AKSIJALNO OPTEREĆENJE

Troznačnost jednadžbe naprezanja

1) Kontrola naprezanja / kontrola čvrstoće štapa

$$\sigma_{xx} = \frac{F}{A} \leq \sigma_{dop} \qquad \sigma_{dop} = \frac{\sigma_{kr}}{k_s}$$

2) Dimenzioniranje (određivanje potrebne površine popr.pr.)

$$A_{potrebno} \geq \frac{F}{\sigma_{dop}}$$

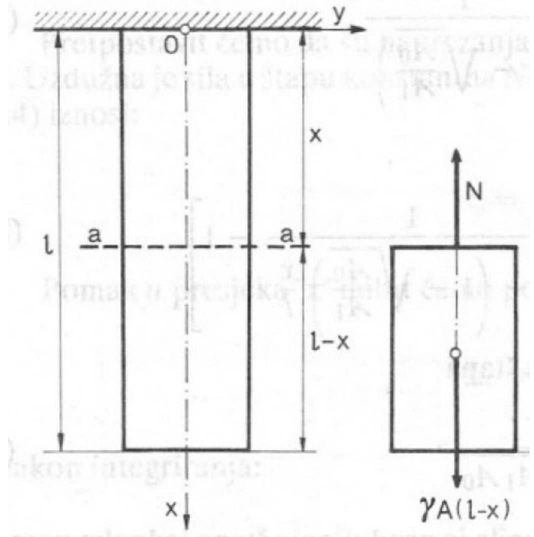
3) Nosivost (određivanje sile koju štap može preuzeti)

