenta od **vanjskog opterećenja** i momenta što ga izaziva mimoosna **sila prednapinjanja**.

Može se dakle uspostaviti potpuna **analogija** između **PB** nosača napregnuta **momentom savijanja** i **AB** nosača napregnuta **momentom savijanja** i **uzdužnom silom**.

# 10.2 Naprezanja u uporabnom stanju

## 10.2.1 Neraspucalo stanje

Vektorski zapis reznih sila izgleda ovako:

$$\begin{Bmatrix} M \\ P^{(-)} \\ F_{pt}^{(+)} \end{Bmatrix} \leftrightarrow \begin{Bmatrix} \\ \\ F_{pt} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} M \\ P^{(-)} \\ \end{Bmatrix} \quad (10.7)$$

Pri tomu vrijedi Hookeov zakon:

$$\varepsilon_p^{(0)} = \frac{\sigma_p}{E_p} = \frac{F_{pt}}{A_p \cdot E_p} = \frac{|P|}{A_p \cdot E_p} \quad (10.8)$$

Razmjerna skraćenja/produljenja (relativne deformacije) mogu se također zapisati vektorski:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \\ \\ \varepsilon_p^{(0)} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \varepsilon_c \\ \varepsilon_s \\ \Delta\varepsilon_p \end{Bmatrix} \quad (10.9)$$

# 10.2 Naprezanja u uporabnom stanju

## 10.2.1 Neraspucalo stanje

Ovdje samo **primjenjujemo pravila** što smo ih naučili u predmetu *Otpornost gradiva*. dotično u predmetu *Betonske konstrukcije*.

To onda znači da sila prednapinjanja,  $P_0$ , **izravno obuhvaća djelovanje vlastite težine**.

Dakle **nema dodatnoga produljenja čelika za prednapinjanje pod djelovanjem vlastite težine**.

Pri nanošenju **vanjskog opterećenja** (dodatnoga stalnoga tereta i promjenjivoga dijela vanjskog opterećenja) **raste produljenje čelika za prednapinjanje**, a sila se prednapinjanja **prilagođuje** tomu.

$$\Delta \varepsilon_p = \frac{\Delta \sigma_{cp}}{E_c} \cdot \alpha \quad (10.10)$$

Međutim, ovo je **dodatno** produljenje,  $\Delta \varepsilon_{p0}$ , u **potpuno** prednapetih nosača **zanemarivo** u odnosu na **osnovno**,  $\varepsilon_{p0}$ .

## 10.2 Naprezanja u uporabnom stanju

### 10.2.1 Neraspucalo stanje

Jednako tako, budući da su pripadna **naprezanja u nenapetoj armaturi razmjerno mala, ne treba ih provjeravati.**

Susljedno tomu, **dostatno** je provjeriti samo **naprezanja u betonu**, primjenjujući poznati postupak:

$$\sigma_c = \frac{N}{A_i} + \frac{M}{I_i} \cdot y \quad (10.11)$$

Načelno bi u **geometrijskim pokazateljima** (tzv. **idealnima**),  $A_i$  i  $I_i$ , trebalo uzeti u obzir i armaturu.

Međutim, njezin je **utjecaj** obično **neznatan**, pa se gotovo redovito računa samo s **čistim betonskim presjekom**, dakle s geometrijskim pokazateljima  $A_c$  i  $I_c$ .

Strogo, uzev, trebalo bi u **stanju napinjanja** odbijati **rupe** što ih tvore **zaštitne cijevi**, a kasnije uračunavati **čelik za prednapinjanje**, ali to nema praktične svrhe.

# 10.2 Naprezanja u uporabnom stanju

## 10.2.1 Neraspucalo stanje

U proračunu se obično **odvojeno** promatraju momenti od **vanjskog opterećenja** i moment od **sile prednapinjanja** što je zgodno pogotovo zbog toga što se moment od sile prednapinjanja **mijenja s vremenom** kako se i ona mijenja.

Spomenuto je zgodno i zato što se zna dogoditi da se i momenti od vanjskog opterećenja **mijenjaju** (faze građenja; faze nanošenja opterećenja).

Na osnovi svega rečenog ispišimo izraze za rubna naprezanja:

$$\sigma_{cd} = -\frac{P}{A} \left( 1 + \frac{e}{j_{g0}} \right) + \frac{M_q}{W_d} \quad (10.12)$$

$$\sigma_{cg} = -\frac{P}{A} \left( 1 - \frac{e}{j_{d0}} \right) - \frac{M_q}{W_g} \quad (10.13)$$

Opaska: u slučaju **statički neodređenih** nosača valja još pribrojiti odgovarajući moment savijanja,  $M_{pr}$ .

## 10.2 Naprezanja u uporabnom stanju

### 10.2.2 Raspucalo stanje

Pošto **vlačna** naprezanja u betonu **premaše** njegovu **vlačnu čvrstoću** pri savijanju, **beton** u presjeku **raspucava** (slučaj **djelomičnoga** prednapinjanja).

Svu **vlačnu silu** što ju je prije raspucavanja prenosio **beton** sada prenose **nenapeta armatura** i **natege**.

Dapače, **vlačna sila** u čeliku (nenapetomu i nategama) može biti i **znatno veća** od one pri kojoj beton **raspucava**.

**Proračun** je načelno **jednak** kao i u slučaju AB nosača.

Kako bismo **rašćlanili** rezne sile na način sličan onomu na slici 10.4, moramo uspostaviti **analogiju** između **PB** presjeka napregnuta **momentom savijanja** i **AB** presjeka napregnuta **momentom savijanja** i tlačnom **uzdužnom silom**.

Međutim ovoga puta moramo imati na umu da je presjek **raspucalo** i da su **naprezanja u čeliku znatno veća**.

