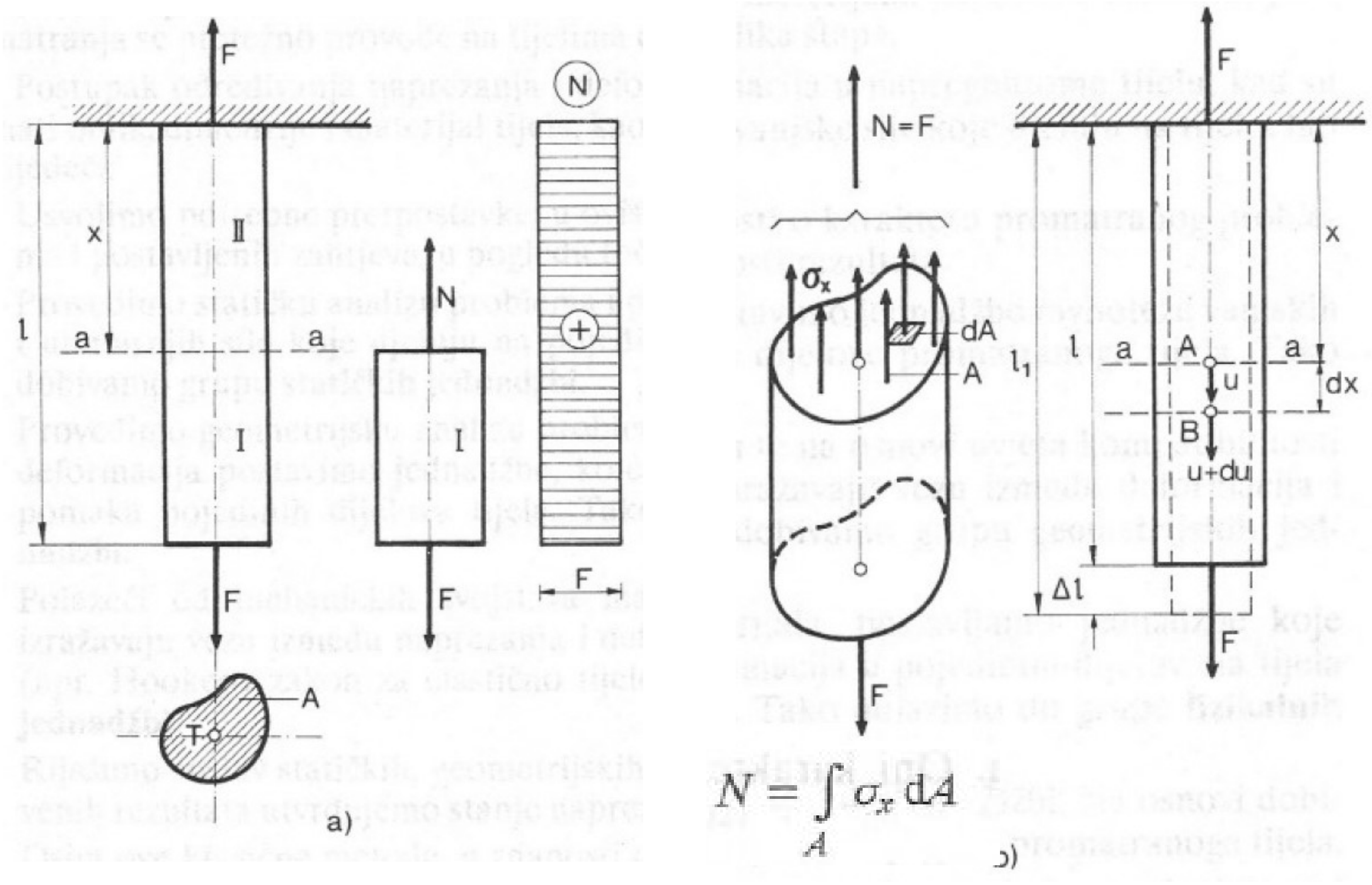
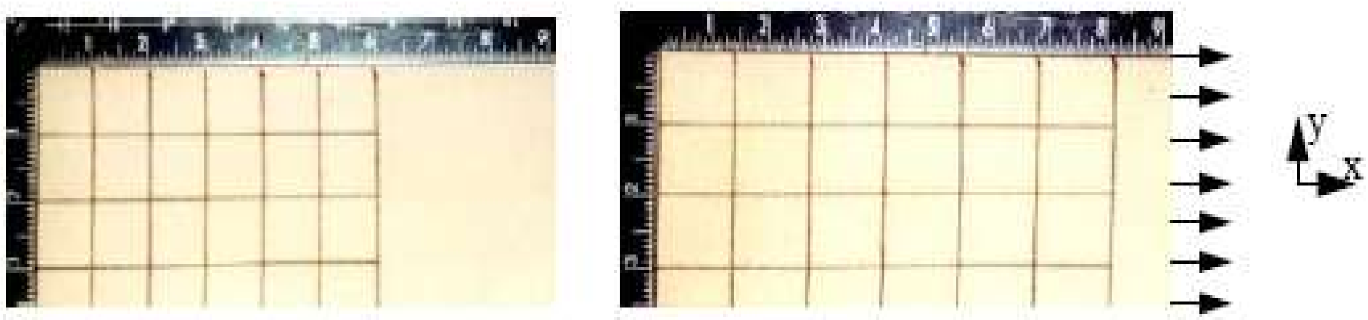
AKSIJALNO OPTEREĆENJE