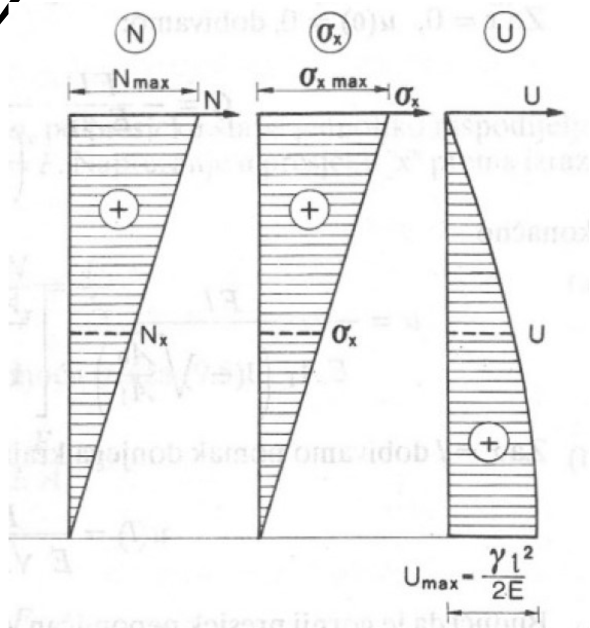
$$F \leq A \cdot \sigma_{dop}$$

UTJECAJ VLASTITE TEŽINE

UTJECAJ VL. TEŽINE ŠTAPA-NAPREZANJE

- **vlastita težina je volumenska sila**
- **specifična težina materijala γ**



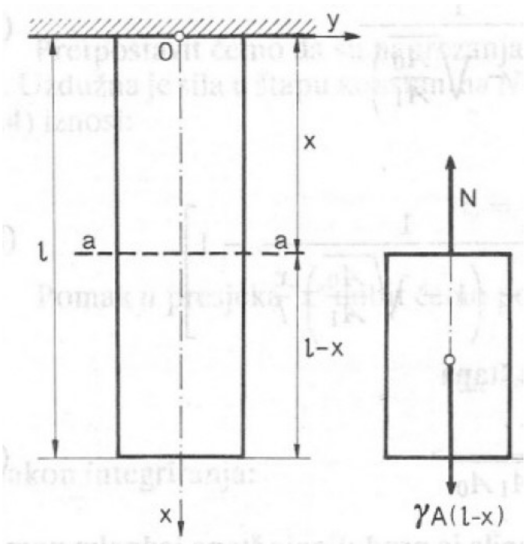


$$N = G_x = \gamma A(l - x) \qquad \sigma_x = \frac{N}{A} = \gamma(l - x)$$

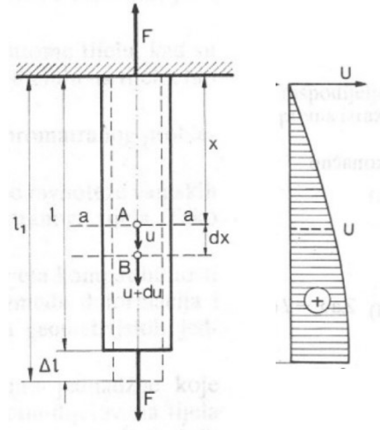
UTJECAJ VLASTITE TEŽINE ŠTAPA

- najveće naprezanje: $\sigma_{x\max} = \gamma l \leq \sigma_{dop}$
- dopuštena duljina štapa: $l_{dop} \leq \dfrac{\sigma_{dop}}{\gamma}$
- kritična duljina štapa: $l_{kr} = \dfrac{\sigma_{KR}}{\gamma}$

σ_{KR} kritično naprezanje



UTJECAJ VL. TEŽINE ŠTAPA-DEFORMACIJA



- Hookeov zakon: $\varepsilon_{xx} = \dfrac{\sigma_x}{E} = \dfrac{\gamma}{E}(l-x)$
- pomak: $du = \varepsilon_{xx} dx; \qquad N = \gamma A(l-x)$

$$u = \int \frac{N}{AE} dx + C = \int \frac{\gamma A(l-x)}{AE} dx + C$$

- za x=0; u=0; C=0
- za x=l; u= u_{max} $\Rightarrow \Delta l = u_{max} = \dfrac{\gamma l^2}{2E}$
- za $G = \gamma A l \Rightarrow \Delta l_G = \dfrac{Gl}{2AE}$ **produljenje uslijed djelovanja vl. težine**

UTJECAJ VL. TEŽINE ŠTAPA-NAPREZANJE

Ako na štap istovremeno djeluje i uzdužna sila na slobodnom kraju:

naprezanje od sile: $$\sigma_{x(F)} = \frac{N}{A}$$

naprezanje od vl težine: $$\sigma_{x\max(G)} = \gamma l$$

maksimalno naprezanje:

$$\sigma_{x\max} = \frac{N}{A} + \gamma l \leq \sigma_{dop} \quad \Longrightarrow \quad A \geq \frac{N}{\sigma_{dop} - \gamma l}$$

UTJECAJ VL. TEŽINE ŠTAPA-DEFORMACIJA

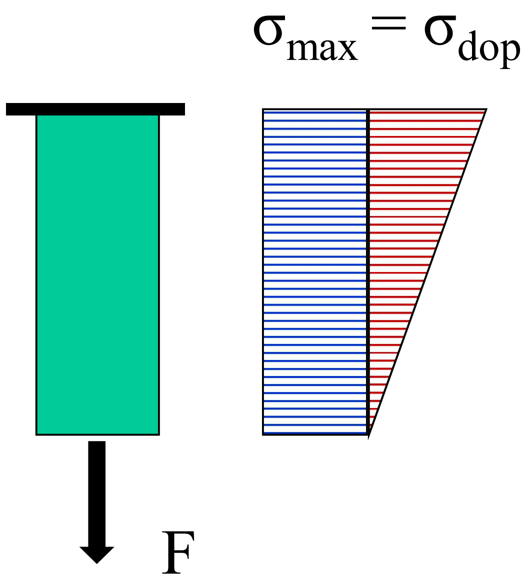
Ako na štap istovremeno djeluje i uzdužna sila na slobodnom kraju:

produljenje od sile: $$\Delta l = \frac{Nl}{AE}$$

produljenje od vl. težine štapa: $$\Delta l_G = \frac{Gl}{2AE}$$

maksimalno produljenje štapa: $$\Delta l_{\max} = u_{\max} = \frac{Nl}{AE} + \frac{Gl}{2AE}$$