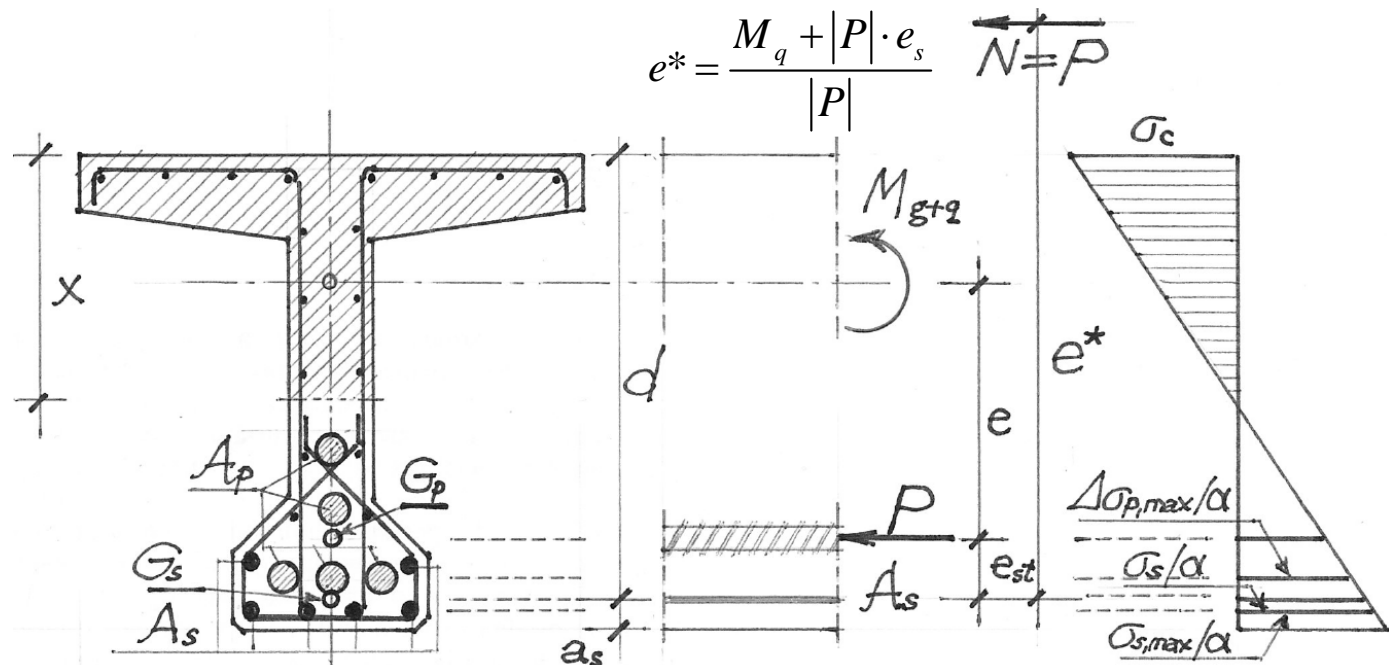
# 10.2 Naprezanja u uporabnom stanju

## 10.2.2 Raspucalo stanje

Povećanje naprezanja u čeliku odnosi se i na nenapetu armaturu i na natege.

**Silu prednapinjanja** uzimamo u obzir kao **svaku mimoosnu uzdužnu silu**.

**Moment savijanja** što ga ona izaziva **pribraja se momentu od ukupnog opterećenja** (slika 10.5).



Slika 10.5: Naprezanja u raspucalu PB presjeku

# 10.2 Naprezanja u uporabnom stanju

## 10.2.2 Raspucalo stanje

U najvećemu broju **praktičnih** slučajeva može se na **provjeru naprezanja** u presjeku (pa tako i u čeliku) primijeniti postupak **Wuczkowskoga**.

Po njemu se prvo računa **moment savijanja** s obzirom na **težište nenapete armature,  $M_s$** :

$$M_s = P \cdot e^* = M_q + P \cdot e_s \quad (10.14)$$

Valja pripomenuti da se **sve vrijednosti** uvrštavaju u gornju jednačbu u **apsolutnim** iznosima.

Naprezanje je u nenapetoj armaturi:

$$\sigma_s = \frac{1}{A_s} \left( \frac{M_s}{\zeta \cdot d} - P \right) \quad (10.15)$$

Pri tomu se u najvećemu broju praktičnih slučajeva može uzeti da je  $\zeta = 0,9$ .



# 10.2 Naprezanja u uporabnom stanju

## 10.2.2 Raspucalo stanje

Na slici je predočen i tijek **tlačnih** naprezanja u betonu.

**Rubno** naprezanje,  $\sigma_c$ , računa se **približno** po izrazu:

$$\sigma_c = C_c \frac{M_s}{b \cdot d^2} \quad (10.16)$$

pri čemu se koeficijent,  $C_c$ , uzima iz tablica za **pravokutne** presjeke (širine jednake širini gornje pojasnice).

Naime, rubno je naprezanje obično **znatno manje** od **dopustivih** rubnih naprezanja pa nije nužna veća točnost.

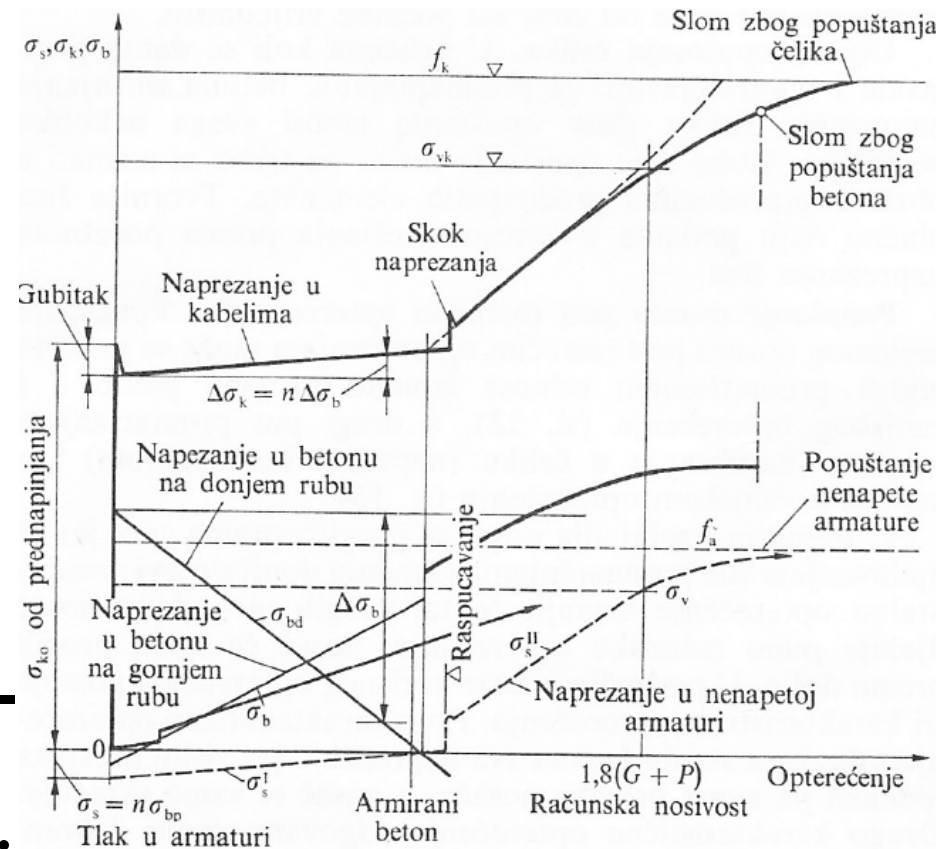
Kada izračunamo ove dvije vrijednosti, možemo dobiti sve ostale što nas zanimaju iz **sličnosti trokutova**:

- priraštaj naprezanja u **najnižem sloju čelika za prednapinjanje**;
- naprezanje u **najnižem sloju nenapete armature**.

## 10.3 Granično stanje nosivosti

U poglavlju o djelovanju prednapinjanja na AB sklop došli smo pri razmatranju ponašanja PB nosača pod rastućim opterećenjem (slika 10.6) do ovih važnih zaključaka:

- Naprezanja u čeliku nisu srazmjerna s vanjskim opterećenjem.
- Dopustiva naprezanja pri prednapinjanju nisu ni u kakvu odnosu sa sigurnošću nosača.
- Ni naprezanja u betonu nisu srazmjerna s opterećenjem.
- Zbog toga treba **dokazati da se nosač ne će slomiti pri preopterećenju.**



Slika 10.6: Zavisnost naprezanja u betonu, armaturi i nategama od opterećenja

## 10.3 Granično stanje nosivosti

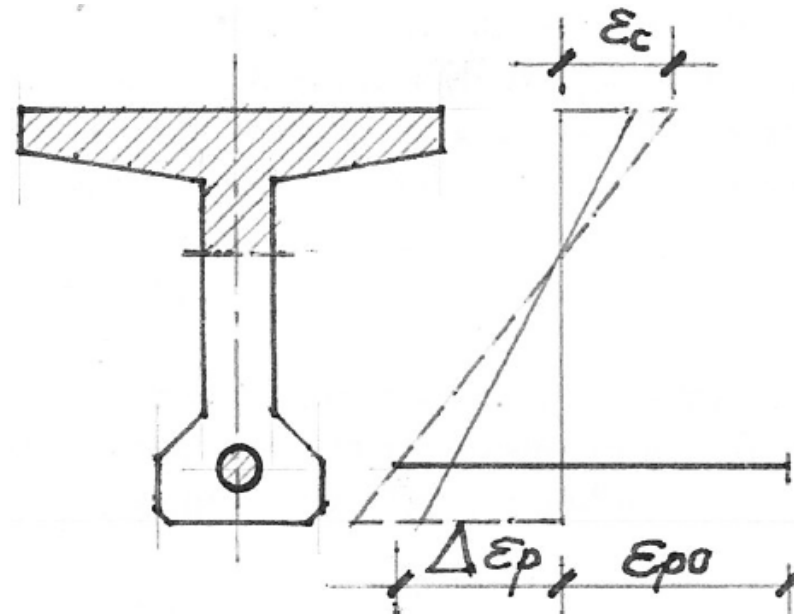
Nisu samo naprezanja nesrazmjerna s rastućim opterećenjem: to se podjednako odnosi na širine pukotina, progibe itd.