AKSIJALNO OPTEREĆENJE

AKSIJALNO OPTEREĆENJE



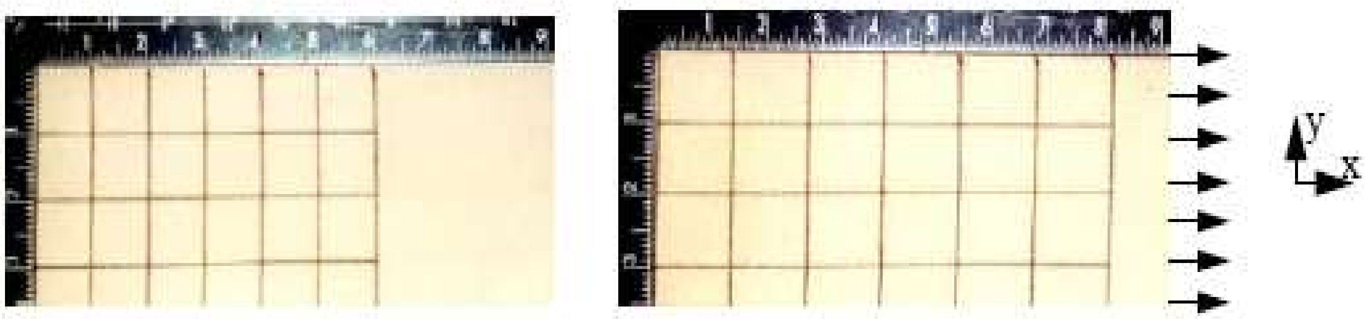
DEFORMACIJA



ZAPAŽANJA

- kvadrati se deformiraju u pravokutnike, razmak između poprečnih linija se mijenja (normalna naprezanja)
- mijenja se duljina i promjer štapa

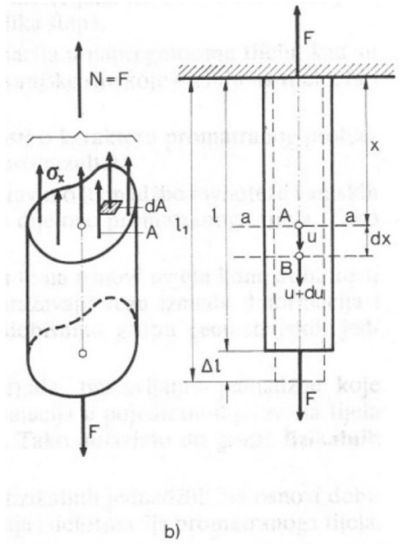
DEFORMACIJA



PRETPOSTAVKE:

• hipoteza ravnih presjeka – pri deformaciji štapa p.p. ostaju ravni i okomiti na os štapa