ŠTAP KONSTANTNOG POPREČNOG PRESJEKA

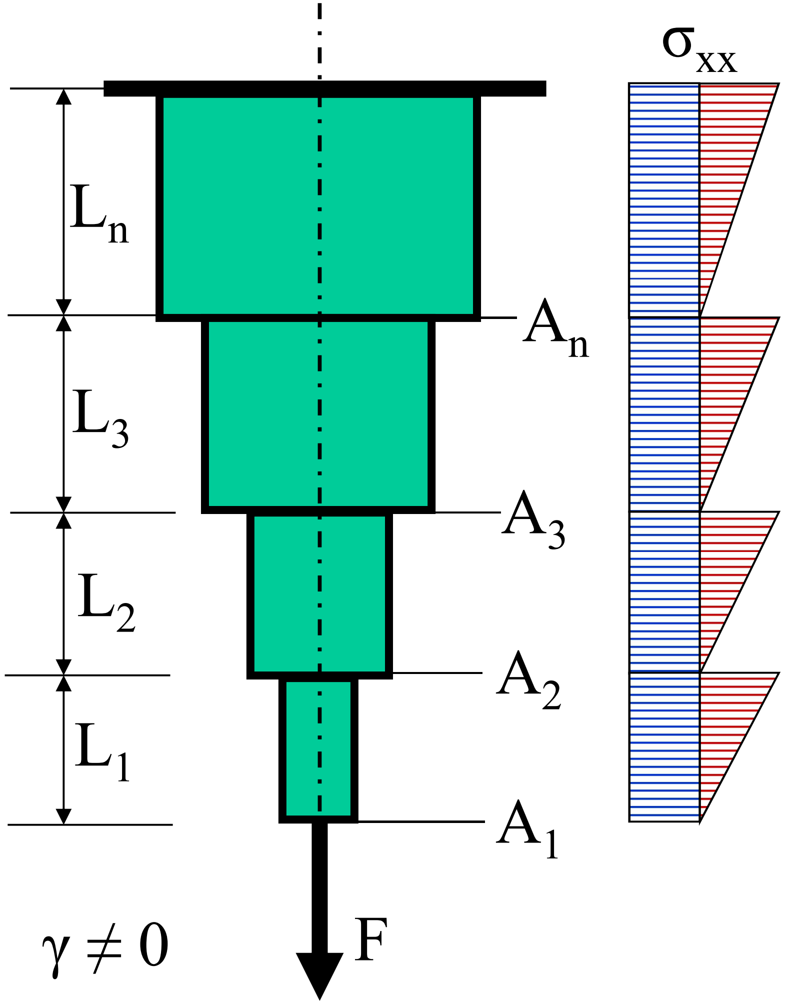


$$\sigma_{x\max} = \frac{F}{A} + \gamma l \leq \sigma_{dop}$$

$$A \geq \frac{F}{\sigma_{dop} - \gamma l}$$

Štapovi s konstantnom površinom p.p. su neracionalni - veliki dio materijala je neiskorišten

SASTAVLJEN ŠTAP



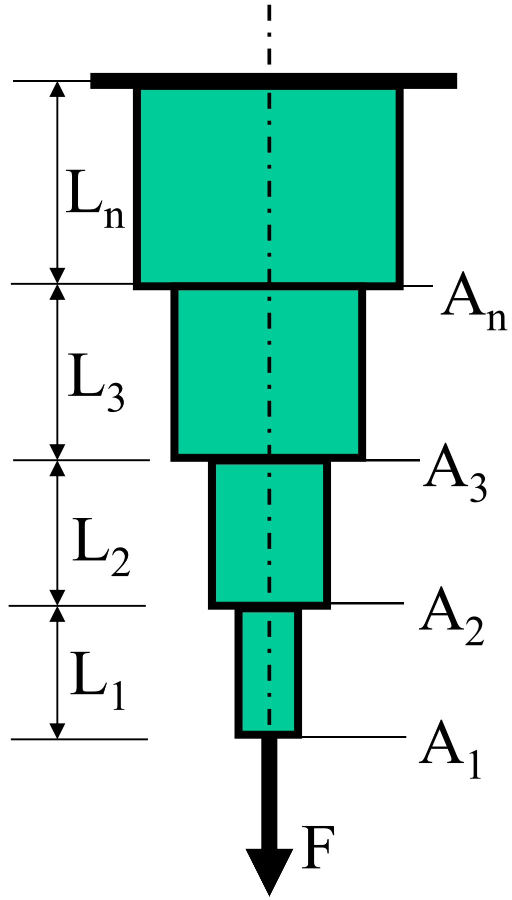
Ideja: Napraviti štap što jednostavniji za izradu ali sa što većom iskoristivosti naprezanja.