Dakle ponašanje je PB nosača pod rastućim opterećenjem izrazito nelinearno.

Provjera graničnoga stanja nosivosti provodi se na jednak način kao i u AB sklopova.

Osnovne pretpostavke:

- Sve do iscrpljenja nosivosti presjeci ostaju ravni. Dakle svakoj razini opterećenja odgovara pravocrtna (linearna) raspodjelba produženja (čelik) i skraćenja (beton, slika 10.7).



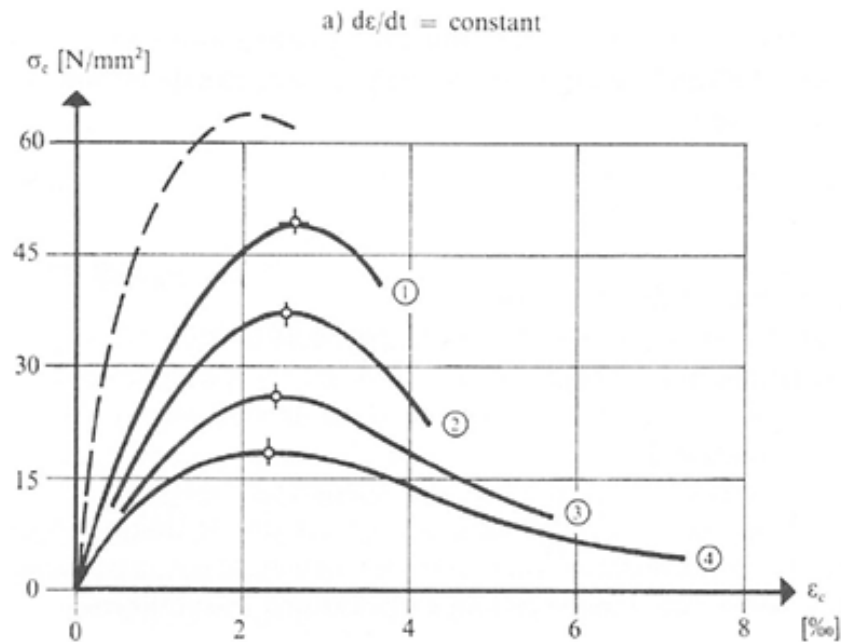
Slika 10.7: Raspodjelba produljenja/skraćenja po PB presjeku

## 10.3 Granično stanje nosivosti

- **Beton savršeno prijanja za čelik** (i za armaturu i za natege). Ovo znači da ako nam je poznato **skraćanje/produljenje betona** u pojedinomu **vlaknu** (razini presjeka), znamo i koliko je **produljenje/skaraćenje čelika** u **dotičnomu vlaknu**.
- Treća se pretpostavka tiče **odnosa skraćanja/produljenja i naprezanja u gradivu**. Pri tomu se služimo tzv. **radnim dijagramima gradiva**.

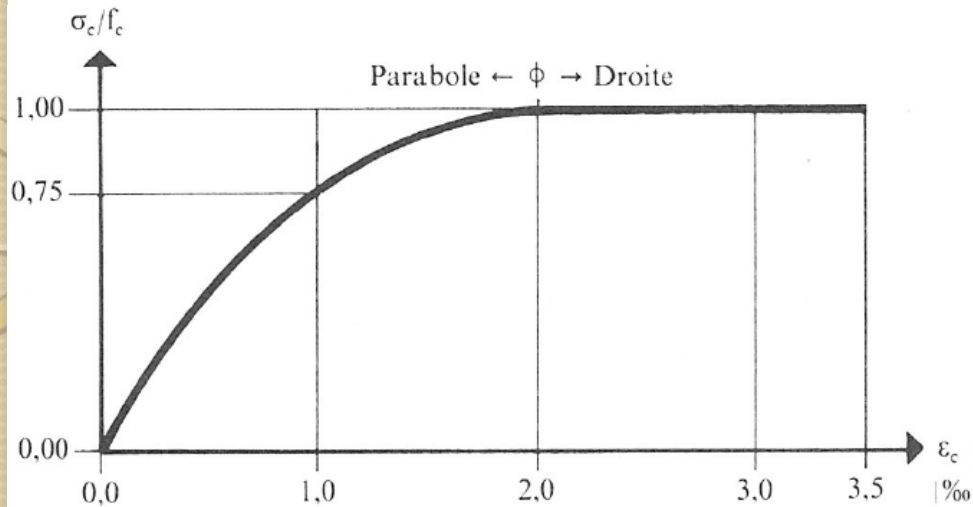
Naime, u poglavlju o gradivima vidjeli smo kako se **stvarno** ponašanje gradiva pod opterećenjem znatno **pojednostavnjuje**.

Na slici 10.8 predočen je **stvarni** odnos naprezanja i skraćanja **betona** izmjerenih na prizmama.



Slika 10.8: Odnos skraćanja i naprezanja u betonu

## 10.3 Granično stanje nosivosti



Slika 10.9: Proračunski radni dijagram betona

Odgovarajuće **pojednostavnjenje** tog odnosa iliti **radni dijagram betona** predočeno je na slici 10.9. Vidimo kako se uzima da nakon **premašenja** razmjernoga skraćenja betona od **2,0 ‰ naprezanja** u

betonu ostaju **nepromijenjena**.

Valja istaknuti kako se ne računa s **normnom čvrstoćom betona**, određenom ispitivanjem na **kockama** stranice 20 cm, nego s tzv. **proračunskom čvrstoćom** dobivenom iz normne množenjem odgovarajućim **faktorom smanjenja**, koji je to **manji** što je **normna čvrstoća veća**.