NAPREZANJA



- iz uvjeta ravnoteže: $\int_A \sigma_x dA = N = F$

$$\varepsilon_{xx} = const.$$

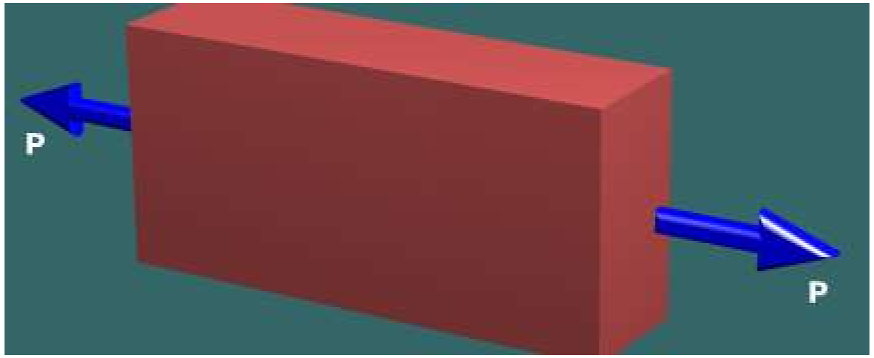
$$\sigma_{xx} = \varepsilon_{xx} E$$

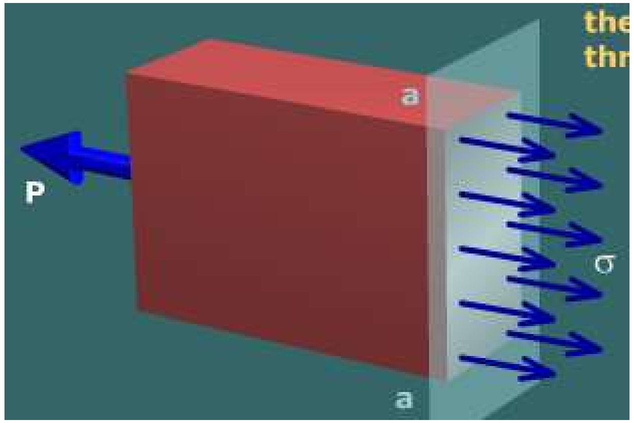
$$\int_A E\varepsilon_{xx} dA = N = F \Rightarrow \qquad E\varepsilon_{xx}\int_A dA = E\varepsilon_{xx} A = N = F$$

$$\sigma_x A = N = F \Rightarrow \qquad \sigma_x = \frac{N}{A} = \frac{F}{A}$$

jednolika raspodjela normalnih naprezanja

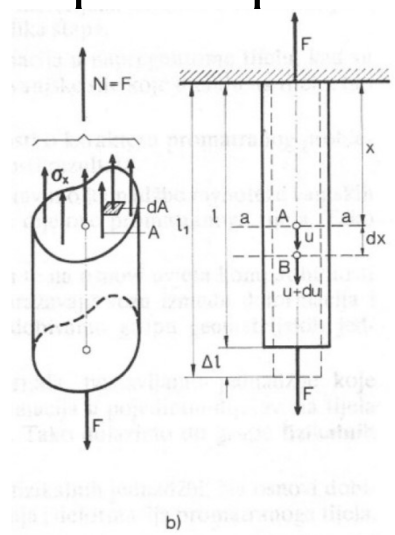
NORMALNO NAPREZANJE – **SMJER X**





DEFORMACIJA

- relativna dužinska deformacija u točki **A:** $$\varepsilon_{xx} = \frac{du}{dx}$$
- prirast pomaka:



$$du = \varepsilon_{xx} dx \qquad \varepsilon_{xx} = \frac{\sigma_{xx}}{E}$$

$$du = \frac{\sigma_{xx}}{E} dx \Rightarrow \qquad du = \frac{N}{AE} dx$$

$$u = \int \frac{N}{AE} dx \Rightarrow \qquad u = \frac{Nx}{AE} + C$$

- za x=0; u=0; C=0
- za x=l; u= Δl $\Rightarrow \Delta l = \dfrac{Nl}{AE}$ **apsolutna dužinska deformacija štapa**
  d

DEFORMACIJA

- apsolutna dužinska deformacija štapa: Δl
- relativna dužinska deformacija: $\varepsilon = \dfrac{\Delta l}{l}$
- relativna poprečna deformacija: $\varepsilon_q = \dfrac{\Delta d}{d}$ (ili ε_p)
- Poissonov koeficijent: $\upsilon = \dfrac{\varepsilon_P}{\varepsilon}$