$$N = F + G_1$$

$$\sigma_{xx,max} = \frac{F}{A_1} + \gamma \cdot L_1 \leq \sigma_{dop}$$

$$A_1 \geq \frac{F}{\sigma_{dop} - \gamma \cdot L_1}$$

SASTAVLJEN ŠTAP



$$N = F + G_1 + G_2$$

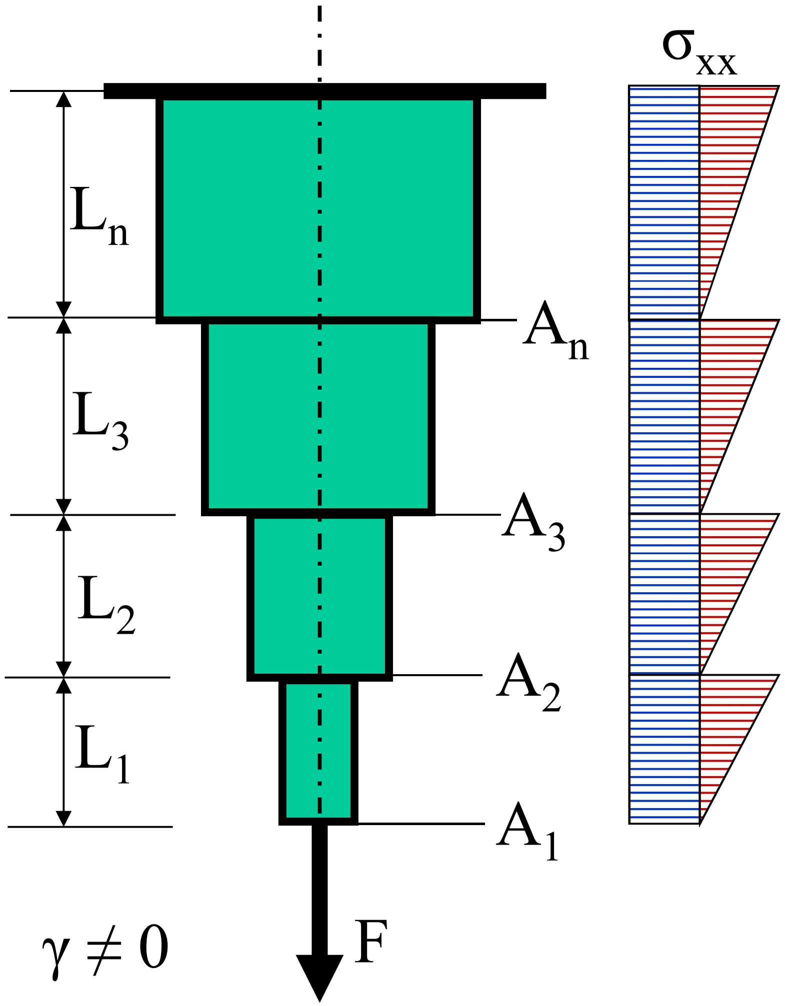
$$\sigma_{xx,\max} = \frac{F}{A_2} + \gamma \cdot L_1 + \gamma \cdot L_2 \leq \sigma_{dop}$$