○ **razlozima** uvođenja **faktora smanjenja** govorili smo i do sada, ali ćemo ih navesti poimence:

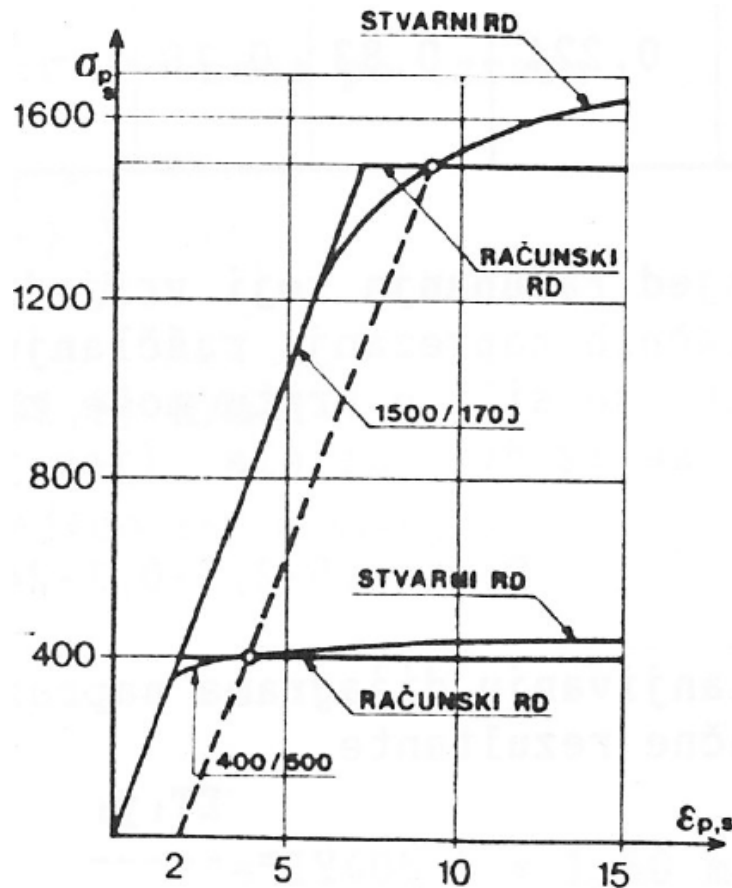
## 10.3 Granično stanje nosivosti

- **Tlačni** pojas nosača najčešće se nalazi uz njegov **gornji** rub, a **beton** je upravo tu **najslabije kakovoće**. Naime, pri ugradbi i **zbijanju** (vibriranju) betona **krupnija zrna puniva tonu**, a sitnija ostaju uz površinu, gdje je i cementna pasta s najvišim sadržajem **vode**.
- Pri **vezanju** cementa **gornji površinski sloj**, nezaštićen oplatom, biva izložen promjenama **temperature** i **vlažnosti**, zbog čega i **raspucava**.
- U slučaju **PB** nosača uz gornji se rub mogu pojaviti **vlačna** naprezanja, pa ako prođe **dulje vrijeme** (više od mjesec dana) do nanošenja **dodatnoga stalnog opterećenja**, mogu se pojaviti **pukotine**, što se pod djelovanja **puzanja** još jače otvaraju.

Zbog svega je ovoga **beton** uz **gornji** rub nosača općenito **niže kakvoće** i to se mora uzeti u obzir pri proračunu.

Faktor je smanjenja najčešće između 0,55 i 0,7.

## 10.3 Granično stanje nosivosti

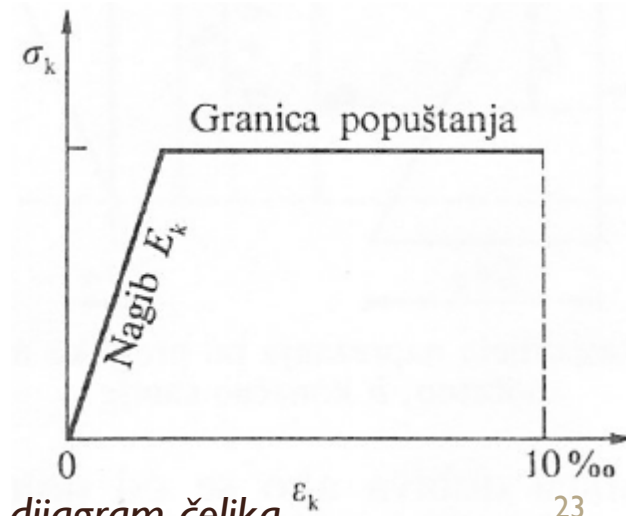


Slika 10.10: Radni dijagrami čelika

Međutim, općeniti pojednostavnjeni **radni dijagram čelika** (bilo koje kakvoće i vrsti) predložen je na slici 10.11.

Slika 10.11: Pojednostavnjeni radni dijagram čelika

S odnosom napreznosti i produženja u **čeliku**, te s pripadnim **radnim dijagramima** postupaju se na sličan način (slika 10.10). Na slici je predložen slučaj **betonskoga čelika St 400/500 i čelika za prednapinjanje St 1500/1700** kakav se najčešće rabi u sustava za prednapinjanje sa **žicama** kao vlačnim člancima.

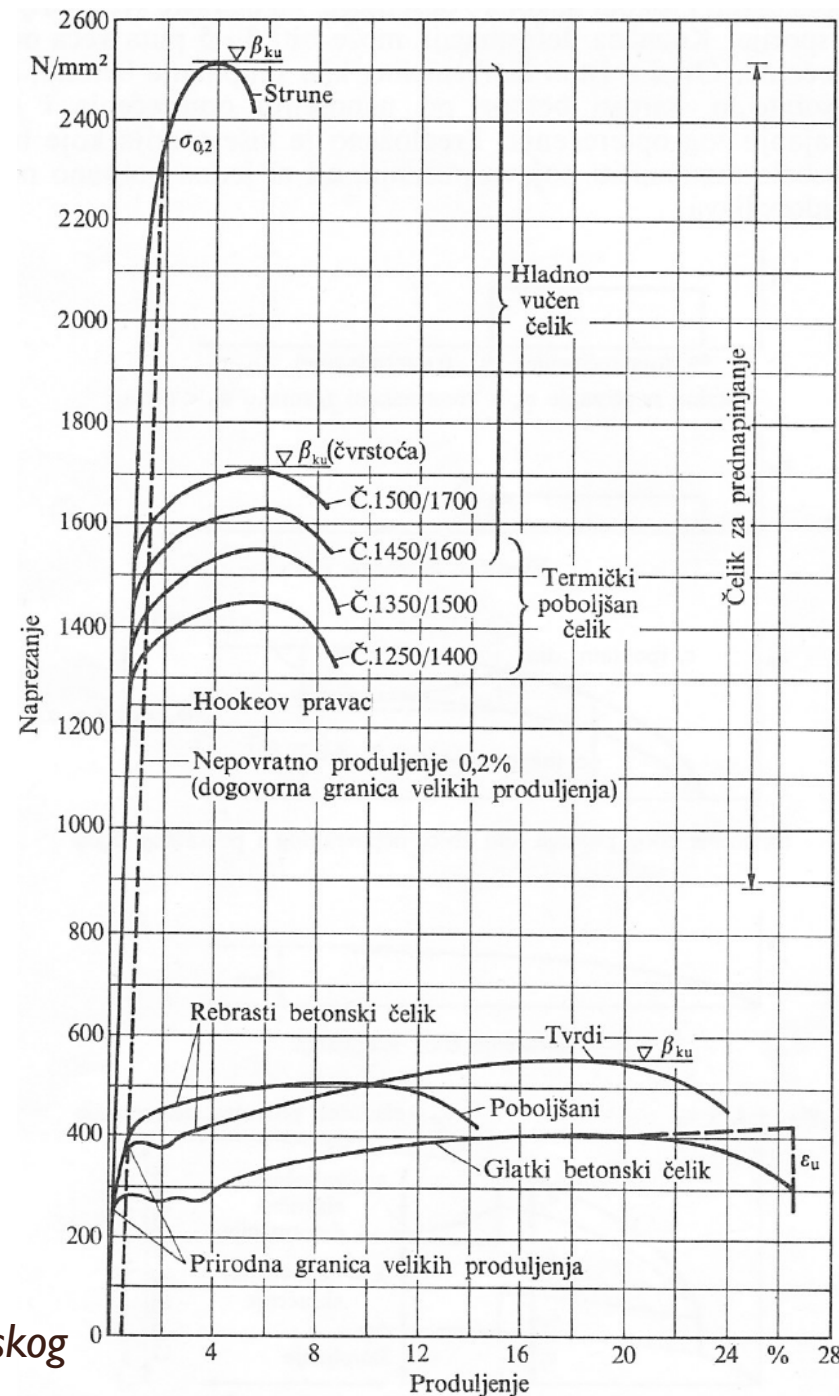


# 10.3 Granično stanje nosivosti

Valja imati na umu još jednu važnu **razliku** između betonskoga čelika i čelika za prednapinjanje (slika 10.12).