HOOKEOV ZAKON

- vrijedi za područje elastičnih deformacija
- linearna zavisnost između naprezanja i deformacija

$$\sigma_{xx} = \varepsilon_{xx} E \qquad \varepsilon = \frac{\Delta \mathrm{l}}{\mathrm{l}} \qquad \sigma_x = \frac{N}{A} = \frac{F}{A}$$

$$\Rightarrow \Delta l = \frac{Nl}{AE}$$

DIMENZIONIRANJE

- uvjet čvrstoće: $\sigma_{\max} \le \sigma_{dop}$
- uvjet krutosti: $\Delta l_{\max} \le \Delta l_{dop}$

Troznačnost jednadžbe naprezanja

1) Kontrola naprezanja / kontrola čvrstoće štapa

$$\sigma_{xx} = \frac{F}{A} \leq \sigma_{dop} \qquad \sigma_{dop} = \frac{\sigma_{kr}}{k_s}$$

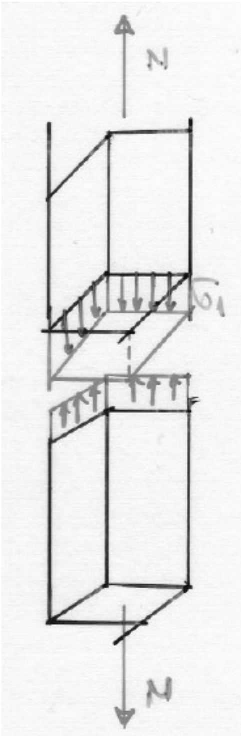
2) Dimenzioniranje (određivanje potrebne površine popr.pr.)

$$A_{potrebno} \geq \frac{F}{\sigma_{dop}}$$

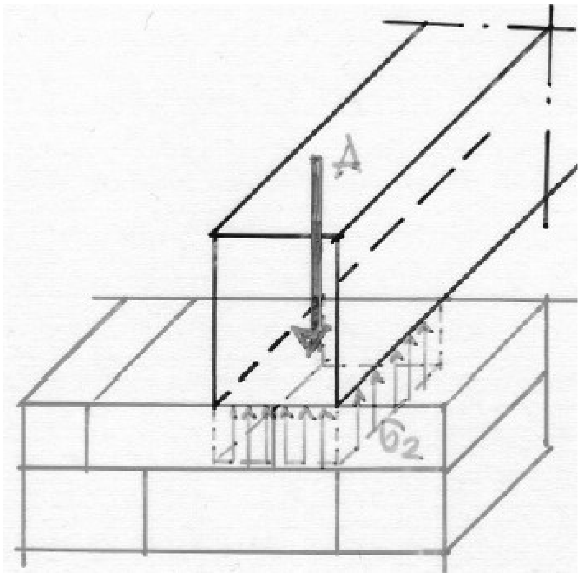
3) Nosivost (određivanje sile koju štap može preuzeti)