..... A_3 A_4, A_5......... A_n

$$A_n \geq \frac{A_0}{\left(1 - \frac{L\gamma}{\sigma_{dop}}\right)^n} \qquad A_0 = \frac{F}{\sigma_{dop}}$$

L – duljina segmenta // svi segmenti iste duljine

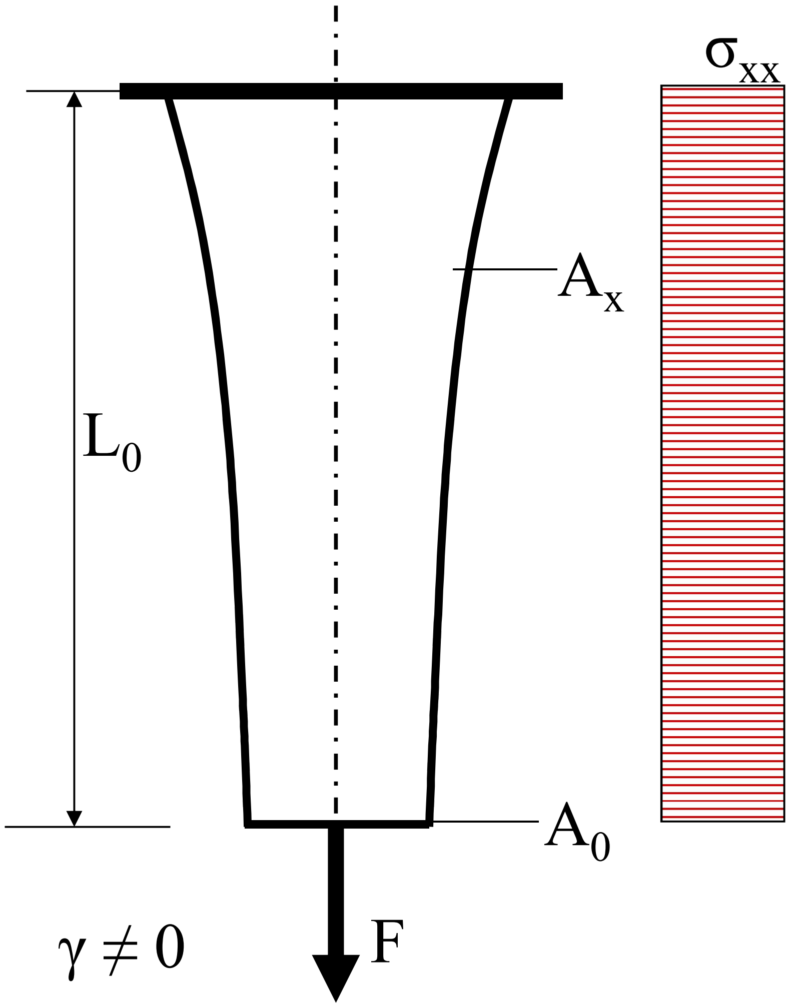
SASTAVLJEN ŠTAP



Ako je $L_1 = L_2 = \ldots = L_n$

$$A_n \geq \frac{A_0}{\left(1 - \frac{L\gamma}{\sigma_{dop}}\right)^n}$$

ŠTAP JEDNAKE ČVRSTOĆE



Ideja: Napraviti štap kojemu će u svakom poprečnom presjeku biti naprezanje u potpunosti iskorišteno (svugdje je σ_{dop}).

$$A_x = A_0 \cdot e^{\frac{\gamma \cdot x}{\sigma_{dop}}} = \frac{F}{\sigma_{dop}} \cdot e^{\frac{\gamma \cdot x}{\sigma_{dop}}}$$

$$G = \sigma_{dop} \cdot A_{max} - F = F \cdot \left(e^{\frac{\gamma \cdot L}{\sigma_{dop}}} - 1 \right)$$

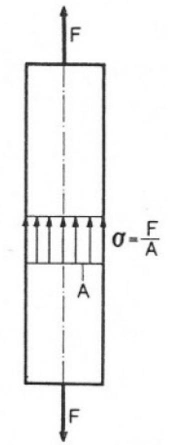
$$\Delta L = \frac{\sigma_{dop}}{E} \cdot L_0$$

Problem: komplicirana i skupa izrada.