Naime, **sломno** (prekidno) je **produljenje** u betonskoga čelika oko **25 %**, dok je u čelika za prednapinjanje svega oko **3,5 ÷ 5 %**, dakle oko **šest puta manje**.

Ipak, i u čelika za prednapinjanje još uvijek je dostatno veliko kako bi se pri slomu presjek ponašao **duktilno**.



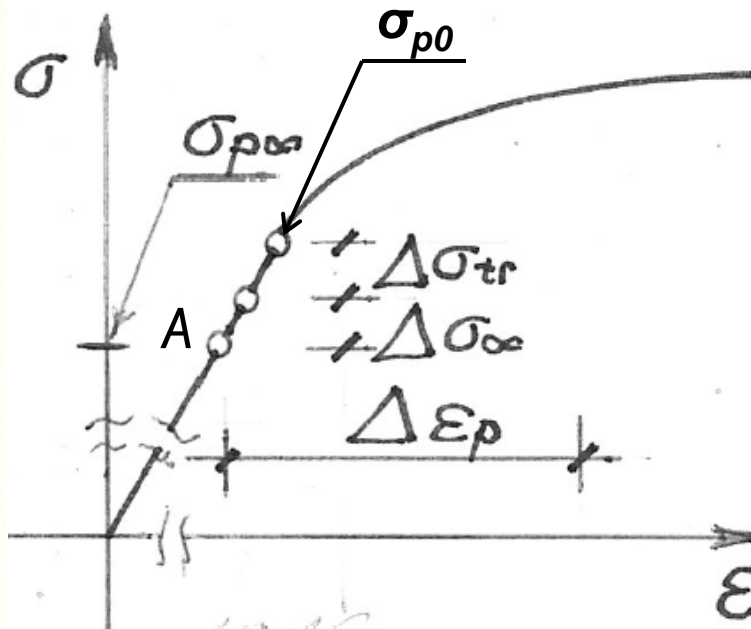
Slika 10.12: Odnos naprezanje/produljenje betonskog čelika i čelika za prednapinjanje



# 10.3 Granično stanje nosivosti

Još jedna važna **razlika**:

- U **AB** sklopova **produljenja čelika** rastu od **ništice**.
- U **PB** sklopova **produljenja čelika za prednapinjanje** rastu od produljenja što odgovara **početnom naprezanju** (slika 10.13).



Slika 10.13: Početak dodatnih produljenja u čelika za prednapinjanje

**Početno** je naprezanje približno oko 1 000 N/mm<sup>2</sup>, pa ako uzmemo da je modul elastičnosti čelika za prednapinjanje oko 200 kN/mm<sup>2</sup>, izlazi da je **početno** produljenje:

$$\varepsilon_{p0} = \frac{\sigma_{p0}}{E_p} \approx \frac{1000}{200} \approx 5\text{‰} \quad (10.17)$$

Na slici su još naneseni:

- \* trenutačni i
- \* vremenski gubitci naprezanja.

## 10.3 Granično stanje nosivosti

Naime, mi provjeravamo **najjače napregnuti presjek**, što se obično nalazi u **polovištu raspona**, a tu je **početno naprezanje** kakvo djeluje uz **napetljivo sidro** umanjeno za **gubitke** od trenja, prikliznuća klina i elastičnoga skraćanja betona, dakle **trenutačne gubitke** naprezanja u čeliku za prednapinjanje ( $\Delta\sigma_{tr}$  na slici 10.13).

Njima treba **dodati gubitke** od skupljanja i puzanja betona, te opuštanja čelika za prednapinjanje, dakle **vremenske gubitke** naprezanja u čeliku za prednapinjanje ( $\Delta\sigma_{\infty}$  na slici 10.13).

Dakle **priraštaj produljenja** u čeliku za prednapinjanje mjeri se od točke **A** na slici 10.13.

Za nj vrijedi jednako ograničenje kao i za betonski čelik:

$$\Delta\sigma_p \leq 10 \text{ ‰}_{oo} \quad (10.18)$$

## 10.3 Granično stanje nosivosti

Pri provjeri granične nosivosti polazi se od osnovne uvjetne jednačbe:

$$M_d \leq M_R \quad (10.18)$$

pri čemu su:

$M_d$  - proračunska vrijednost **graničnog** momenta savijanja od **ukupnog** opterećenja (indeks  $d$  potječe od engleskoga *design value*);

$M_R$  - proračunska vrijednost momenta **granične nosivosti** (indeks  $R$  potječe od engleskoga *resistance*).

Proračunska vrijednost **graničnog** momenta savijanja od **ukupnog** opterećenja dobiva se **odvojenim** množenjem momenta savijanja od **stalnog opterećenja** i onog od **promjenjivoga** s pripadnim **faktorima sigurnosti**:

$$M_d = \gamma_g \cdot M_g + \gamma_q \cdot M_q \quad (10.19)$$

$\gamma_g$  i  $\gamma_q$  zovu se **raščlanjenim** faktorima sigurnosti.

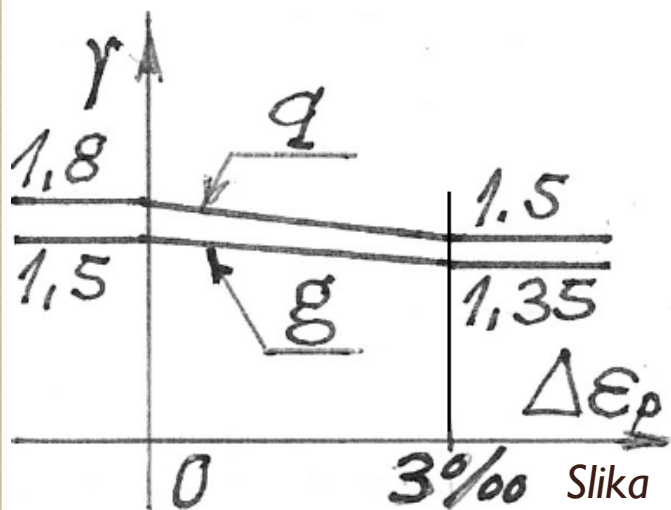
## 10.3 Granično stanje nosivosti

Ovo je **najjednostavniji slučaj djelovanja**; ako se moraju uzeti u obzir još i **izvanredna i potresna djelovanja**, jednačba se samo **proširi** dodavanjem novih članova:

$$M_d = \gamma_g \cdot M_g + \psi_1 \cdot \gamma_q \cdot M_q + \psi_2 \cdot \gamma_a \cdot M_a + \psi_3 \cdot \gamma_i \cdot M_i \quad (10.20)$$

Uočavamo i tzv. **kombinacijske koeficijente**,  $\psi$ , što uzimaju u obzir činjenicu da izvanredna i potresna djelovanja **ne mogu nastupiti istodobno u punu iznosu**.

Dodatno se produljenje čelika za prednapinjanje kao i betonskoga čelika mora ograničiti i odozdol, čime se jamči duktilno ponašanje sklopa pri slomu.