$$F \leq A \cdot \sigma_{dop}$$

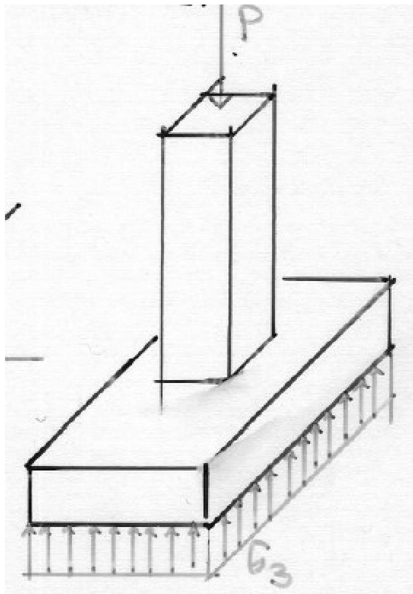
PRIMJERI NORMALNOG NAPREZANJA



naprezanja u štapu



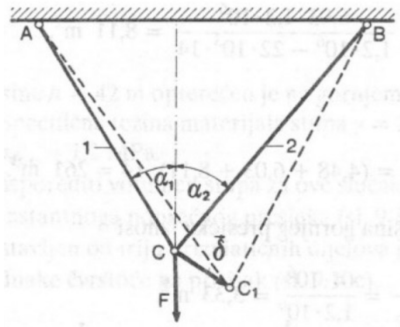
naprezanja na osloncu



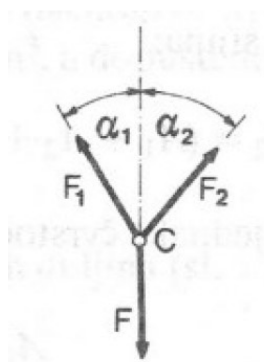
naprezanja temelj-tlo

PLAN POMAKA

- štapni elementi sastavljeni su u čvorovima
- opterećenje djeluje u čvoru
- štapovi su aksijalno opterećeni
- dolazi do produljenja (skraćenja) štapova



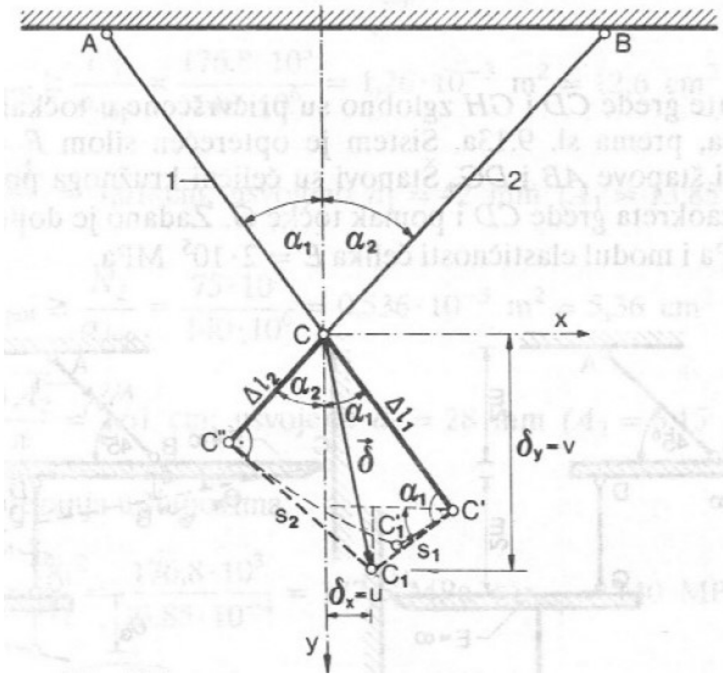
- sile u štapovima iz uvjeta ravnoteže
- produljenje štapova – Hookeov zakon



PLAN POMAKA

$$\Delta l_1 = \frac{F_1 l_1}{A_1 E_1} \qquad \Delta l_2 = \frac{F_2 l_2}{A_2 E_2}$$

- pomak čvora **C** $\delta = CC_1$



horizontalna komponenta: $\delta_x = u$

vertikalna komponenta: $\delta_y = v$

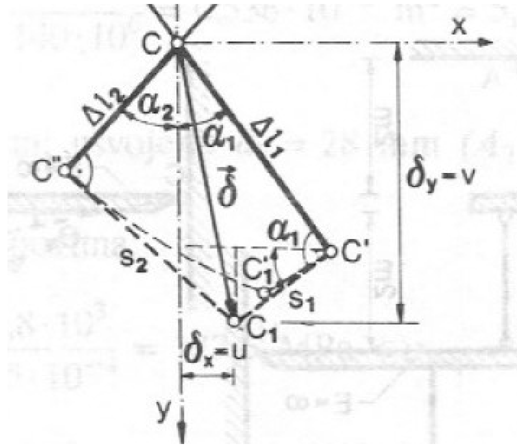
pomak točke C:

$$\delta = \sqrt{\delta_x^2 + \delta_y^2} = \sqrt{u^2 + v^2}$$

PLAN POMAKA

$$\Delta l_2 = \Delta l_1 \cos(\alpha_1 + \alpha_2) + s_1 \sin(\alpha_1 + \alpha_2)$$