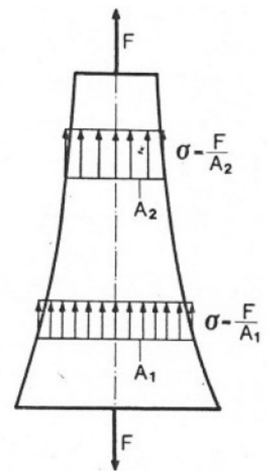
KONCENTRACIJA NAPREZANJA

KONCENTRACIJA NAPREZANJA

- kod konstantnog poprečnog presjeka raspodjela normalnih naprezanja po površini p.p. je jednolika

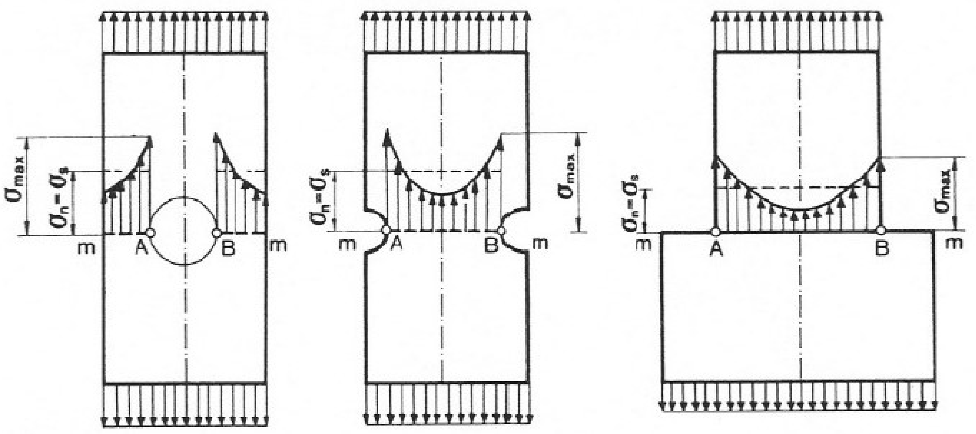


- s dovoljnom točnošću vrijedi isto za štap kod kojeg se p.p. mijenja postupno



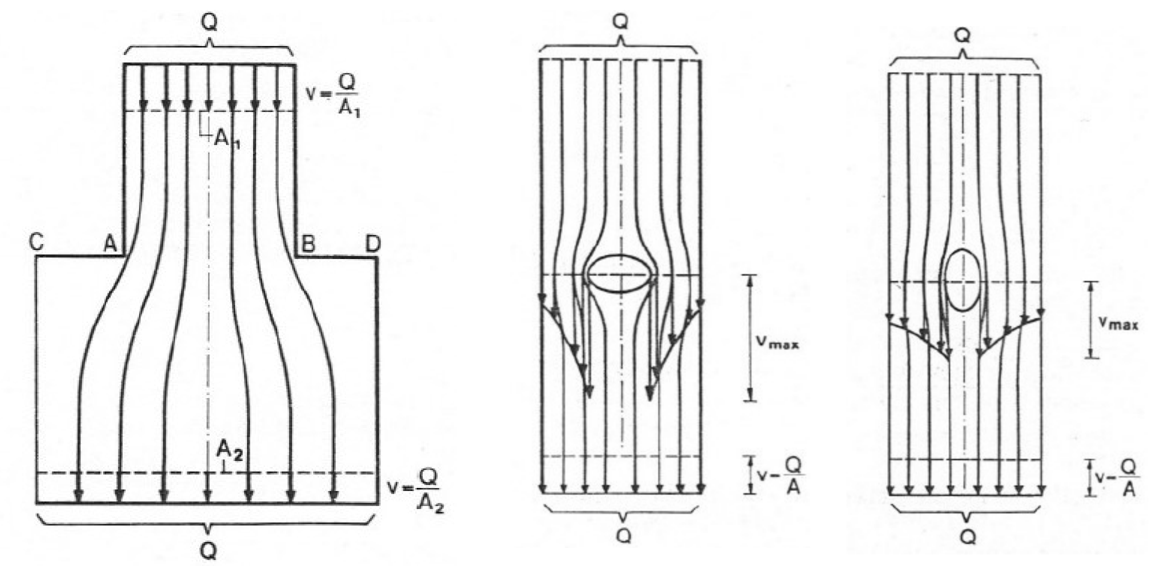
KONCENTRACIJA NAPREZANJA

- u okolici otvora, utora, naglih promjena p.p. raspodjela naprezanja je nejednolika,
- maksimalno naprezanje može biti nekoliko puta veće od prosječnog,



KONCENTRACIJA NAPREZANJA

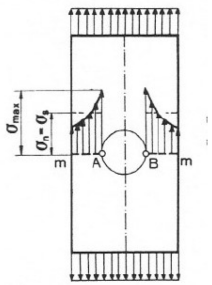
- hidrodinamička analogija-na mjestima gdje strujnice imaju najveći otklon (max.brzina)⇒najveće naprezanje



KONCENTRACIJA NAPREZANJA

- pojave lokalnog povećanja naprezanja nazivaju se **KONCENTRACIJOM NAPREZANJA**
- stupanj koncentracije naprezanja definiran je **faktorom koncentracije naprezanja** α_k
- α_k određujemo metodama teorije elastičnosti ili eksperimentalnim metodama

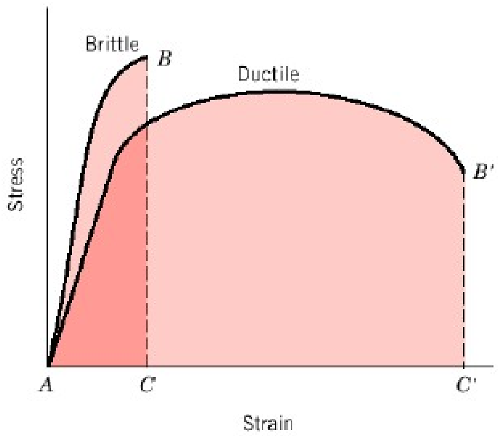
$$\alpha_k = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_s} \qquad \sigma_s = \frac{F}{A_n}$$



- gdje je σ_s nominalno (srednje) naprezanje po oslabljenom presjeku