**Manjim** vrijednostima ovih **produljenja** pridružene se **više** vrijednosti **faktora sigurnosti** (slika 10.14).

Slika 10.14: Zavisnost faktora sigurnosti od produljenja čelika

## 10.3 Granično stanje nosivosti

Uočavamo na slici 10.14 kako su **negativnim produljenjima (skraćenjima)** pridružene **osjetno više vrijednosti faktora sigurnosti**.

To je zato što **skraćjenja** uglavnom trpi **beton** (i mala količina armature u njemu), a na **kakvoću betona** utječe mnogo **više čimbenika** nego na **kakvoću čelika** što se proizvodi u **industrijskim** uvjetima.

Naime, koliko je god i **proizvodnja betona** u dobroj mjeri **automatizirana**, još uvijek je u svemu znatan udio tzv. **ljudskoga čimbenika**.

Valja još reći i to što je **faktor sigurnosti**: to je **omjer** rezne sile u **graničnomu stanju nosivosti** i one u **uporabnomu stanju**.

On dakle vodi računa o **naravi opterećenja** (ili, općenito, djelovanja): stalno, promjenjivo itd. i o upotrijebljenomu **gradivu**: beton, čelik itd.

## 10.3 Granično stanje nosivosti

Proračunski **granični moment nosivosti** PB nosača **razvedena presjeka** (a takvi su presjeci u PB nosača u pravilu) računa se **postupnim približavanjem**.

Naime, ne može se **unaprijed** poznavati **položaj neutralne osi**, pa onda ni **raspodjelba naprezanja u betonu u tlačnomu pojasu presjeka**.

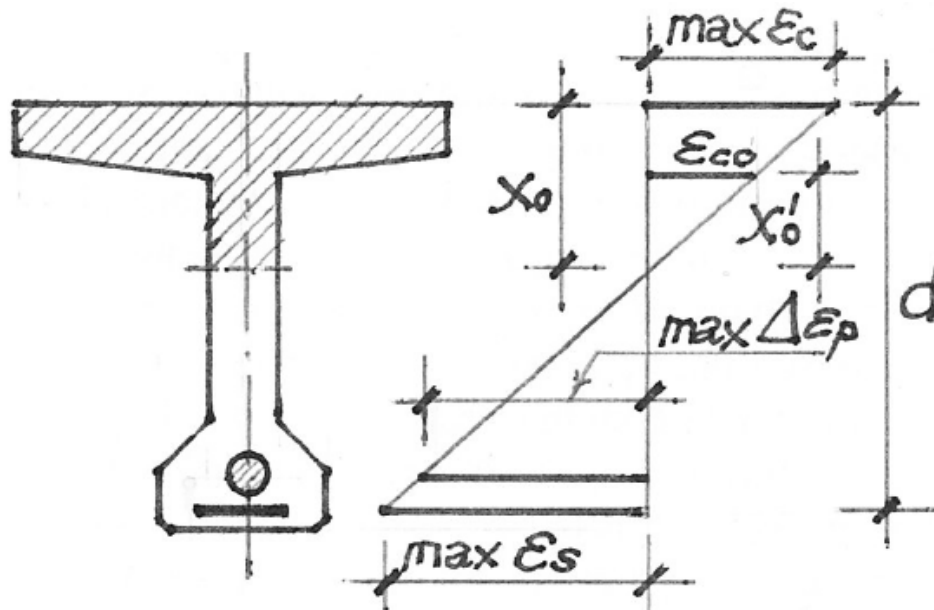
Zato se u **prvom koraku pretpostavi raspodjelba produljenja/skraćenja** i to se uzme da su u **obama gradivima granične vrijednosti**:  $\epsilon_c = 3,5 \text{ ‰}$ ;  
 $\Delta\epsilon_p = 10 \text{ ‰}$  i  $\epsilon_s = 10 \text{ ‰}$ .

Strogo uzev, ne mogu  $\epsilon_s$  i  $\Delta\epsilon_p$  biti **istodobno** jednaki  $10 \text{ ‰}$ , ali budući da pri toj razini produljenja (i pri razinama bliskima njoj) **naprezanja** u obama čelicima **premašuju granicu popuštanja**, mala razlika u produljenjima **ne može utjecati na rezultat**.

## 10.3 Granično stanje nosivosti

Na osnovi raspodjelbe produljenja/skraćenja određujemo početni položaj neutralne osi (slika 10.15):

$$x_0 = \frac{\max \varepsilon_c}{\max \varepsilon_c + \max \varepsilon_s} \quad (10.21)$$



Slijedi proračun **tlačne** sastavnice **para sila** što čine **granični moment nosivosti**.

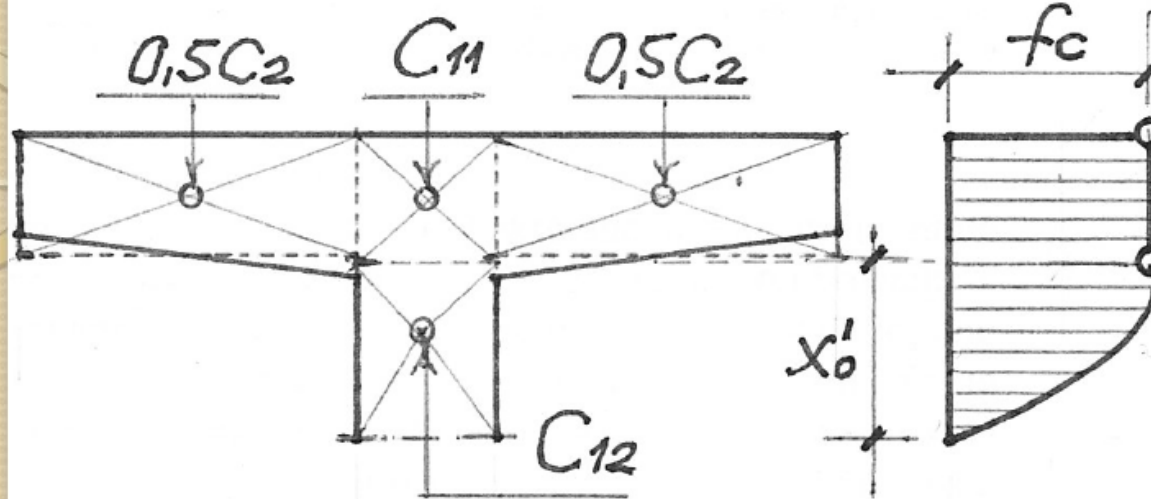
S druge strane, **vlačna** se sastavnica para sila može izračunati **odmah**:

$$T = A_p \cdot f_{py} + A_s \cdot f_{sy} \quad (10.22)$$

Slika 10.15: Određivanje početnoga položaja neutralne osi

Radi bolje preglednosti nacrtat ćemo **tlačni dio presjeka** u većemu mjerilu i uza nj pridruženi **tijek naprezanja u betonu** (slika 10.16).

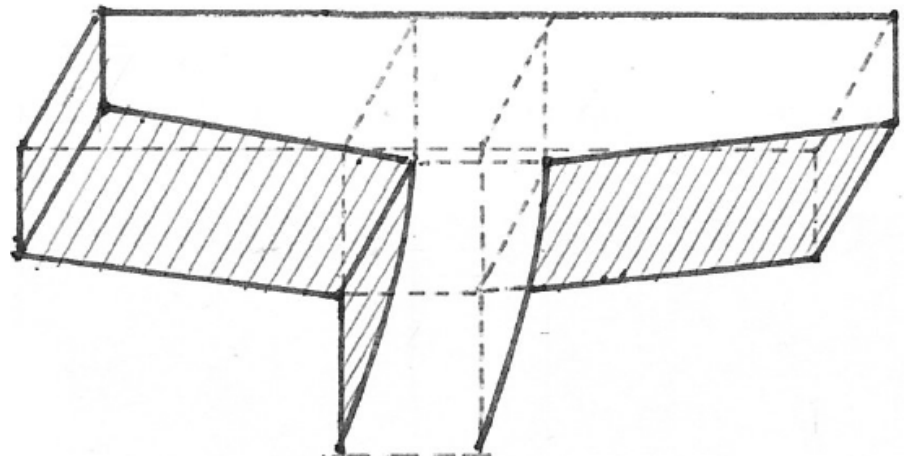
## 10.3 Granično stanje nosivosti



Slika 10.16: Sastavnice tlačne sile u gornjoj pojasnici nosača

niza prizama pravokutne osnovice ili osnovice što ju omeđuju parabola i dva pravca.

Na krakovima gornje pojasnice sa skošenim pogledom dobiju se složenija geometrijska tijela.



Slika 10.17: Tijelo naprezanja nad gornjom pojasnicom i dijelom hrpta <sup>32</sup>

Ako zamislimo da smo na tlačni dio presjeka nanijeli odgovarajuća tlačna naprezanja u betonu, dobit ćemo tzv. TIJELO NAPREZANJA (slika 10.17)

Ono se sastoji od



## 10.3 Granično stanje nosivosti

Zato se ovi krakovi u pravilu nadomještaju odgovarajućim krakovima s usporednim bridovima.

Na slici 10.16 označene su tlačne sile u betonu pridružene hrptu i krakovima pojasnice.

Uočavamo kako je sila u hrptu raščlanjena u dio pridružen potezu s **nepromjenjivim** naprezanjima (**pravac** u radnom dijagramu, RD) i dio potezu s **promjenjivima** (**parabola** u RD).

Ispišimo izraze za sastavnice tlačne sile u betonu:

$$C_{11} = b_w \cdot x_0' \cdot f_c$$

$$C_{12} = \frac{2}{3} \cdot b_w \cdot (x_0 - x_0') \cdot f_c \quad (10.23)$$

$$C_2 = (b_g - b_w) \cdot d_g \cdot f_c$$

Ukupna je tlačna sila:

$$C = \sum C_i \quad (10.24)$$

## 10.3 Granično stanje nosivosti

Sada treba dobivenu tlačnu silu usporediti s vlačnom (jedn. 10.22).

Naime, mora biti ispunjen uvjet ravnoteže:

$$C = T \quad (10.25)$$

Ovaj je uvjet ispunjen samo iznimno.

Preostaju dakle dvije mogućnosti:

$$C > T \quad (10.26) \text{ ili}$$

$$C < T \quad (10.27)$$

U prvomu slučaju treba  **smanjiti pretpostavljeno skraćenje betona.**

Tako dobivamo:

- novi položaj neutralne osi,  $x_I$ ;
- novi tijek tlačnih naprezanja;
- novi položaj tjemena parabole,  $x_I'$ .

## 10.3 Granično stanje nosivosti

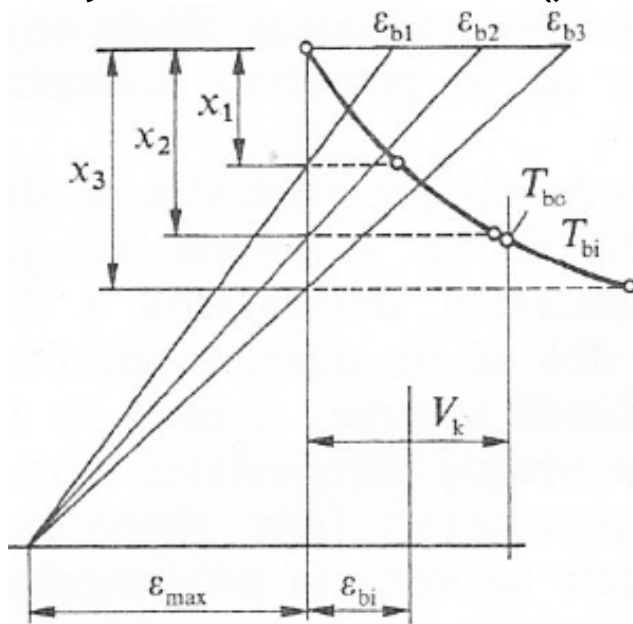
Opet provjeravamo ispunjenje **uvjeta ravnoteže** (jedn. 10.25).

Dogodi li se ponovno da je:

$$C > T \quad (10.26)$$

još jednom  **smanjujemo skraćenje betona i opetujemo postupak.**

Pošto to obavimo, **ne moramo provjeravati ispunjenje uvjeta ravnoteže** (jedn. 10.25).



Naime, sada već imamo **tri vrijednosti** sile **C**, pa možemo nacrtati **krivulju zavisnosti** te sile od rubnoga skraćjenja betona (slika 10.18).

U presjecištu te krivulje s pravcem  **$T = const.$**  nalazi se tražena vrijednost **C**.

Slika 10.18: Prikaz sloma zbog popuštanja čelika

## 10.3 Granično stanje nosivosti

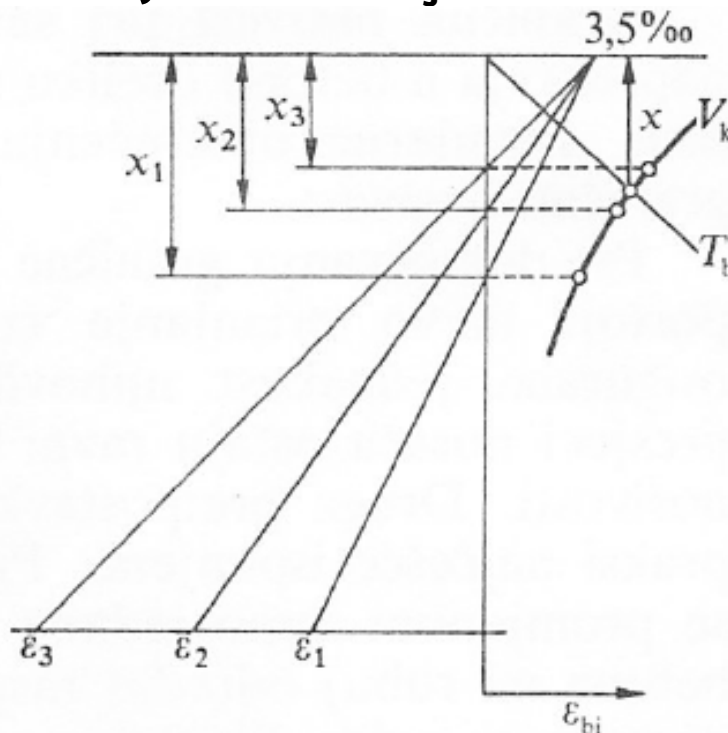
Pogledajmo sada i **drugi** slučaj neispunjenja uvjeta ravnoteže (jedn. 10.25):

$$C < T \quad (10.27)$$

Očito je da treba **smanjivati produljenje čelika**.

Postupak je **načelno potpuno jednak** i svakoj **novoj vrijednosti  $\varepsilon_s$** , dotično  $\Delta\varepsilon_p$ , treba pridružiti **odgovarajuću**

**vrijednost vlačne sile,  $T$** , te to predočiti na odgovarajućoj slici (slika 10.19).



Na slici je **preuveličana** zavisnost **vlačne sile** od položaja neutralne osi.

S druge strane pretjerano je **pojednostavnjena** zavisnost **tlačne sile** od toga položaja.

Slika 10.19: Prikaz sloma zbog popuštanja betona

## 10.3 Granično stanje nosivosti

Sada, pošto smo uspostavili **ravnatežu unutarnjih sila**, moramo naći **položaj hvatišta tlačne rezultante** kako bismo mogli **točno** odrediti **granični moment nosivosti**.

Uočimo kako smo ovdje naglasili ravnatežu **unutarnjih** sila.

Naime, ovdje se doista radi o **unutarnjim** silama, što ih mnogi stručnjaci, koji ne drže do **točna** izražavanja, miješaju s **reznim** silama.

**Unutarnje** su sile sile što **doista** djeluju u nosaču, dok su **rezne** sile samo pomoćne **proračunske veličine**, rezultante opet **proračunskih** (a ne glavnih!) **naprezanja**.

Položaj hvatišta tlačne sile dobije se iz jednostavnog izraza:

$$y_c = \frac{\sum C_i \cdot y_{ci}}{C} \quad (10.29)$$

To slijedi iz načela da je **zbroj statičkih momenata sastavnica** s obzirom na neku točku jednak **momentu rezultante** s obzirom na istu točku.

## 10.3 Granično stanje nosivosti

Pošto smo i to odredili, lako je izračunati krak unutarnjih sila:

$$\mathbf{z} = \mathbf{d} - \mathbf{y}_c - \mathbf{a} \quad (10.30)$$

S pomoću njega možemo odrediti granični moment nosivosti:

$$\mathbf{M}_R = \mathbf{C} \cdot \mathbf{z} = \mathbf{T} \cdot \mathbf{z} \quad (10.31)$$

Na kraju, treba provjeriti **glavno**: ispunjenje uvjeta **sigurnosti** (jedm. 10.18):

$$\mathbf{M}_d \leq \mathbf{M}_R \quad (10.18)$$

**Neispunjenje** ovog uvjeta može se očitovati na **dva** načina:

- **preslab** je **tlačni** pojas ili
- **preslaba** je **armatura** (nenapeta i natege zajedno).

**Drugi** je slučaj znatno **jednostavniji**.

Naime, tada jednostavno izračunamo **dio momenta savijanja nuždan za ispunjenje uvjeta sigurnosti**:

$$\Delta \mathbf{M}_R = \mathbf{M}_R - \mathbf{M}_d \quad (10.32)$$

## 10.3 Granično stanje nosivosti

Njega možemo ostvariti dodatnom vlačnom silom,  $\Delta T$  :

$$\Delta M_R = \Delta T \cdot z \quad (10.33)$$

Nju pak ostvarujemo jednostavnim **dodavanjem nenapete armature,  $\Delta A_s$**  :

$$\Delta T = \Delta A_s \cdot f_{sy} \quad (10.34)$$

Nova količina nenapete armature,  $A_{sI}$  :

$$A_{sI} = A_s + \Delta A_s \quad (10.35)$$

može se ostvariti na **tri** načina:

- **podebljavanjem** predhodno predviđenih šipaka;
- **dodavanjem** novih šipaka
- **kombinacijom** dvaju postupaka.

U svakomu slučaju **ukupna ploština presjeka** odabranih šipaka mora biti **najmanje jednaka ploštini presjeka nenapete armature,  $\Delta A_{sI}$** .

## 10.3 Granično stanje nosivosti

Kako je već rečeno, **prvi** je slučaj **neispunjenja uvjeta sigurnosti** nešto **složeniji**.

Opet polazimo od **dijela momenta savijanja** nužna za **ispunjenje uvjeta sigurnosti**:

$$\Delta M_R = M_R - M_d \quad (10.32)$$

Njega pak ostvarujemo dodatnom tlačnom silom,  $\Delta C$  :

$$\Delta M_R = \Delta C \cdot z_l \quad (10.33a)$$

Međutim, nju ćemo ostvariti jednostavnim **dodavanjem tlačne nenapete armature**,  $A_{sc}$  :

$$\Delta C = A_{sc} \cdot f_{sy} \quad (10.34a)$$

Uočimo kako ova sila djeluje na **drugomu kraku unutarnjih sila**,  $z_l$ .

Lako ga je izračunati:

$$z_l = d - a_s - a_{sc} \quad (10.36)$$

gdje su  $a_s$  i  $a_{sc}$  odgovarajuće debljine **zaštitnih slojeva** betona.



## 10.3 Granično stanje nosivosti

Pri izboru šipaka za tlačnu armaturu,  $A_{sc}$ , obično **podebljavamo** predhodno predviđene šipke u tlačnomu pojasu i **dodajemo** nove.

Međutim, i na **dodavanje tlačne armature** postoji jedno **ograničenje**: nje smije biti **najviše 3,0 %** u odnosu na **ploštinu presjeka tlačnoga pojasa**.

Nije li taj uvjet ispunjen, mora se **pojačati gornja pojasnica**.

Naravno, ako je **dio momenta savijanja nuždan za ispunjenje uvjeta sigurnosti** razmjerno mali, uvjet **sigurnosti** može se zadovoljiti jednostavnim **povišenjem razreda betona**, te **dodavanjem manje količine tlačne armature**.

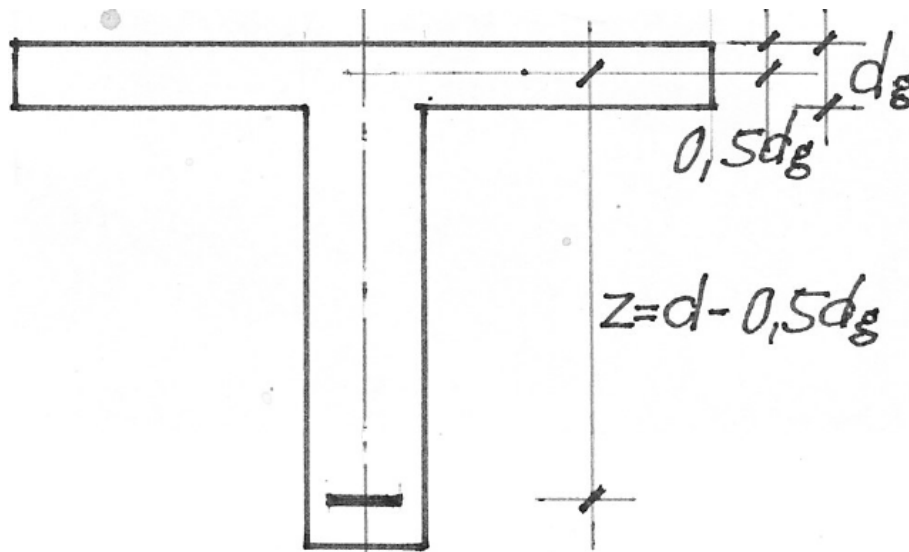
\* \* \* \* \*

Jasno, za provjeru granične nosivosti mogu se koristiti i **tablice**, a danas se gotovo isključivo rabe **računalni programi**.

## 10.3 Granično stanje nosivosti

Često su, osobito u glavnih nosača **mostova**, gornje **pojasnice nosača izrazito široke**.

U tom se slučaju provjera granične nosivosti može **znatno pojednostavniti** (slika 10.20).



Slika 10.20: Pojednostavnjeni rebrasti presjek sa širokom pojasnicom

Naime, tu se može **zanemariti udio dijela hrpta u prenošenju tlačne sile**, pa je poznat **krak unutarnjih sila** (vidi sliku), a slično vrijedi i za **hvatište tlačne sile**.

Preostali dio **proračuna** doista je **jednostavan**.