$$s_1 = \frac{\Delta l_2 - \Delta l_1 \cos(\alpha_1 + \alpha_2)}{\sin(\alpha_1 + \alpha_2)}$$



$$\Rightarrow \delta_y = v = \Delta l_1 \cos\alpha_1 + s_1 \sin\alpha_1$$

$$\Rightarrow \delta_x = u = \Delta l_1 \sin\alpha_1 - s_1 \cos\alpha_1$$

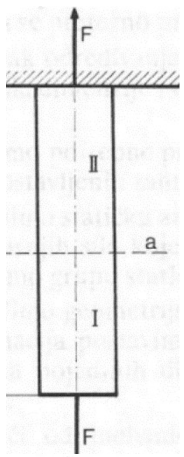
$$\delta = \sqrt{\delta_x^2 + \delta_y^2} = \sqrt{u^2 + v^2}$$

STATIČKI NEODREĐENI SISTEMI

STATIČKI NEODREĐENI SISTEMI

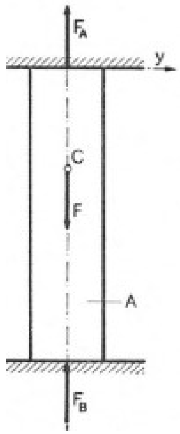
STATIČKI ODREĐENI SISTEMI

- kada je broj nepoznatih sila **(n_1)** jednak broju statičkih uvjeta ravnoteže **(n_2)**; ***($n_1 = n_2$)***
- određivanje nepoznatih sila – iz statičkih uvjeta ravnoteže



STATIČKI NEODREĐENI SISTEMI

- kada je broj nepoznatih sila **(n_1)** veći od broja statičkih uvjeta ravnoteže **(n_2)**; ***($n_1 > n_2$)***
- određivanje nepoznatih sila **($n = n_1 - n_2$)** – iz statičkih uvjeta ravnoteže + dopunski uvjeti deformacija



STATIČKI NEODREĐENI SISTEMI

PRORAČUN STATIČKI NEPOZNATIH VELIČINA

- odredimo stupanj statičke neodređenosti zadanog sistema, postavimo moguće uvjete ravnoteže
- svodimo sistem na osnovni statički određeni sistem,
- zamjena nedostajućih ograničenja silama,
- utvrdimo vezu među deformacijama pojedinih dijelova konstrukcije i postavimo potreban broj jednadžbi kompatibilnosti deformacija , odnosno pomaka,
- pomoću Hookeovog zakona deformacije pojedinih dijelova izrazimo silama,
- proračun jednadžbi ravnoteže i jednadžbi kompatibilnosti

STATIČKI NEODREĐENI SISTEMI

Metode proračuna:

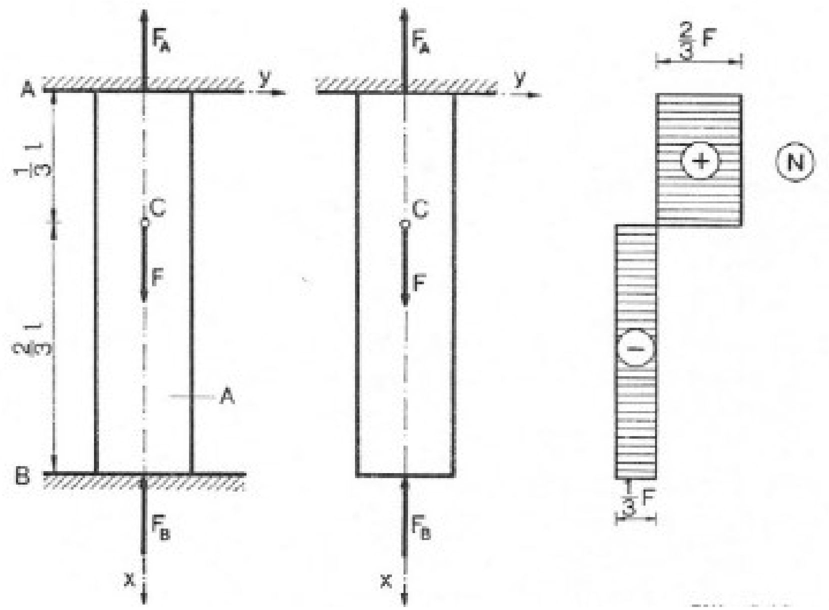
- **METODA SILA**
  – ako su nepoznate veličine **sile**