- A_n površina oslabljenog presjeka

KONCENTRACIJA NAPREZANJA

- uz pretpostavku da maks. naprezanje ne prelazi σ_P , karakter koncentracije naprezanja jednak je za sve materijale,
- ako naprezanje prijeđe σ_P tada vrijedi stvarni $\sigma - \varepsilon$ dijagram



KONCENTRACIJA NAPREZANJA

PLASTIČNI MATERIJALI

- **statičko opterećenje** – pojava koncentracije naprezanja se **može** zanemariti,
- **dinamičko opterećenje** - pojava koncentracije naprezanja se **ne može** zanemariti

KONCENTRACIJA NAPREZANJA

PLASTIČNI MATERIJALI

- **granično stanje:** $$\sigma_T = F_{gr} / A_n$$

(A_n neto površina)
(kada u svim točkama $\sigma = \sigma_T$)

$$F_{gr} = \sigma_T A_n$$

- **dopušteno opterećenje:** $$F_{dop} = F_{gr} / K$$

- **uvjet čvrstoće:**

$$F \leq F_{dop} = A_n \frac{\sigma_T}{K} = A_n \sigma_{dop}$$

KONCENTRACIJA NAPREZANJA

KRHKI MATERIJALI

- **statičko i dinamičko opterećenje** – pojava koncentracije naprezanja se **ne može** zanemariti, (kad maks. naprezanje dosegne čvrstoću materijala $\Rightarrow$ **pukotine** što uzrokuje još veću koncentraciju naprezanja)

- **uvjet čvrstoće** : $$\sigma_{\max} = \alpha_k \frac{F}{A_n} \leq \sigma_{dop}$$