- **METODA DEFORMACIJA**
  – ako su nepoznate veličine **deformacije**

STATIČKI NEODREĐENI SISTEMI

- **zadano je**: A, E, F, l
- **treba odrediti**: naprezanje i pomak točke **C**
- **uvjet ravnoteže:**

$$\sum F_x = F - F_A - F_B = 0$$



- **dopunski uvjet:**

$$u_B = 0 \quad \textbf{ili} \quad u_A = 0$$

STATIČKI NEODREĐENI SISTEMI

$$u_B = \Delta l = 0; \quad \Delta l = \frac{F(\frac{1}{3}l)}{EA} - \frac{F_B l}{EA} = 0$$

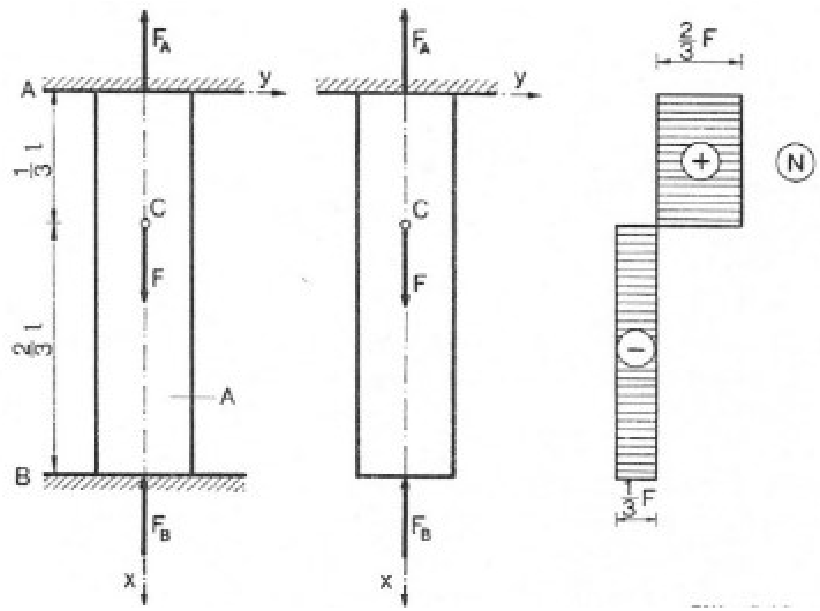
$$F_B = \frac{1}{3}F; \quad F_A = \frac{2}{3}F;$$

- maksimalno naprezanje:

$$\sigma_{\max} = \frac{N_{\max}}{A} = \frac{2F}{3A}$$

- pomak točke C:

$$u_C = \frac{F_A(\frac{1}{3}l)}{EA} = \frac{2}{9}\frac{Fl}{EA}$$



TOPLINSKA NAPREZANJA

(kod štapnih elemenata)

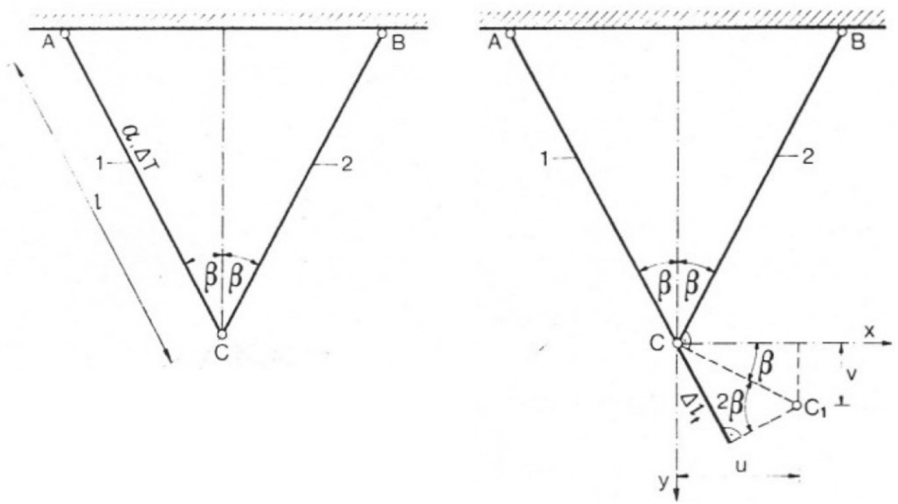
TOPLINSKA NAPREZANJA

- **dužinska deformacija pri promjeni temperature** Δt

$$\varepsilon_t = \alpha_t \Delta t$$

- koeficijent linearnog toplinskog istezanja α_t
- **pripadajuće produljenje**:

$$\Delta l_t = \varepsilon_t l = \alpha_t l \Delta t$$



- **pomak točke C:**

$$\delta_C = CC_1 = \frac{\Delta l_t}{\sin 2\beta} = \frac{\alpha_t l \Delta t}{\sin 2\beta}$$

- **Kod jednolike promjene temperature u izotropnom materijalu ne mijenjaju se kutevi između dužina; nastaju dužinske deformacije jednake u svim smjerovima**

TOPLINSKA NAPREZANJA

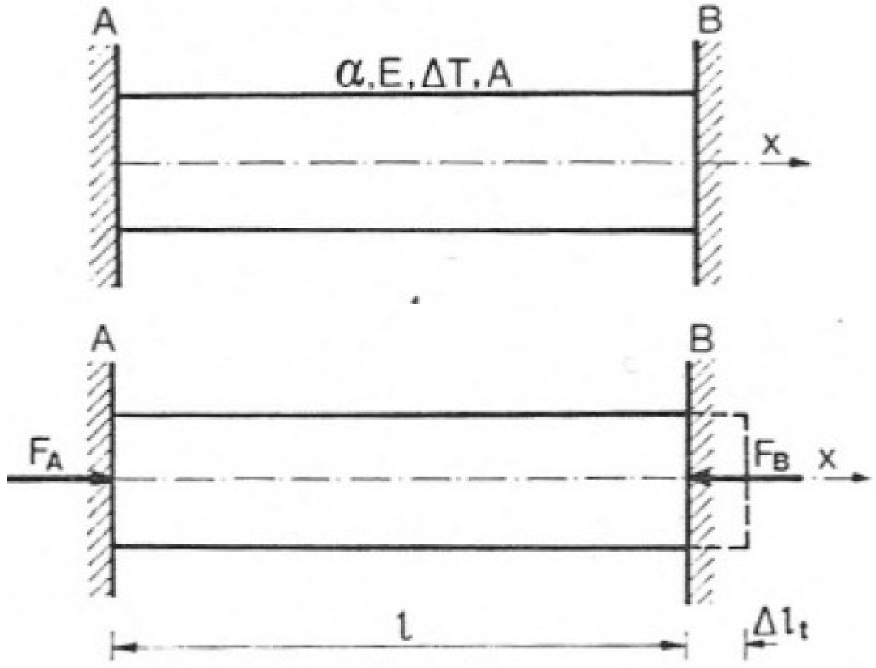
$$F_A = F_B = F$$

$$\Delta l_t = \varepsilon_t l = \alpha_t l \Delta t$$

$$\Delta l_{ukupni} = 0$$

$$\Delta l_t = \Delta l_{sile}$$

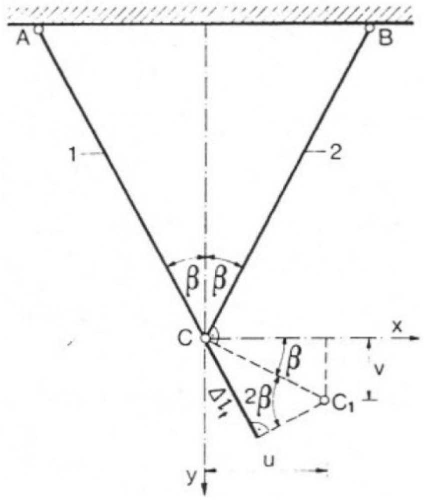
$$\Delta l_{sile} = \frac{Fl}{EA}$$



TOPLINSKA NAPREZANJA

- promjena temperature uzrokuje deformacije

  - deformacije bez naprezanja:



  - ako je deformacija podvrgnuta ograničenju javlja se naprezanje: