

Betonske konstrukcije 2

Izv. prof. dr. sc. Damir Varevac

dvarevac@gfos.hr

GRANIČNA STANJA UPORABLJIVOSTI

GRANIČNO STANJE PUKOTINA

Z. Sorić, T. Kišiček: Betonske konstrukcije 2

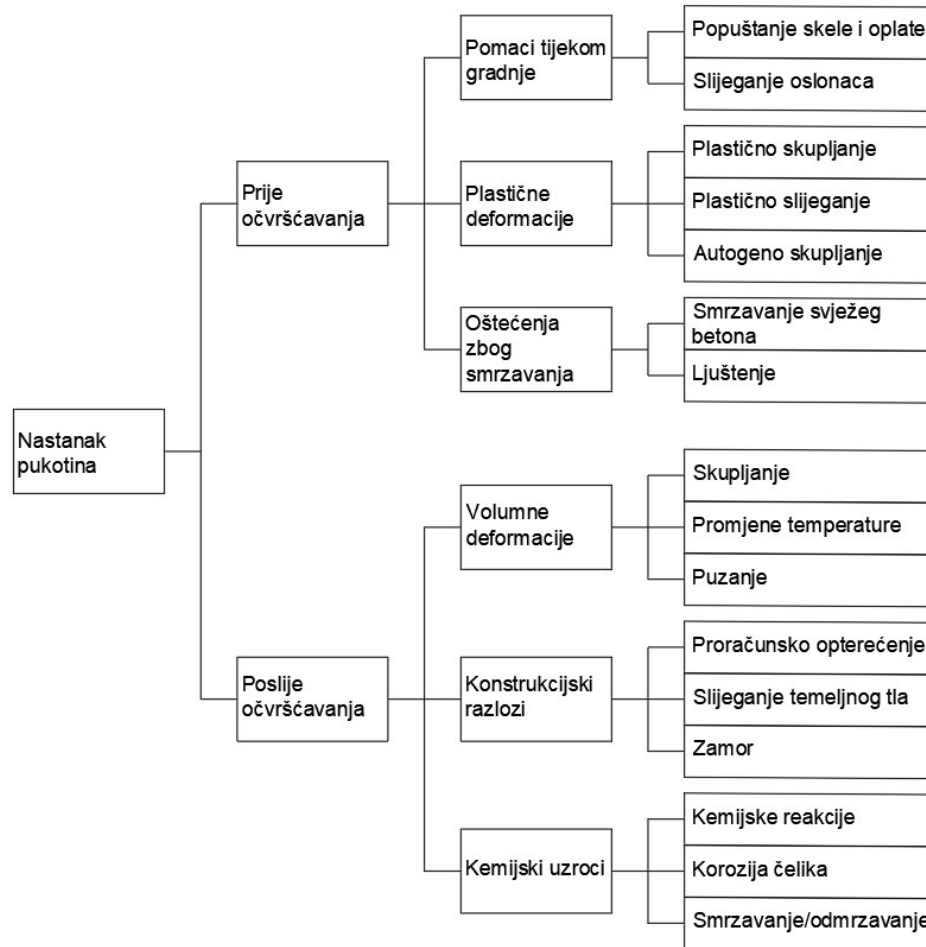
Str. 47 - 78

Granična stanja uporabljivosti

1. **Granično stanje naprezanja:** ograničava naprezanja za proračunsko djelovanje kako bi spriječilo prekomjerno plastično deformiranje i raspucavanje.
2. **Granično stanje raspucavanja:** ograničava širinu pukotina kako ne bi došlo do korozije armature.
3. **Granično stanje deformiranja:** odnosi se na sve pomake, progibe, uvrtnja, zaokrete, zakrivljenosti i promjene nagiba.
4. **Granično stanje zamora:** ograničava veličinu promjene naprezanja.

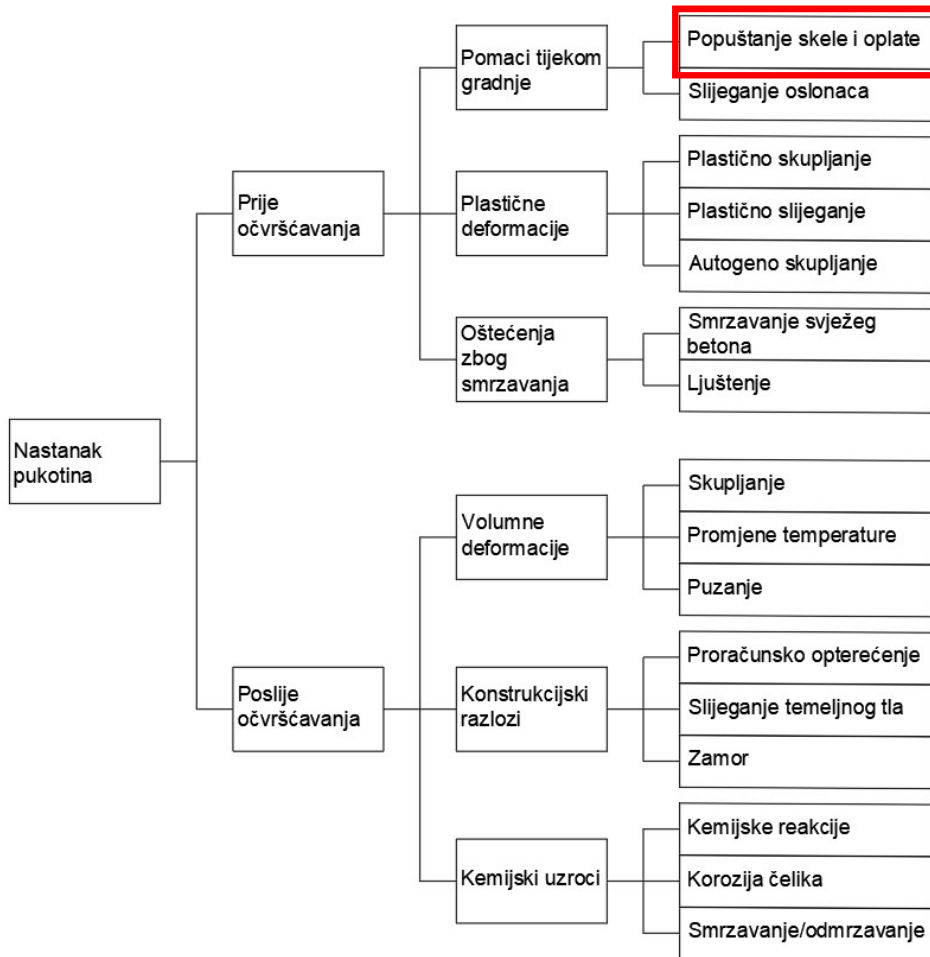
Granično stanje pukotina

Razlozi nastanka pukotina



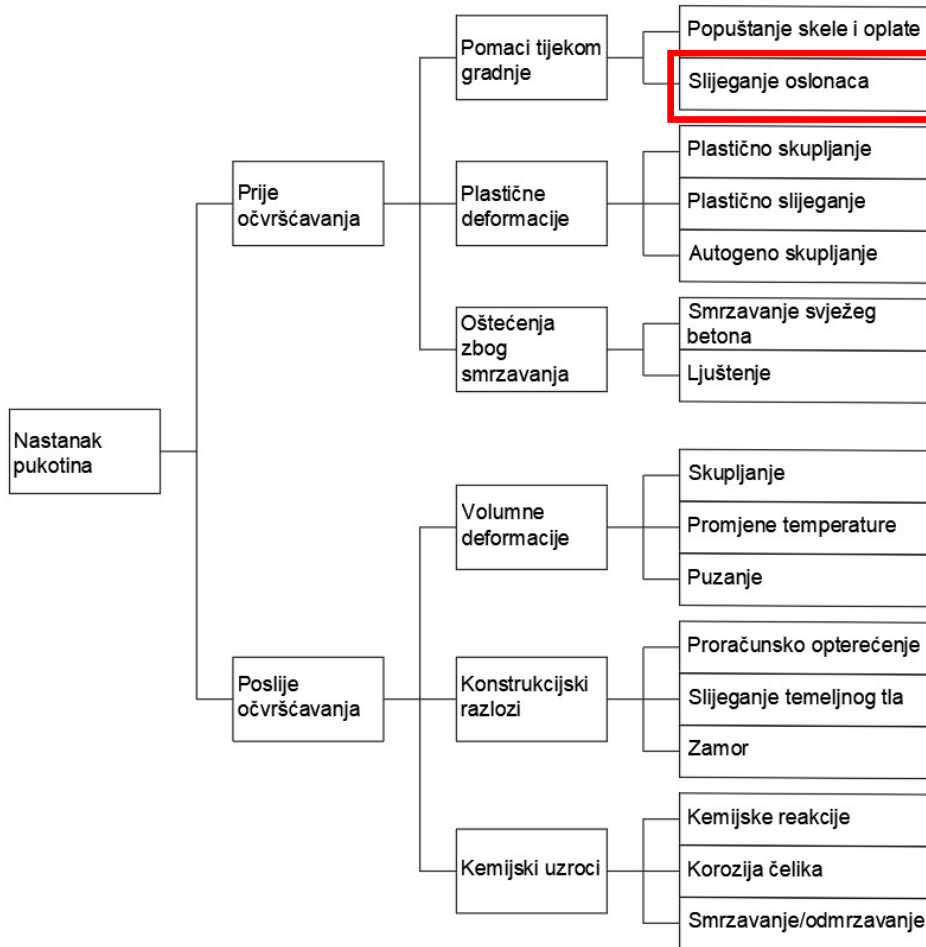
Granično stanje pukotina

Razlozi nastanka pukotina



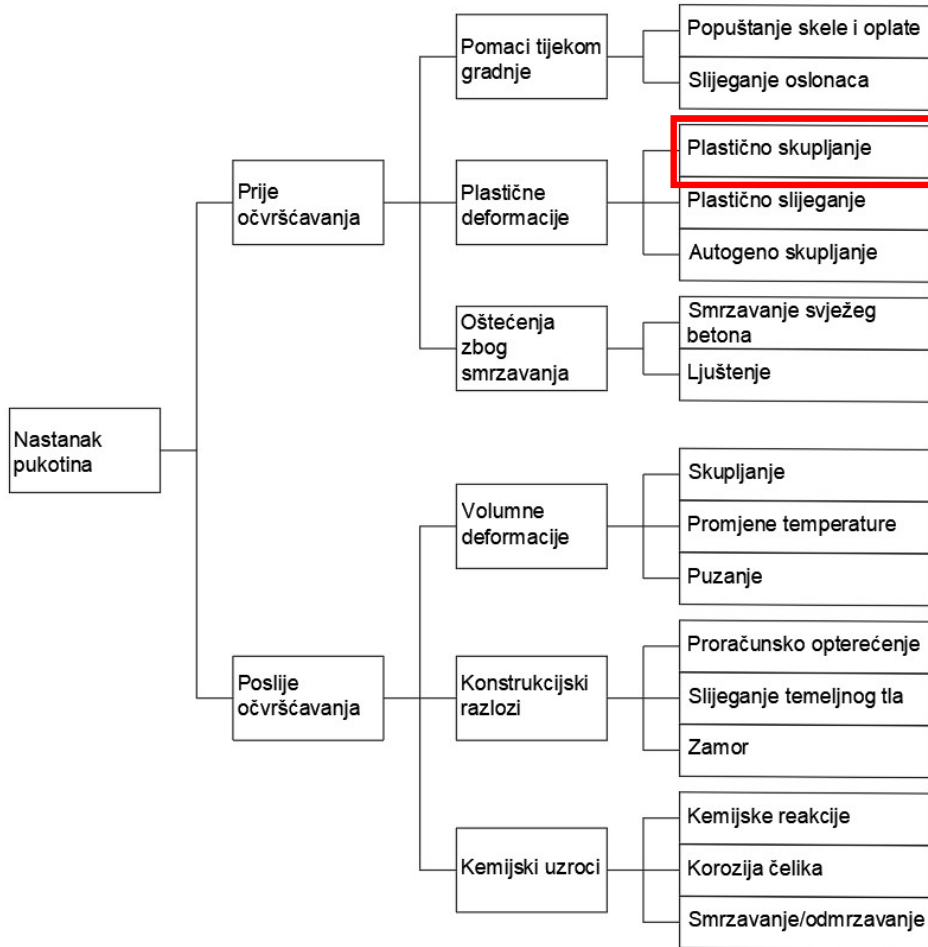
Granično stanje pukotina

Razlozi nastanka pukotina



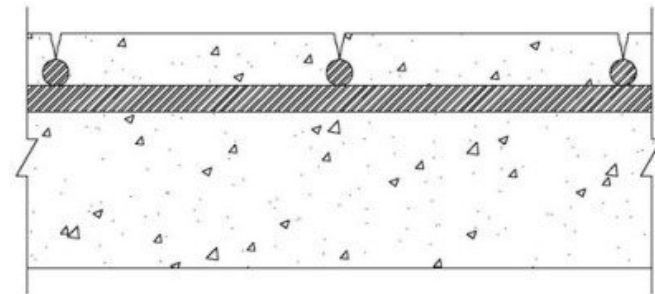
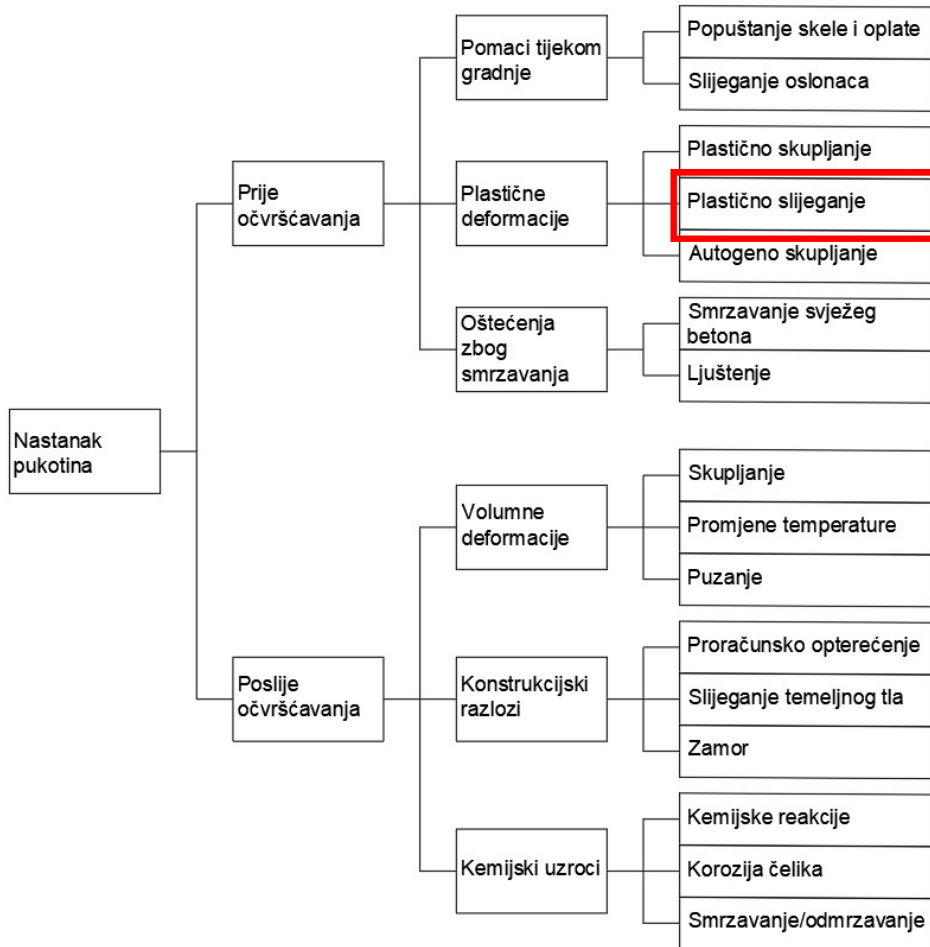
Granično stanje pukotina

Razlozi nastanka pukotina



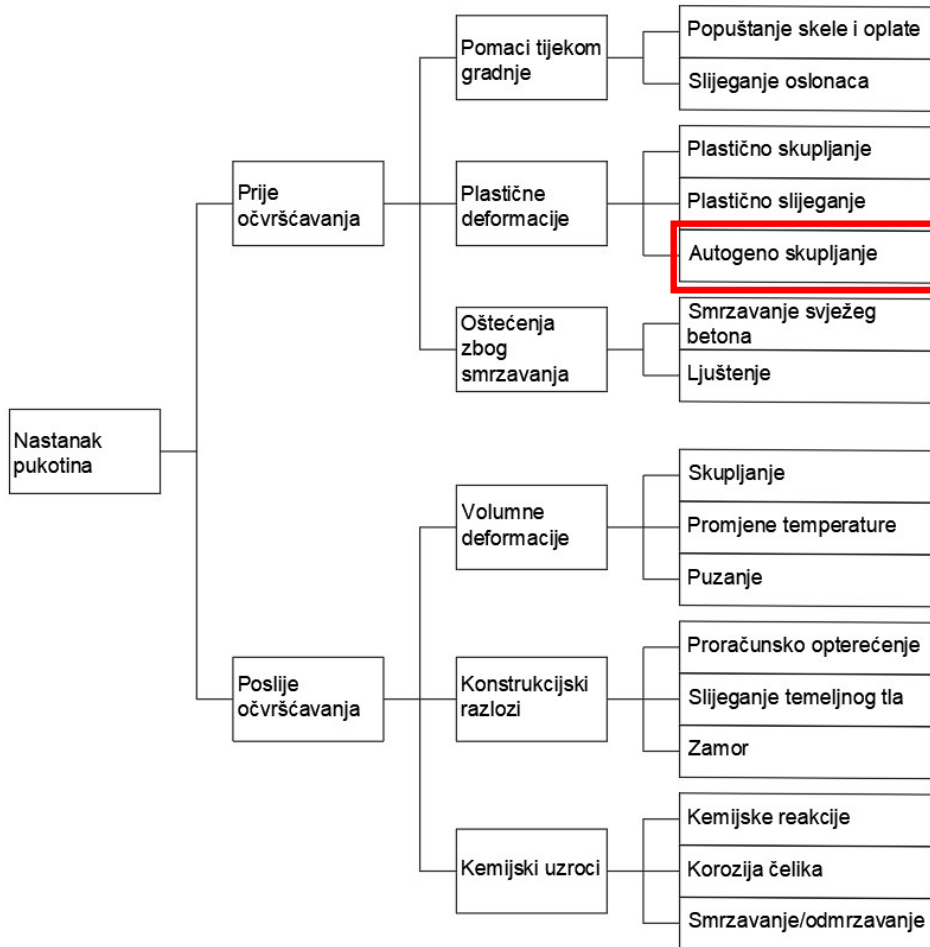
Granično stanje pukotina

Razlozi nastanka pukotina



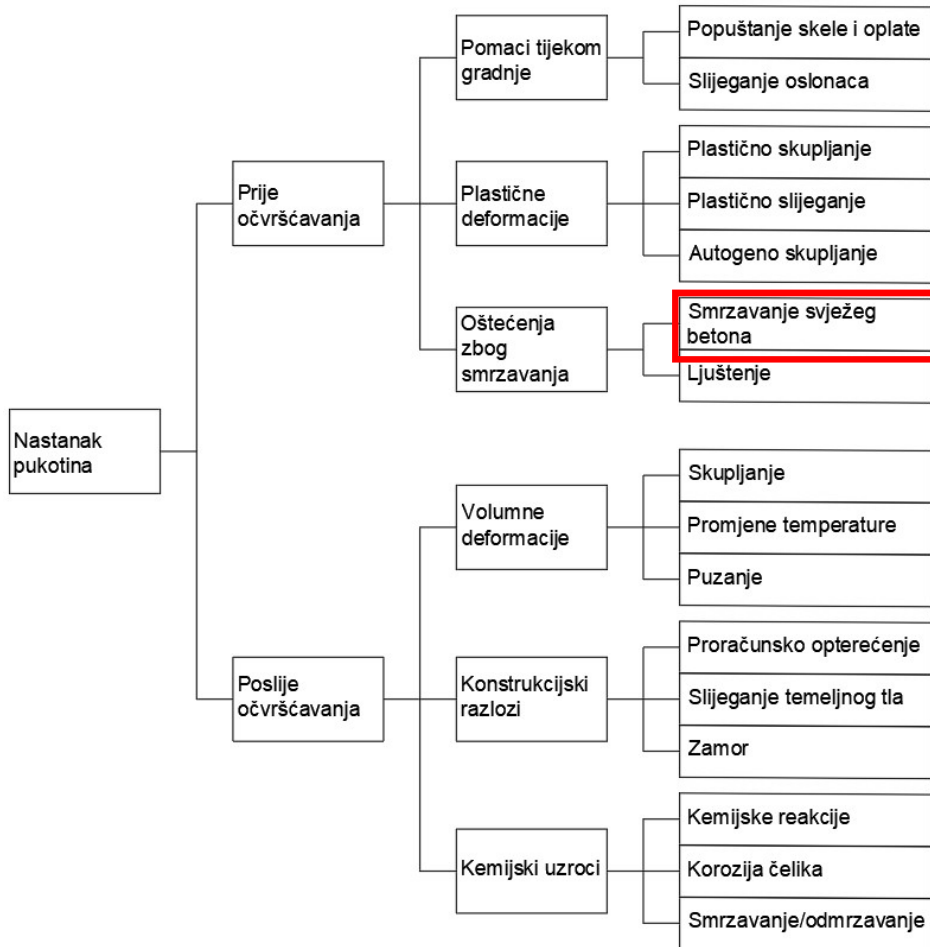
Granično stanje pukotina

Razlozi nastanka pukotina



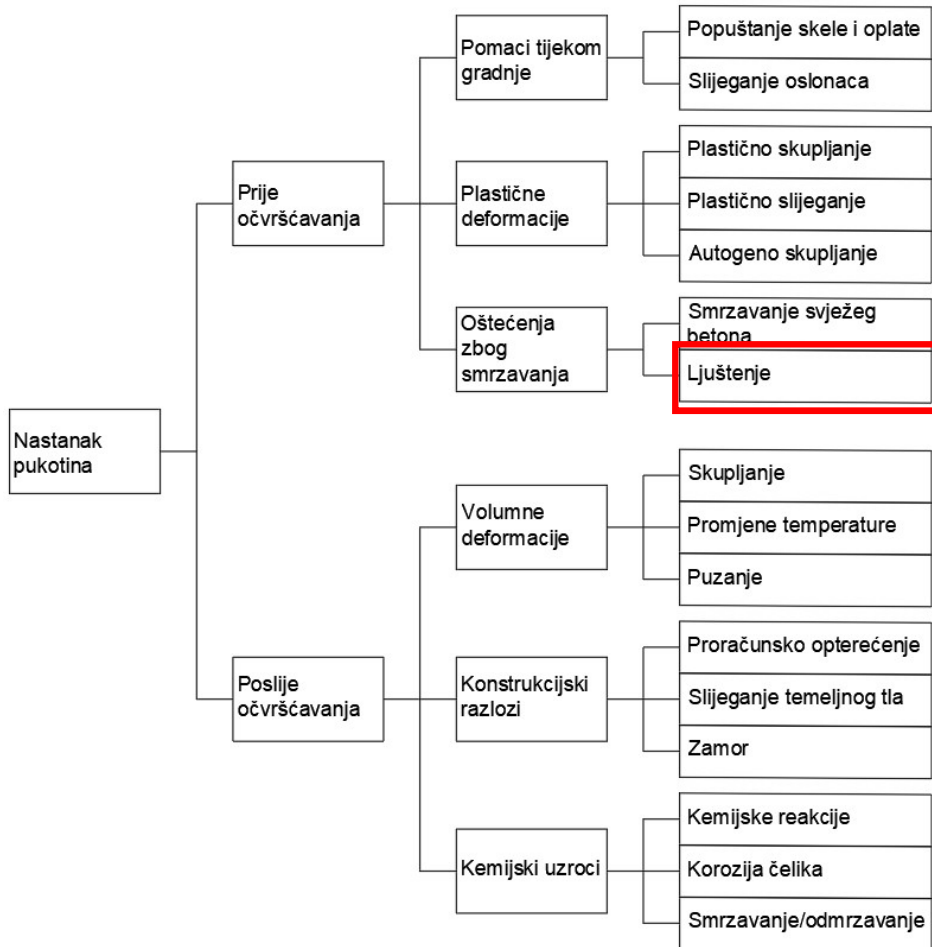
Granično stanje pukotina

Razlozi nastanka pukotina



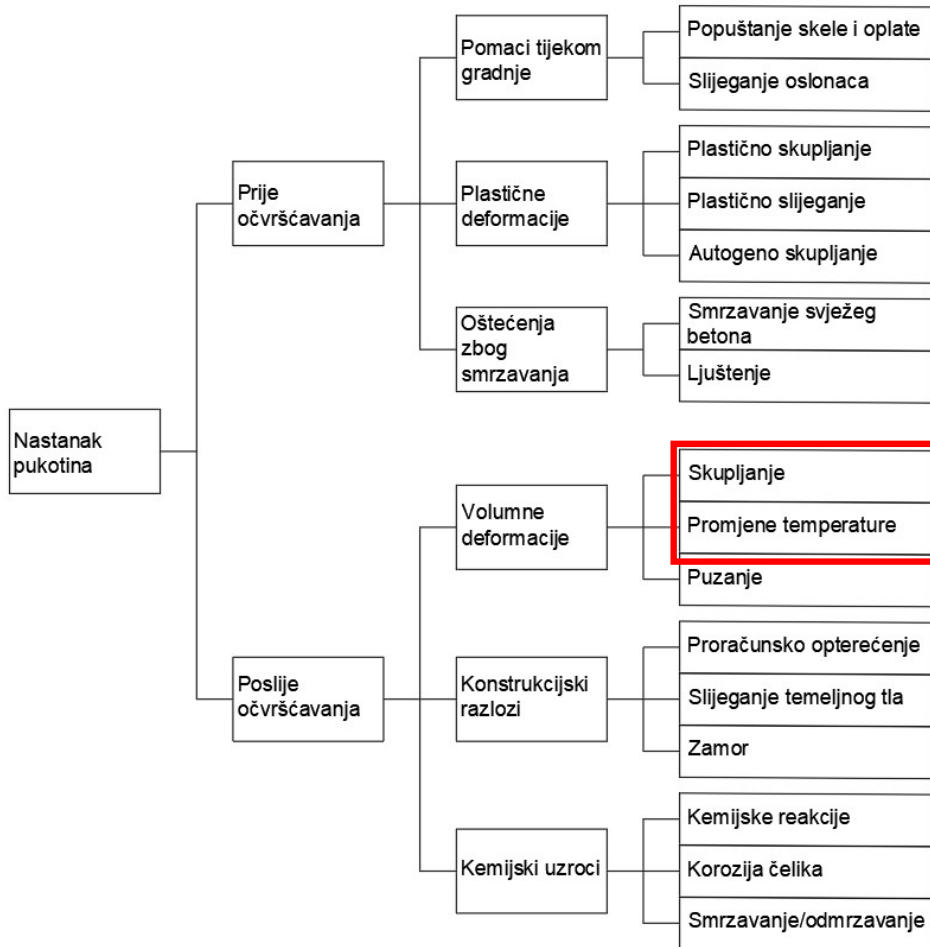
Granično stanje pukotina

Razlozi nastanka pukotina



Granično stanje pukotina

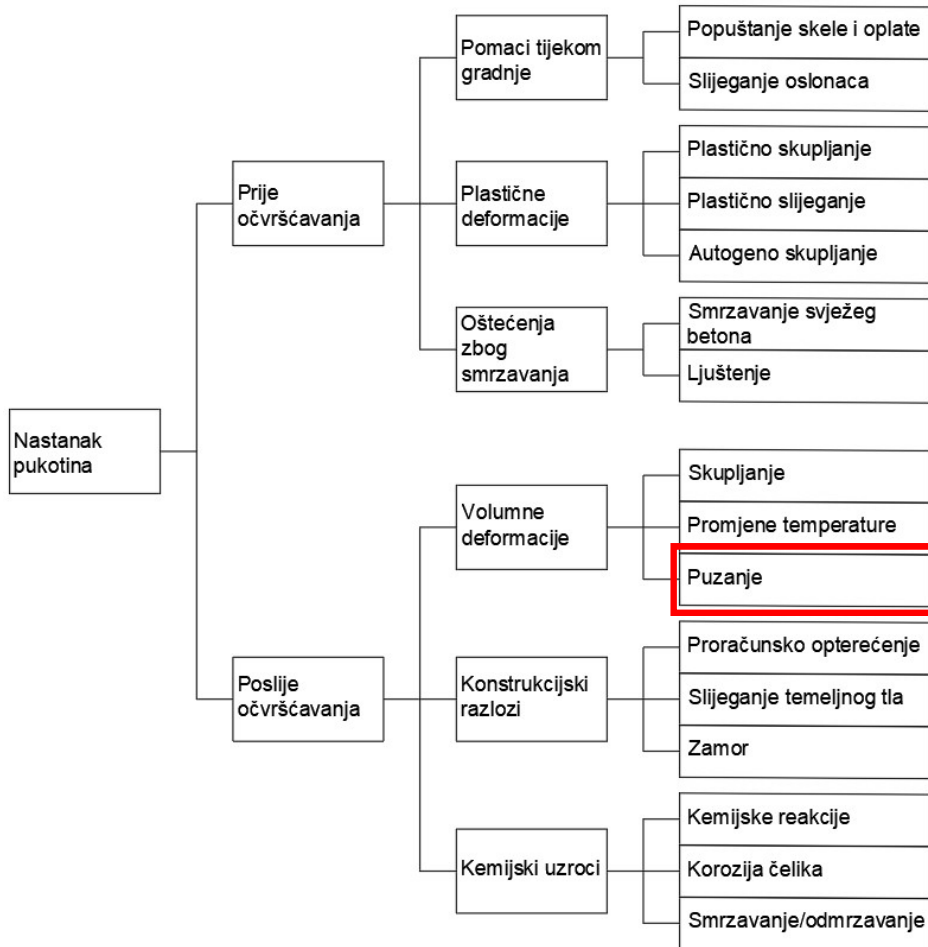
Razlozi nastanka pukotina



(C) 2007 Daniel Friedman www.inspect-ny.com

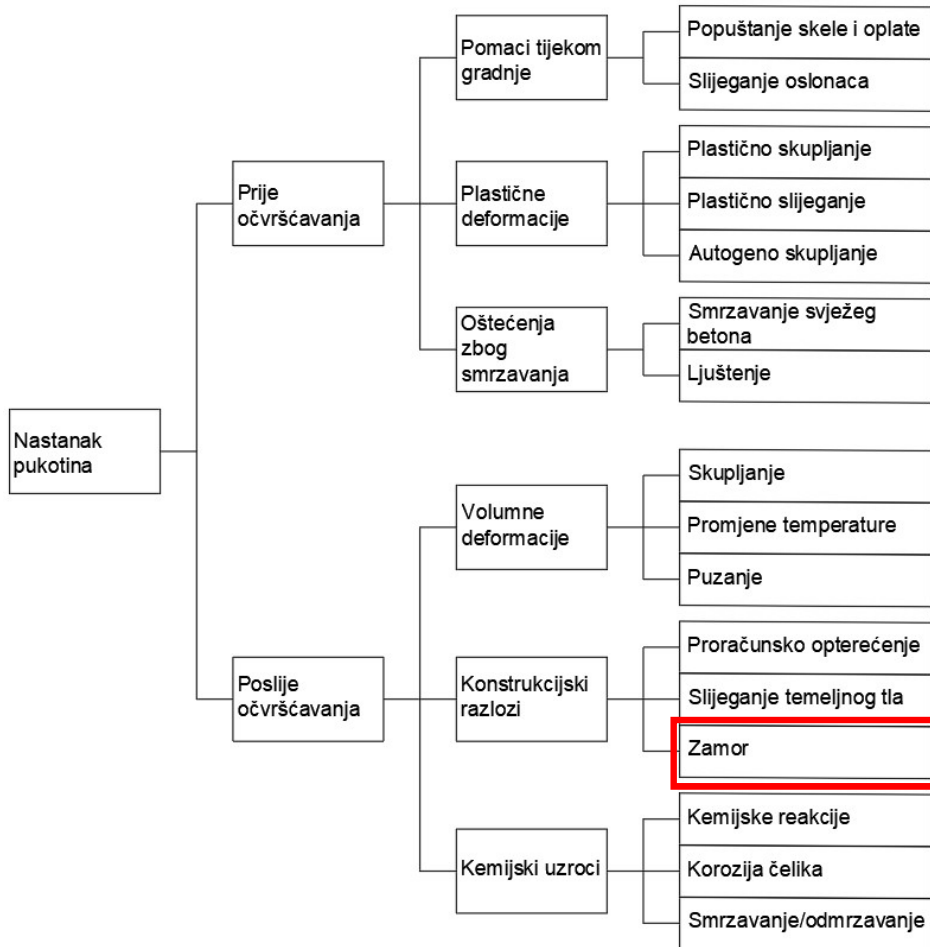
Granično stanje pukotina

Razlozi nastanka pukotina



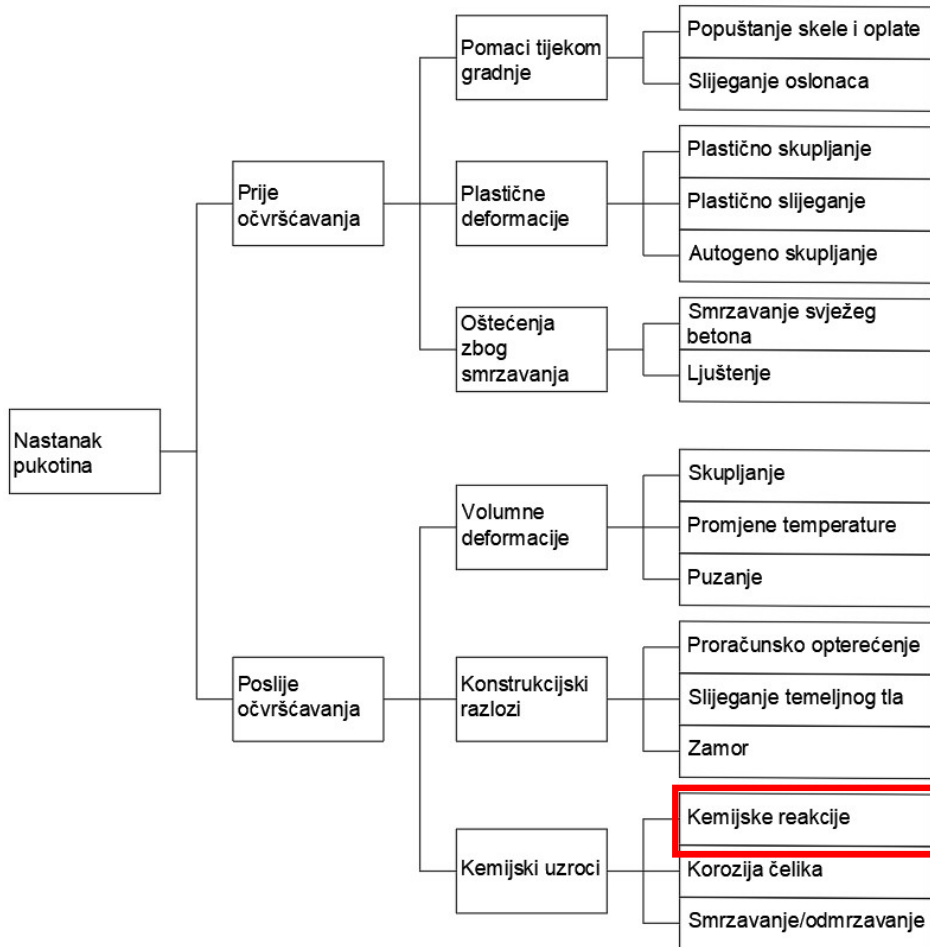
Granično stanje pukotina

Razlozi nastanka pukotina



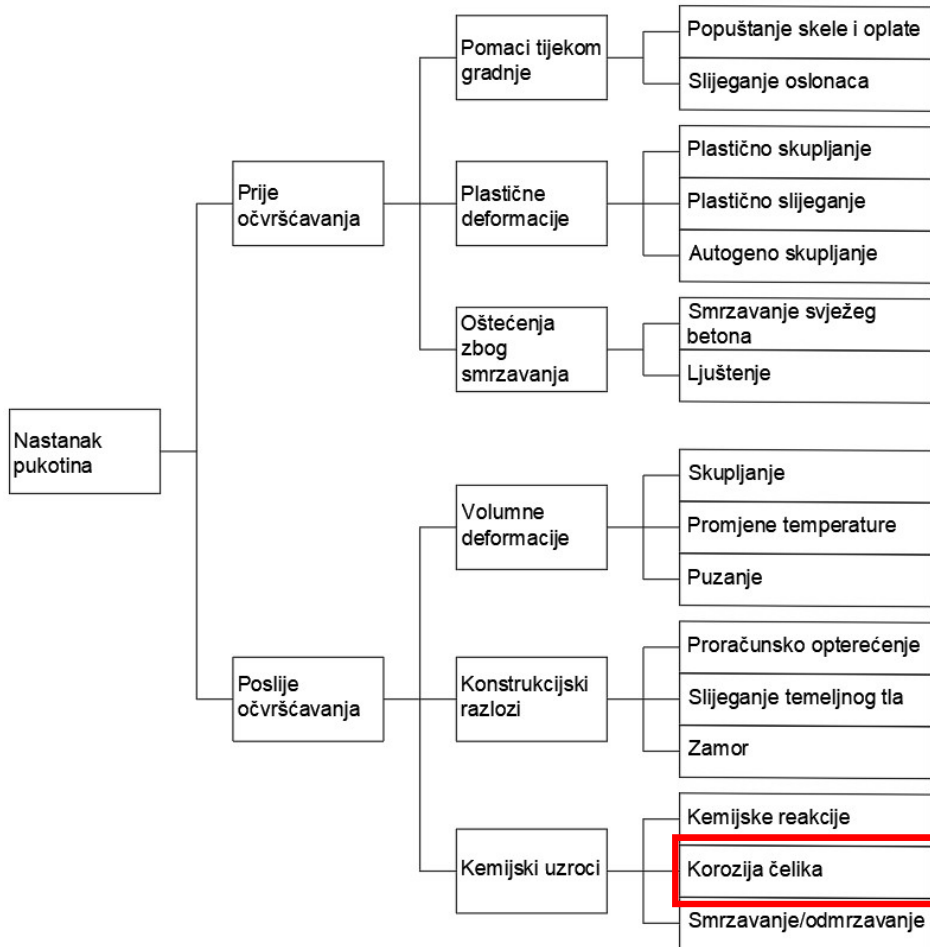
Granično stanje pukotina

Razlozi nastanka pukotina



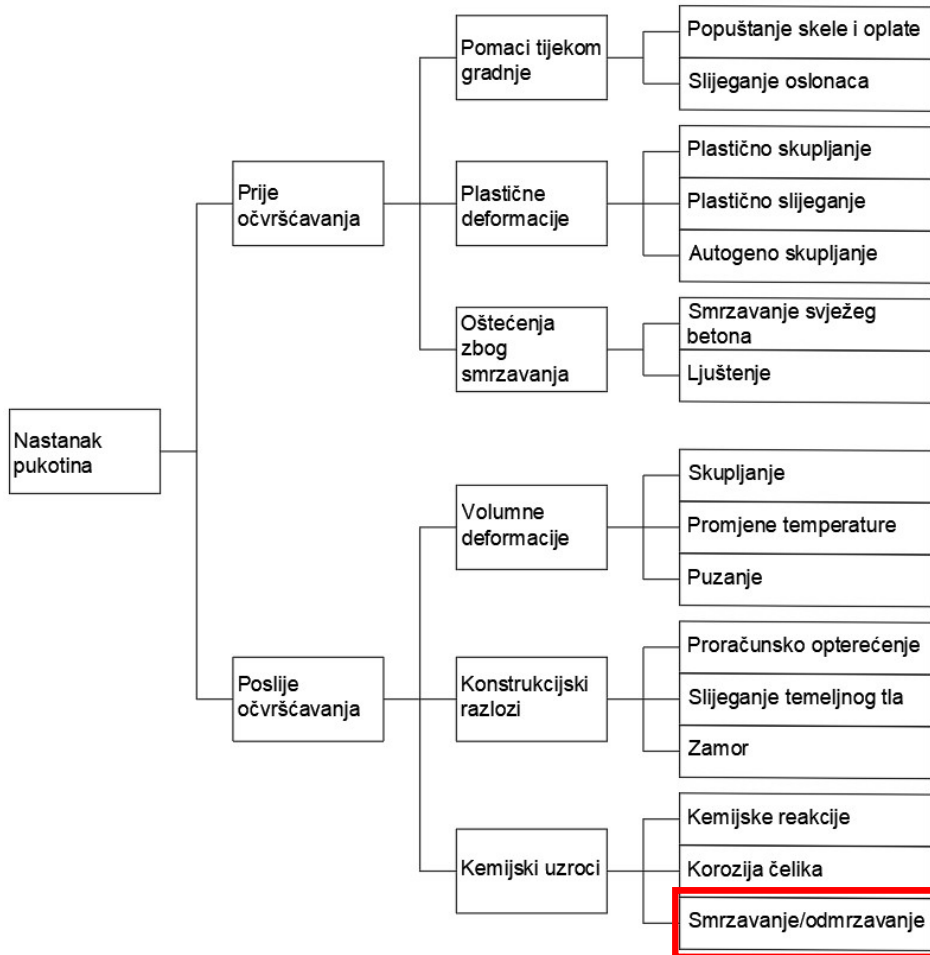
Granično stanje pukotina

Razlozi nastanka pukotina



Granično stanje pukotina

Razlozi nastanka pukotina



Granično stanje pukotina

Maksimalna širina pukotina w_{\max}

Razred izloženosti	AB elementi i prednapeti elementi s neprianjajućim nategama
Nazovistalna kombinacija	
X0, XC1	0.4 mm
XC2, XC3, XC4	0.3 mm
XD1, XD2, XD3, XS1, XS2, XS3	

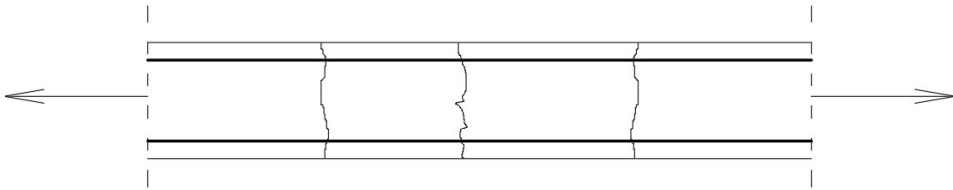
Oznaka razreda	Opis okoliša	Primjer
1. Nema rizika od korozije		
X0	-beton bez armature, nema smrzavanja ili kemijskog djelovanja -beton s armaturom u vrlo suhom okolišu	elementi unutar građevina s vrlo niskom vlažnosti zraka
2. Korozija prouzročena karbonatizacijom		
XC1	suhi ili stalno vlažni okoliš	elementi unutar građevina s niskom vlažnosti; beton stalno u vodi
XC2	vlažni, rijetko suhi	elementi dugotrajno izloženi vodi; temelji
XC3	umjereno vlažni	elementi unutar građevina s niskom ili umjerenom vlažnosti; vanjski elementi zaštićeni od kiše
XC4	izmjenično vlažni i suhi	elementi u dodiru s vodom, ali ne dugotrajno
3. Korozija prouzročena kloridima, ali ne iz mora		
XD1	umjereno vlažni	elementi izloženi kloridima iz zraka
XD2	vlažni, rijetko suhi	elementi izloženi otpadnim industrijskim vodama; plivališta
XD3	izmjenično vlažni i suhi	dijelovi mostova izloženi prskanju kloridima; kolnici; parkirišta
4. Korozija prouzročena kloridima iz mora		
XS1	elementi izloženi solima iz zraka, ali ne u izravnom dodiru s morskom vodom	konstrukcije blizu mora ili na obali
XS2	stalna uronjenost u more	elementi ispod razine mora
XS3	područja plime i oseke i područje zapljuskivanja	elementi naizmjenično uronjeni i na zraku
5. Korozija prouzročena smrzavanjem i odmrzavanjem sa soli ili bez nje		
XF1	umjerena zasićenost vodom bez soli	vertikalne površine betona izložene kiši i smrzavanju
XF2	umjerena zasićenost vodom sa soli	vertikalne cestovne konstrukcije izložene smrzavanju i solima za odmrzavanje iz zraka
XF3	visoka zasićenost vodom bez soli	horizontalne površine betona izložene kiši i smrzavanju
XF4	visoka zasićenost vodom sa soli	kolničke ploče; površine izložene prskanju solima i smrzavanju; područja izložena vlaženju iz mora i smrzavanju
6. Kemijska djelovanja		
XA1	blago kemijski agresivan	
XA2	umjereno kemijski agresivan	
XA3	jako kemijski agresivan	

korozija armature

korozija betona

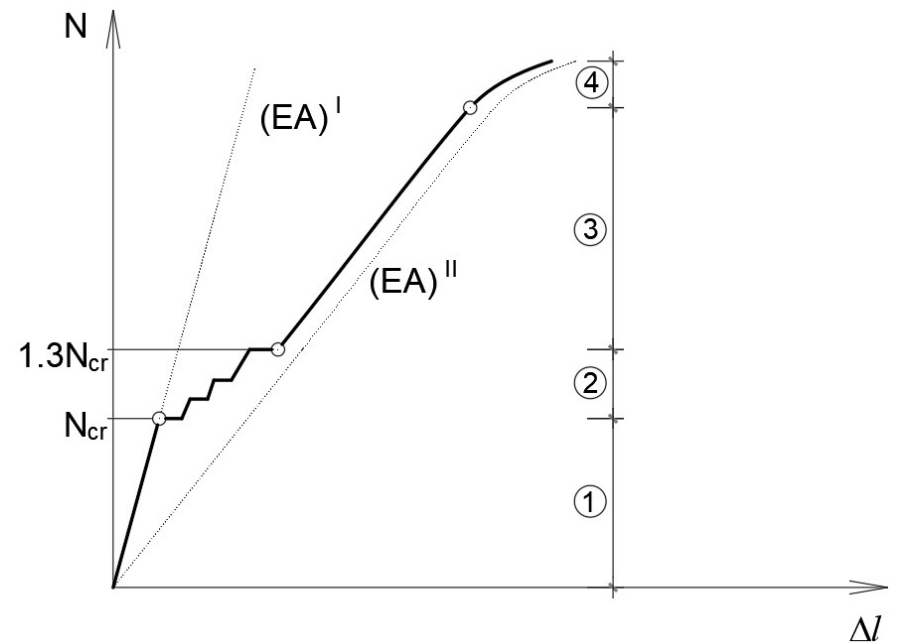
Granično stanje pukotina

Mehanizam nastanka pukotina



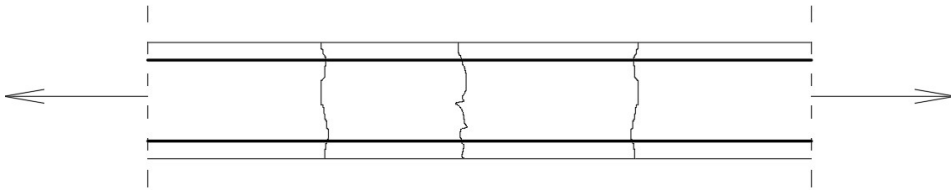
Kada nastaje prva pukotina?

Definicija se može izraziti na dva načina.



Granično stanje pukotina

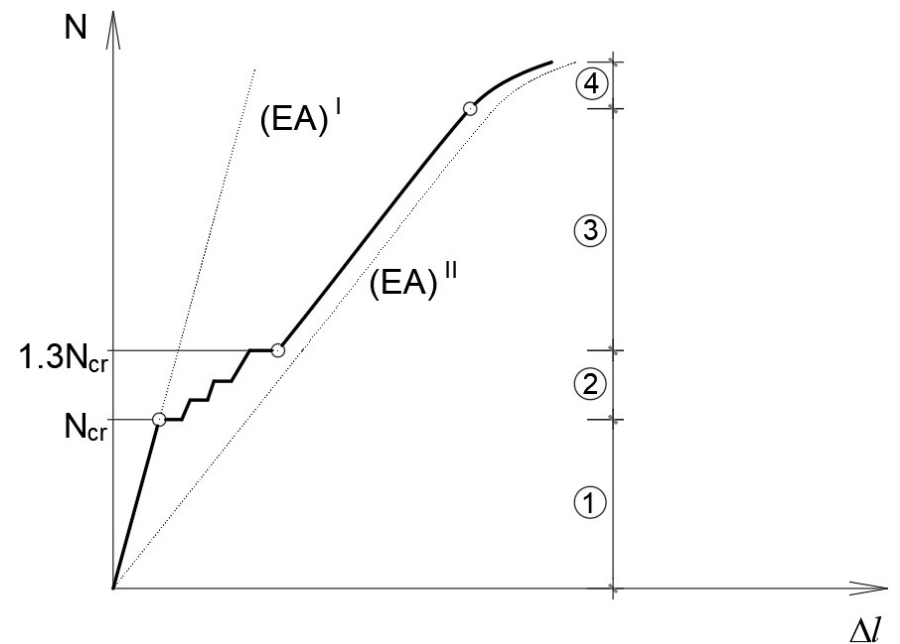
Mehanizam nastanka pukotina



Kada nastaje prva pukotina?

Definicija se može izraziti na dva načina:

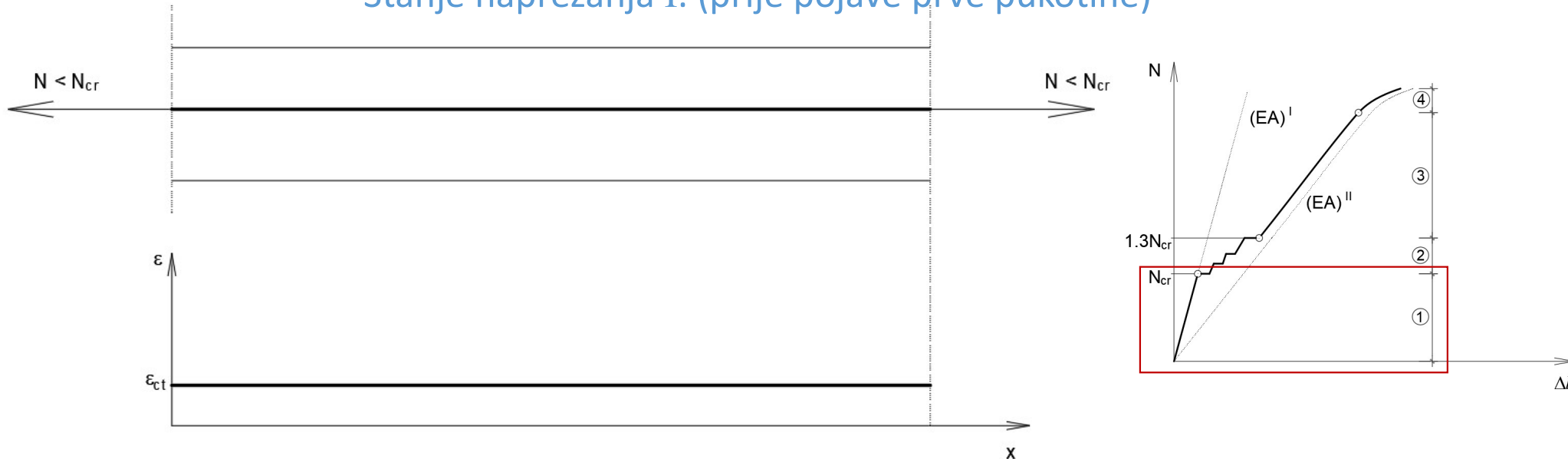
1. Kada naprezanje u betonu premaši njegovu vlačnu čvrstoću
2. Kada deformacija betona premaši njegovu graničnu deformaciju.



N_{cr} sila pri kojoj nastaje prva pukotina ($cr = crack, pukotina$)

Granično stanje pukotina

Stanje naprezanja I. (prije pojave prve pukotine)



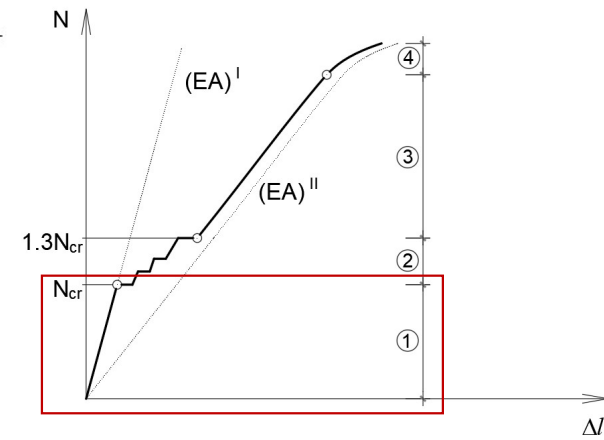
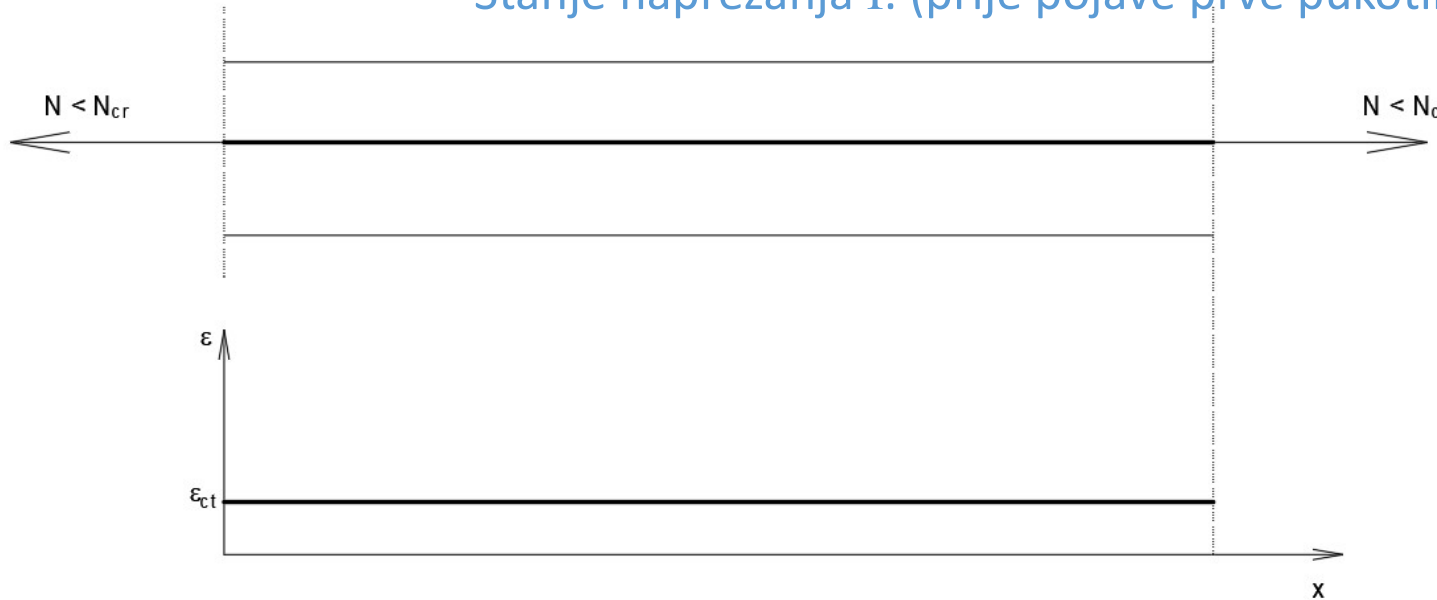
Stanje u elementu prije nastanka prve pukotine (stanje naprezanja I.):

- naprezanje u betonu je manje od vlačne čvrstoće
- defomacije betona ϵ_{ct} i armature ϵ_s su jednake (sjetiti se pretpostavki proračuna prema GSN), ali naprezanja nisu jednaka.
- odnos naprezanja i defomacija (sile i izduženja) je linearan

Pitanje: u kakvom su odnosu naprezanja u betonu i naprezanja u armaturi?

Granično stanje pukotina

Stanje naprezanja I. (prije pojave prve pukotine)



Uvjet ravnoteže: $N = N_{cr}$
 $N = F_c + F_s = \epsilon_c \cdot E_c \cdot A_n + \epsilon_s \cdot E_s \cdot A_s$

gdje je $A_n = A_c - A_s$ neto površina betonskog presjeka

Budući da je $\epsilon_c = \epsilon_s$ uvjet ravnoteže može se zapisati kao: $N = \epsilon_c \cdot (E_c \cdot A_n + E_s \cdot A_s)$

Granično stanje pukotina

Stanje naprezanja I. (prije pojave prve pukotine)

$$N = \varepsilon_c \cdot (E_c \cdot A_n + E_s \cdot A_s)$$

Iz ovoga slijedi da je deformacija betona:

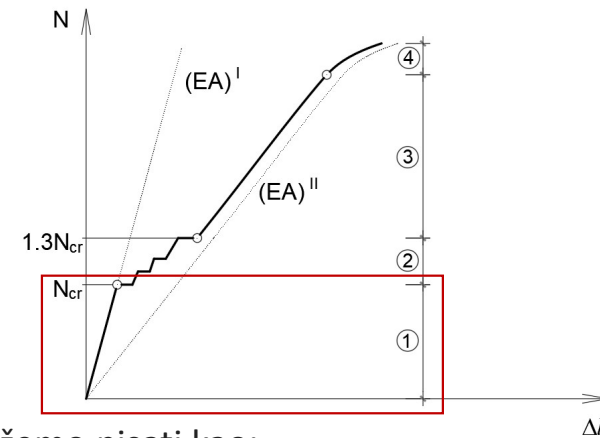
$$\varepsilon_c = \frac{N}{E_c \cdot A_n + E_s \cdot A_s}$$

ili preko ploštine idealnog poprečnog presjeka:

$$\varepsilon_c = \frac{N}{E_c \cdot A_i}$$

gdje je $A_i = A_c + (\alpha_e - 1) \cdot A_s$

Napomena: $\alpha_e = \frac{E_s}{E_c}$; pokušati izvesti izraz za A_i 😊



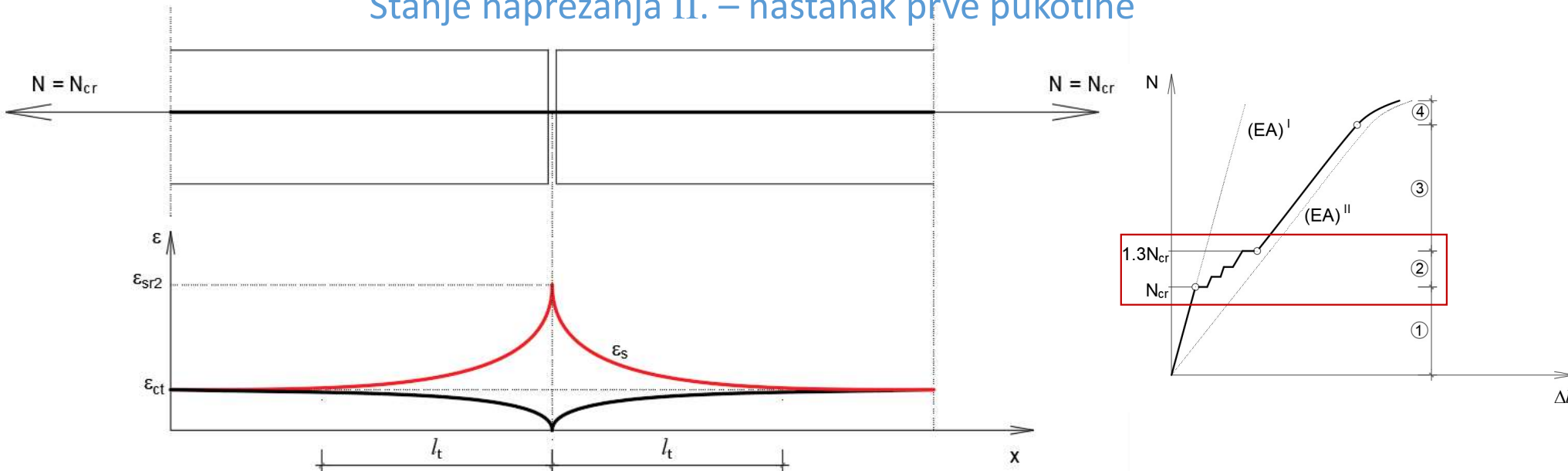
Sile u betonu i armaturi možemo pisati kao:

$$F_c = \varepsilon_c \cdot E_c \cdot A_n = \frac{N}{E_c \cdot A_i} \cdot E_c \cdot A_n = N \cdot \frac{A_n}{A_i}$$

$$F_s = \varepsilon_c \cdot E_s \cdot A_s = \frac{N}{E_c \cdot A_i} \cdot E_s \cdot A_s = N \cdot \frac{E_s}{E_c} \cdot \frac{A_s}{A_i} = N \cdot \frac{\alpha_e \cdot A_s}{A_i}$$

Granično stanje pukotina

Stanje naprezanja II. – nastanak prve pukotine



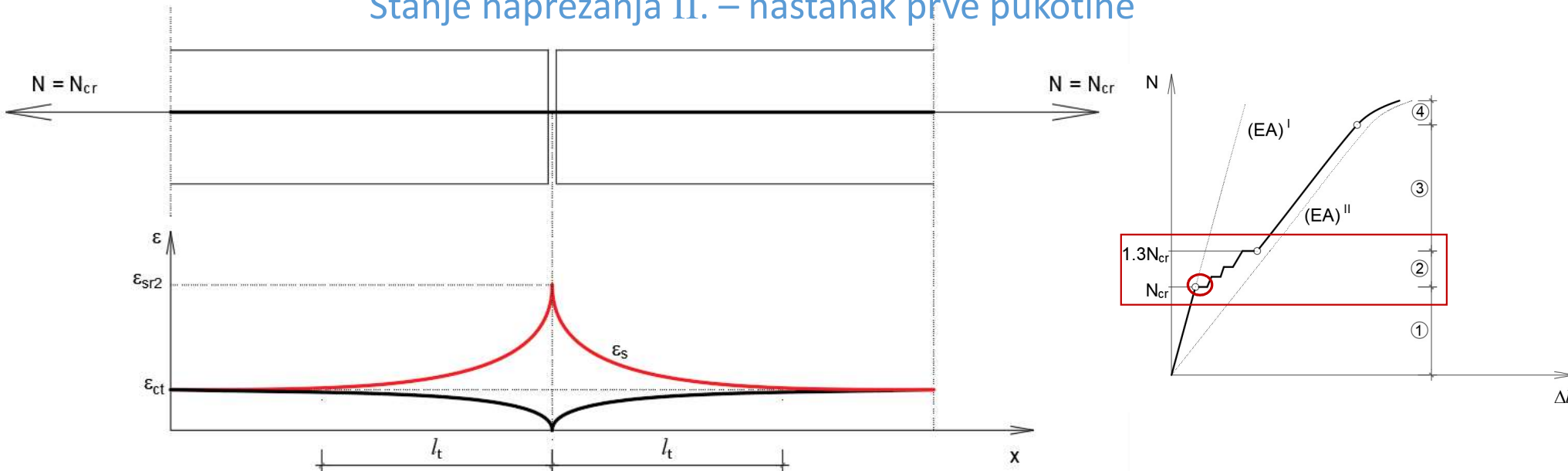
Stanje u elementu u trenutku nastanka prve pukotine (stanje naprezanja II.):

- u betonu je dosegnuta vlačna čvrstoća
- na mjestu nastanka pukotine betona nema pa ni ne može preuzeti naprezanja, sva naprezanja preuzima armatura

Pitanja: - od čega se sastoji ukupna deformacija (izduženje) elementa?
- ako nema naprezanja u betonu na mjestu pukotine, kolika je deformacija betona?

Granično stanje pukotina

Stanje naprezanja II. – nastanak prve pukotine



Objašnjenje notacija:

- indeks „2” uvijek se odnosi na stanje naprezanja II. (raspucalo stanje). Oznaka ϵ_{sr2} je deformacija armature u trenutku nastanka pukotine)
- krutost vlačno opterećenog elementa prije pojave pukotina označava se s $(E \cdot A)^I = E_c \cdot A_i$, a nakon pojave pukotina $(E \cdot A)^{II} = E_s \cdot A_s$

Granično stanje pukotina

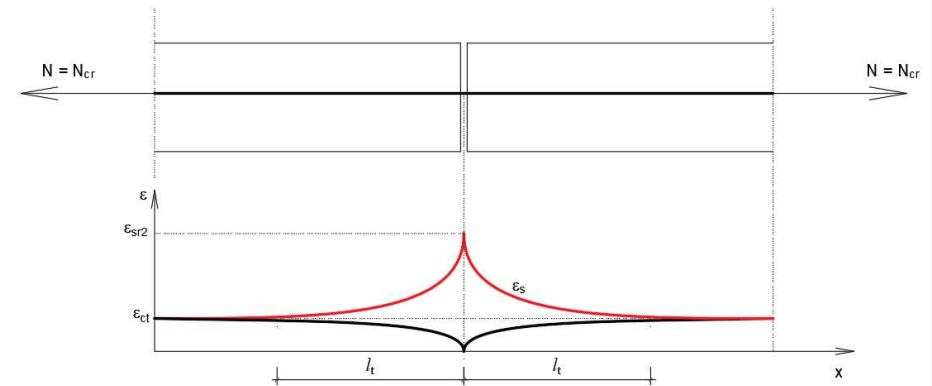
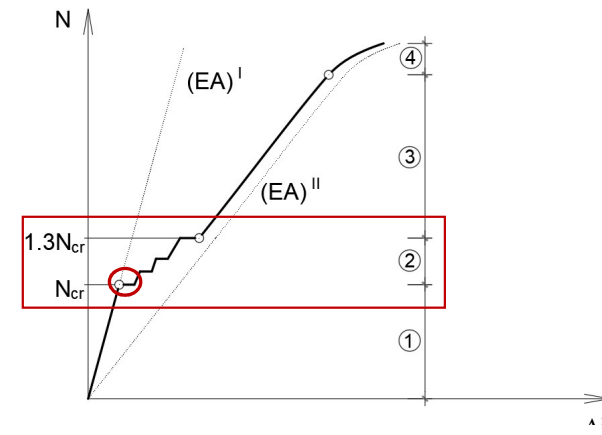
Stanje naprezanja II. – nastanak prve pukotine

U trenutku nastanka pukotine, sva naprezanja koju je do tada preuzimao cijeli (idealni) presjek, preuzima armatura. Deformaciju armature neposredno pred nastanak pukotine označavamo s ε_{sr1} , a na mjestu pukotine s ε_{sr2} .

Važno:

Koliki je prirast naprezanja u armaturi u trenutku nastanka pukotine?

Koliki je prirast deformacija u trenutku nastanka pukotine?



Granično stanje pukotina

Stanje naprezanja II. – nastanak prve pukotine

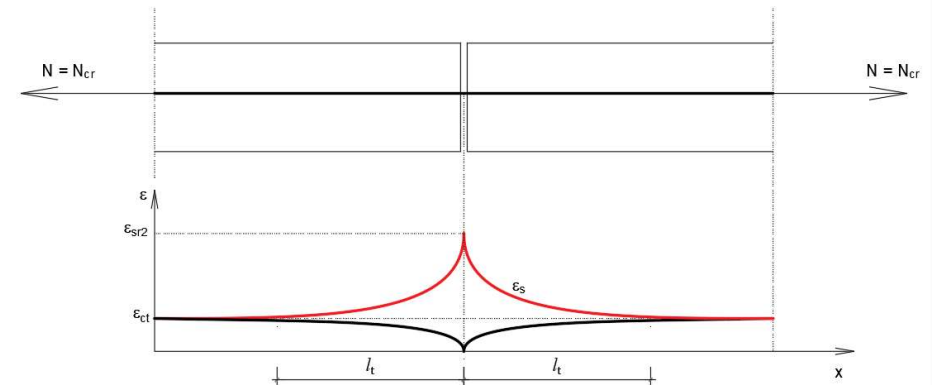
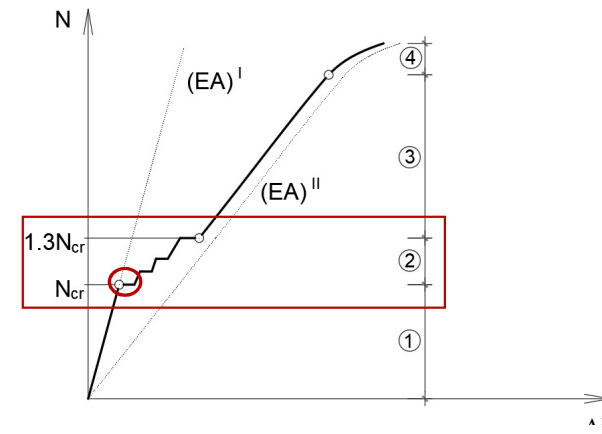
U trenutku nastanka pukotine, sila u armaturi jednaka je:

$$F_{sr2} = N_{cr} = A_i \cdot f_{ct}$$

a naprezanje:

$$\begin{aligned} \sigma_{sr2} &= \frac{N_{cr}}{A_s} = \frac{A_i \cdot f_{ct}}{A_s} = \frac{A_c + (\alpha_e - 1) \cdot A_s}{A_s} \cdot f_{ct} \\ &= \left(\frac{A_c}{A_s} + \frac{(\alpha_e - 1) \cdot A_s}{A_s} \right) \cdot f_{ct} \end{aligned}$$

$$\sigma_{sr2} = \left[\frac{1}{\rho_s} + (\alpha_e - 1) \right] \cdot f_{ct}$$



Granično stanje pukotina

Stanje naprezanja II. – nastanak prve pukotine

Neposredno prije nastanka pukotine, deformacije betona i armature su jednake:

$$\varepsilon_c = \varepsilon_{ct} = \varepsilon_{sr1}$$

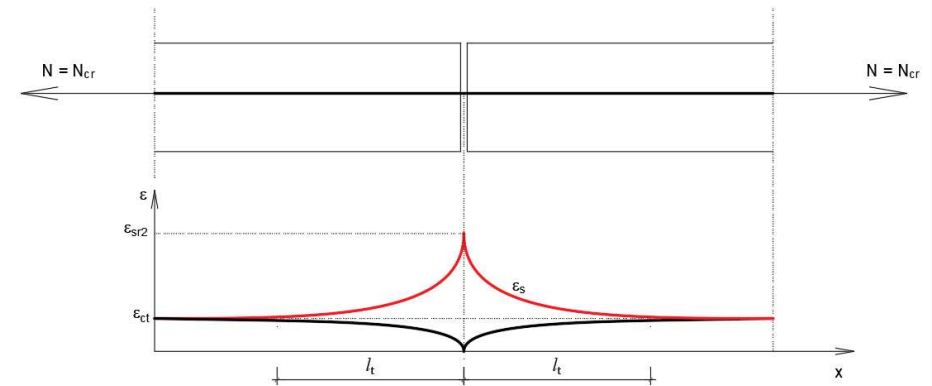
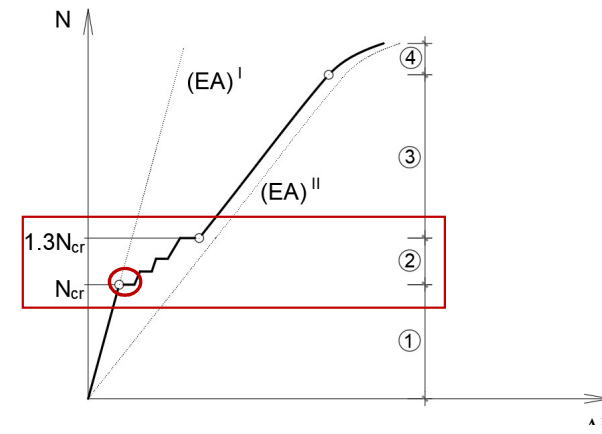
Naprezanje u betonu se može napisati kao:

$$\sigma_c = \varepsilon_{ct} \cdot E_c$$

a naprezanje u armaturi:

$$\sigma_{sr1} = \varepsilon_{sr1} \cdot E_s = \varepsilon_{ct} \cdot E_s = \frac{f_{ct}}{E_c} \cdot E_s$$

$$\sigma_{sr1} = f_{ct} \cdot \alpha_e$$



Granično stanje pukotina

Stanje naprezanja II. – nastanak prve pukotine

Iz ovoga slijedi da je porast naprezanja u armaturi u trenutku pojave prve pukotine razlika između σ_{sr2} i σ_{sr1} :

$$\sigma_{sr2} = \left[\frac{1}{\rho_s} + (\alpha_e - 1) \right] \cdot f_{ct} \quad \sigma_{sr1} = f_{ct} \cdot \alpha_e$$

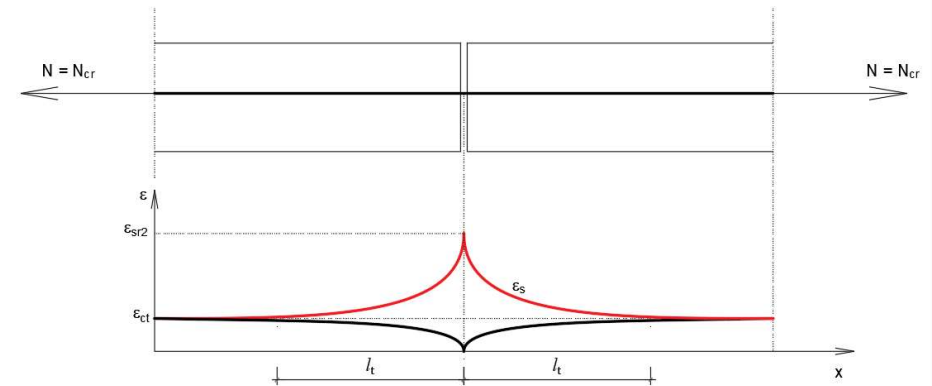
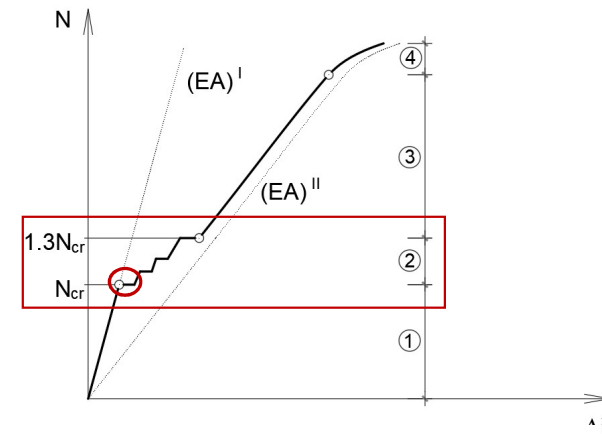
$$\Delta\sigma_{sr} = \sigma_{sr2} - \sigma_{sr1} = \left[\frac{1}{\rho_s} + (\alpha_e - 1) \right] \cdot f_{ct} - f_{ct} \cdot \alpha_e$$

$$\Delta\sigma_{sr} = \left(\frac{1}{\rho_s} - 1 \right) \cdot f_{ct}$$

a povećanje deformacije armature:

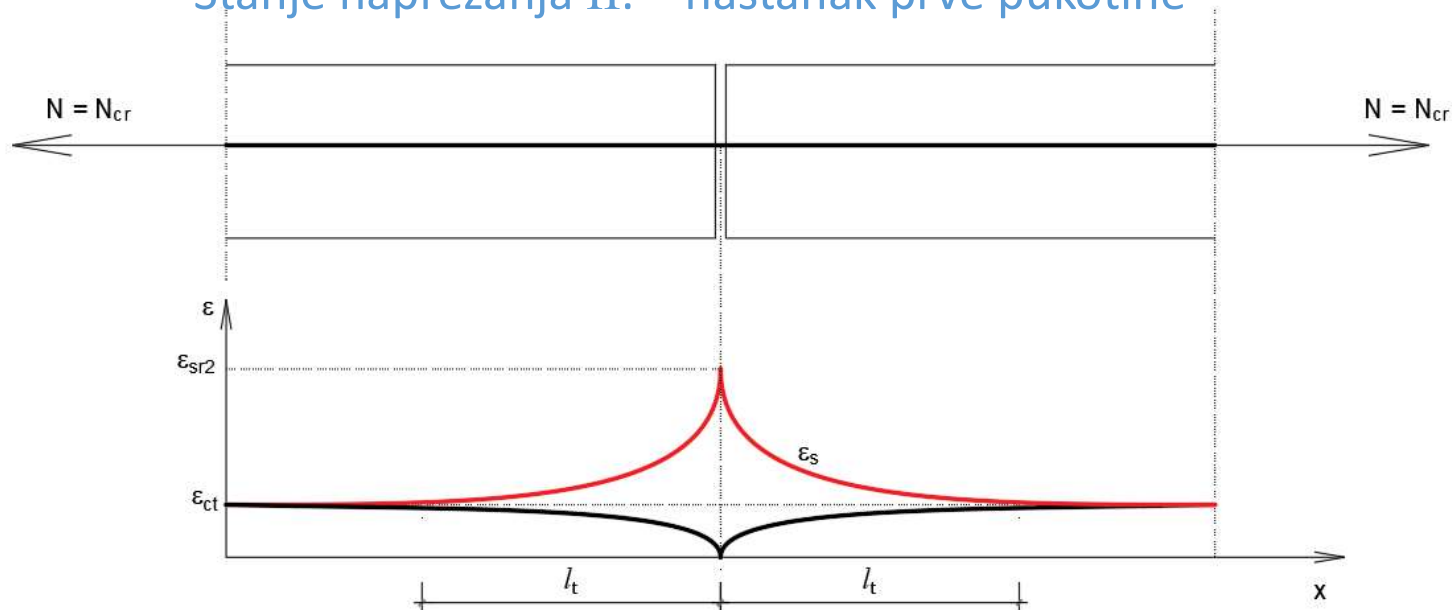
$$\Delta\varepsilon_{sr} = \varepsilon_{sr2} - \varepsilon_{sr1} = \frac{\Delta\sigma_{sr}}{E_s}$$

$$\Delta\varepsilon_{sr} = \left(\frac{1}{\rho_s} - 1 \right) \cdot \frac{f_{ct}}{E_s}$$



Granično stanje pukotina

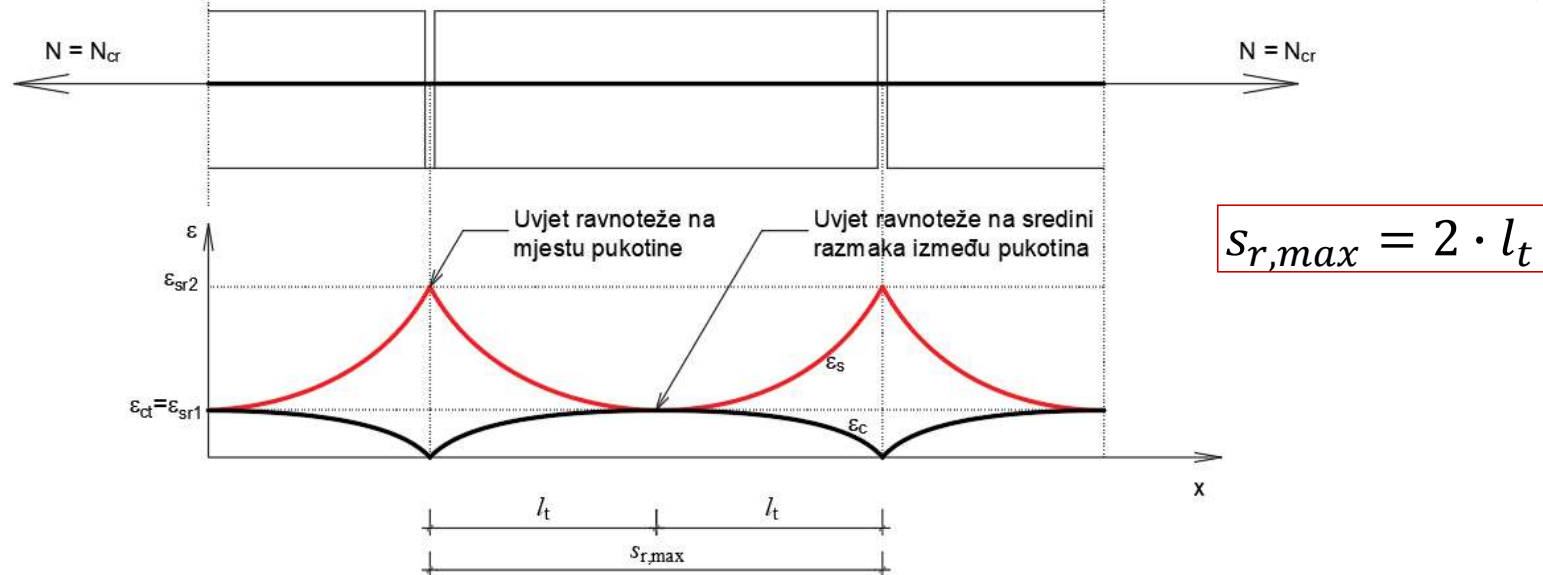
Stanje naprezanja II. – nastanak prve pukotine



Komentar: na mjestu pukotine naprezanje i deformacija armature su najveće (σ_{sr2} i ϵ_{sr2}), a u betonu su jednake nuli (jer je na tom mjestu pukotina). Kako se udaljavamo od pukotine, beton se postupno aktivira pa rastu deformacija i naprezanje u betonu, a smanjuju se deformacije i naprezanje u armaturi jer beton počinje preuzimati svoj dio. Na udaljenosti l_t od pukotine stanje je kao na neraspucalom elementu. Ova udaljenost l_t naziva se **duljina prijenosa**. Na duljini prijenosa pojavljuje se proklizavanje između armature i betona pa beton može preuzeti puno naprezanje (f_{ct}) tek na udaljenosti l_t . To znači da se sljedeća pukotina ne može pojaviti unutar duljine l_t !

Granično stanje pukotina

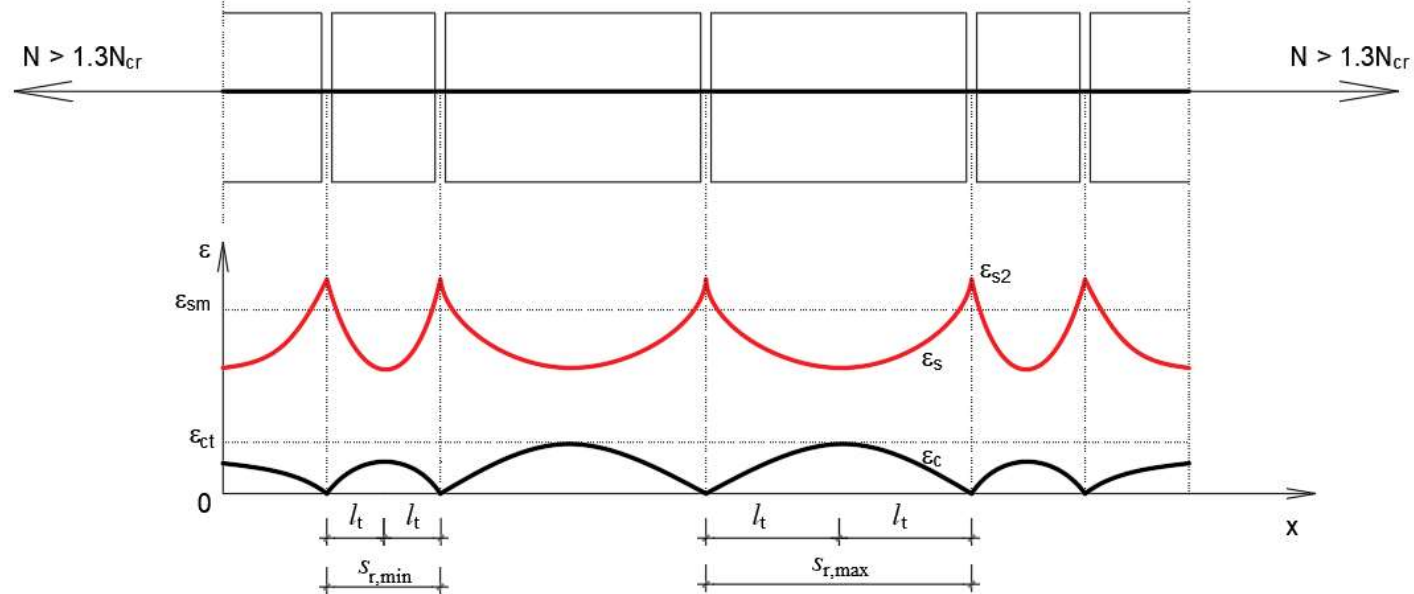
Stanje naprezanja II. – nastanak sljedeće pukotine na maksimalnom razmaku $s_{r,max}$



Sljedeća pukotina može nastati samo tamo gdje je naprezanje u betonu jednako vlačnoj čvrstoći, a to je na mjestu gdje je beton potpuno aktiviran, znači na udaljenosti l_t od pukotine. To je ujedno i najveći razmak pukotina (ne zaboravimo da je sila još uvijek jednaka N_{cr}). Daljnjim povećanjem sile N , duljina prijenosa se smanjuje i sljedeće pukotine bit će na manjim razmacima.

Granično stanje pukotina

Stanje naprezanja IV. – stabilizirana slika pukotina



Kada sila naraste preko vrijednosti $1.3 \cdot N_{cr}$ pukotine su na takvom razmaku da između njih beton ne može doseći naprezanje veće od vlačne čvrstoće. To znači da neće nastajati nove pukotine već će se armatura na mjestu postojećih pukotina deformirati (izduživati) do granice razvlačenja.

Granično stanje pukotina

Minimalna armatura za ograničenje širine pukotina

Najčešći razlog nastanka pukotina je savijanje i centrični vlak. Kao što se mora predvidjeti minimalna armatura za djelovanje savijanja i poprečne sile, i za ograničenje pukotina potrebno je odrediti minimalnu armaturu:

$$A_{s,min} = k_c \cdot k \cdot f_{ct,eff} \cdot \frac{A_{ct}}{\sigma_s}$$

k_c koeficijent raspodjele naprezanja:

$k_c = 1.0$ za čisti vlak

$k_c = 0.4$ za čisto savijanje

k koeficijent za učinak smanjenja sila upetosti

$k = 1.0$ za elemente s hrptom $h \leq 300 \text{ mm}$

$k = 0.65$ za elemente s hrptom $h \geq 800 \text{ mm}$

$f_{ct,eff}$ vlačna čvrstoća betona u vrijeme pojave prve pukotine

Granično stanje pukotina

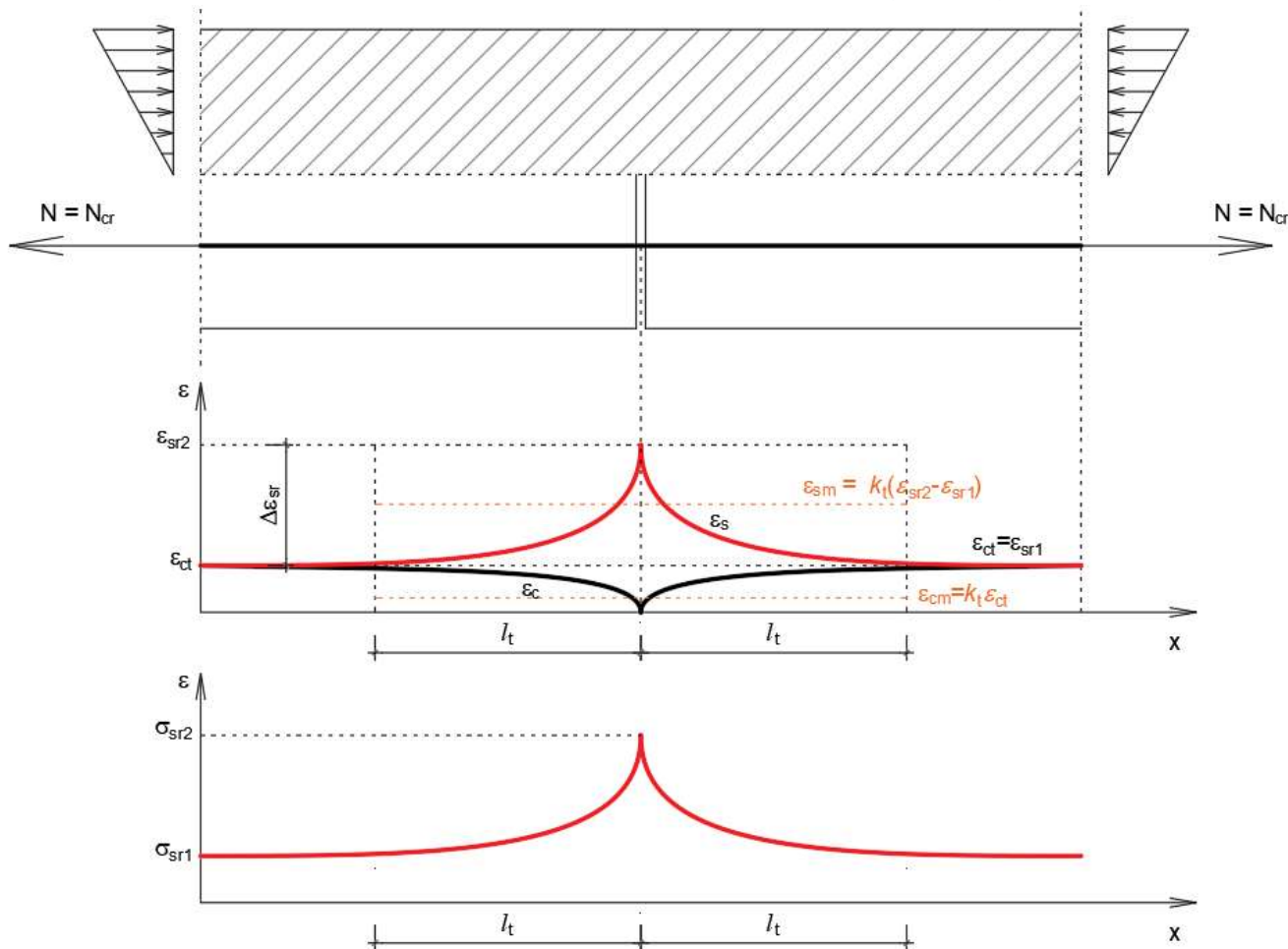
Ograničenje pukotina bez proračuna za AB ploče

σ_s (N/mm ²)	Granične vrijednosti promjera šipke glavne armature ϕ_s^* (mm)		
	$w_k=0,4$ mm	$w_k=0,3$ mm	$w_k=0,2$ mm
160	40	32	25
200	32	25	16
240	20	16	12
280	16	12	8
320	12	10	6
360	10	8	5
400	8	6	4
450	6	5	-

σ_s (N/mm ²)	Granične vrijednosti razmaka šipki glavne armature (mm)		
	$w_k=0,4$ mm	$w_k=0,3$ mm	$w_k=0,2$ mm
160	300	300	200
200	300	250	150
240	250	200	100
280	200	150	50
320	150	100	-
360	100	50	-

Granično stanje pukotina

Širina prve pukotine



Općenito, širinu pukotine možemo izračunati kao razliku deformacija armature i betona:

$$w = s \cdot (\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm})$$

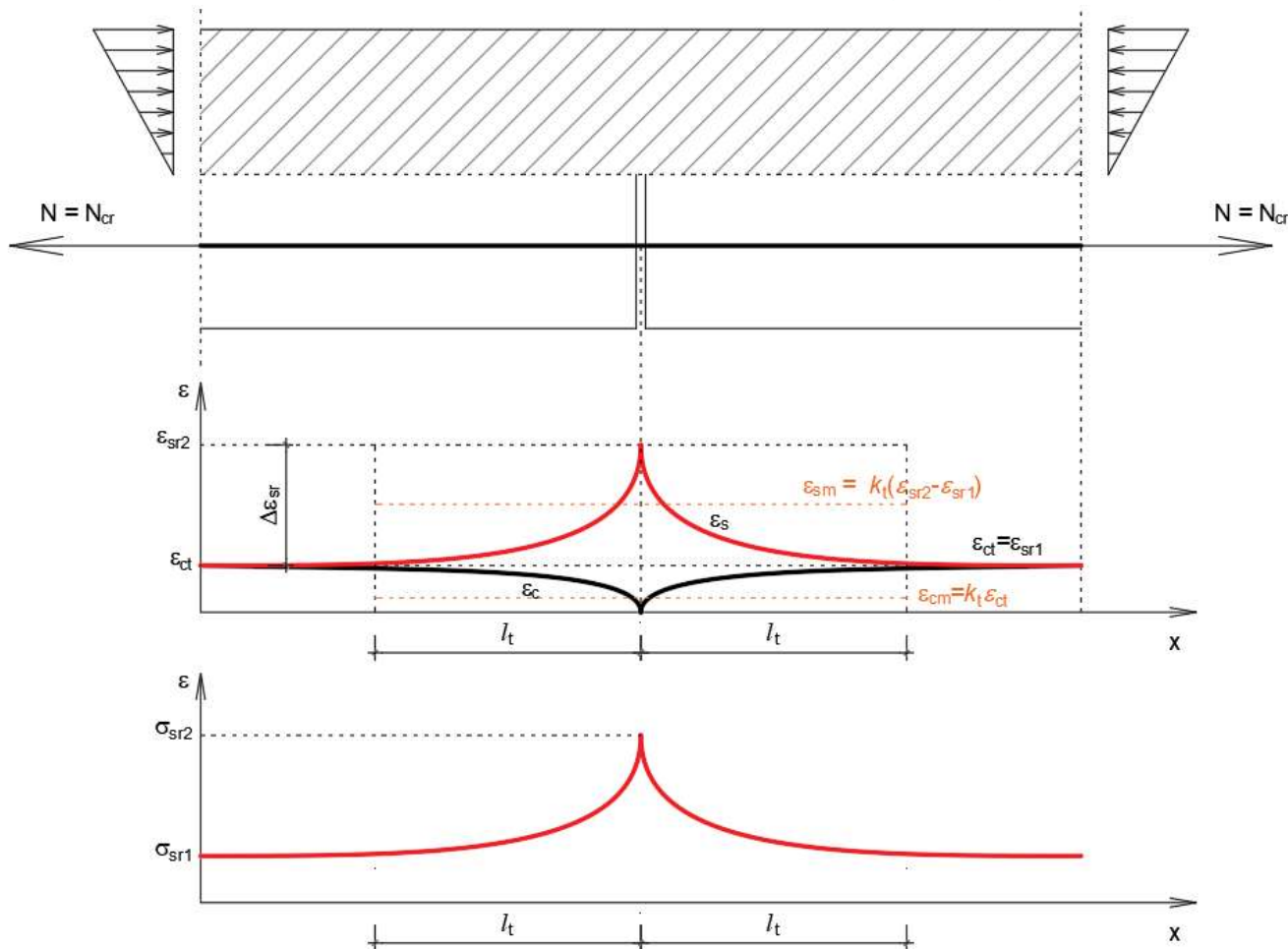
s razmak između dvije pukotine
 ϵ_{sm} srednja deformacija armature
 ϵ_{cm} srednja deformacija betona

Ako tražimo širinu prve pukotine, tada je razmak l_t :

$$w_k = 2 \cdot l_t \cdot (\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm})$$

Granično stanje pukotina

Širina prve pukotine



Ponovimo: na mjestu prve pukotine vlačnu silu preuzima samo armatura, a na udaljenosti l_t od pukotine beton i armatura zajedno. To znači da razliku sila u armaturi na mjestu pukotine i na udaljenosti l_t od pukotine mora preuzeti beton mehanizmom prijanjanja:

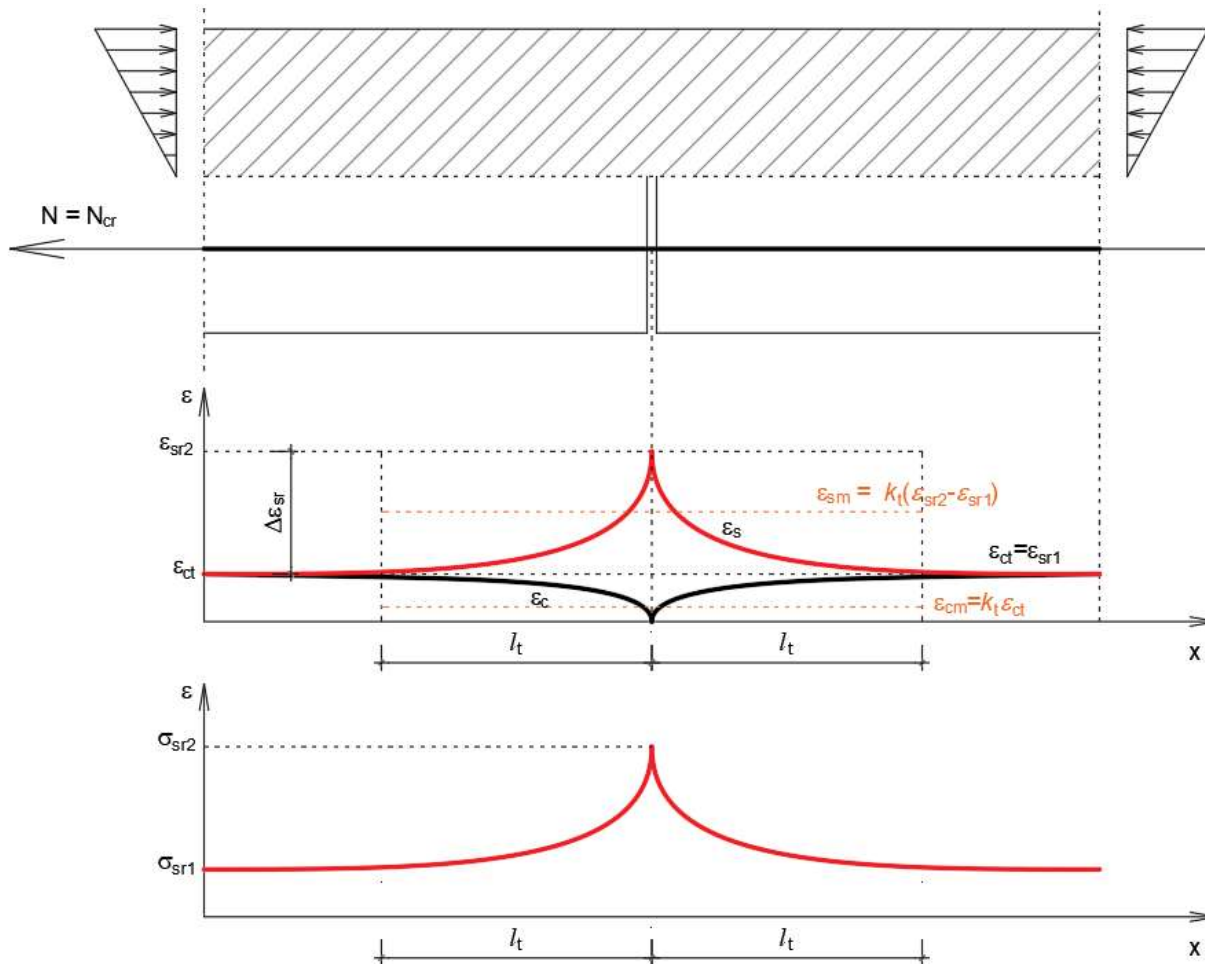
$$(\sigma_{sr2} - \sigma_{sr1}) \cdot A_s = \tau_{sm} \cdot l_t \cdot U_s$$

τ_{sm} srednja vrijednost naprezanja prijanjanja

U_s ukupni opseg svih šipki armature

Granično stanje pukotina

Širina prve pukotine



Iz izraza $(\sigma_{sr2} - \sigma_{sr1}) \cdot A_s = \tau_{sm} \cdot l_t \cdot U_s$ slijedi:

$$l_t = \frac{(\sigma_{sr2} - \sigma_{sr1}) \cdot A_s}{\tau_{sm} \cdot U_s} = \frac{(\sigma_{sr2} - \sigma_{sr1}) \cdot d_s}{4 \cdot \tau_{sm}}$$

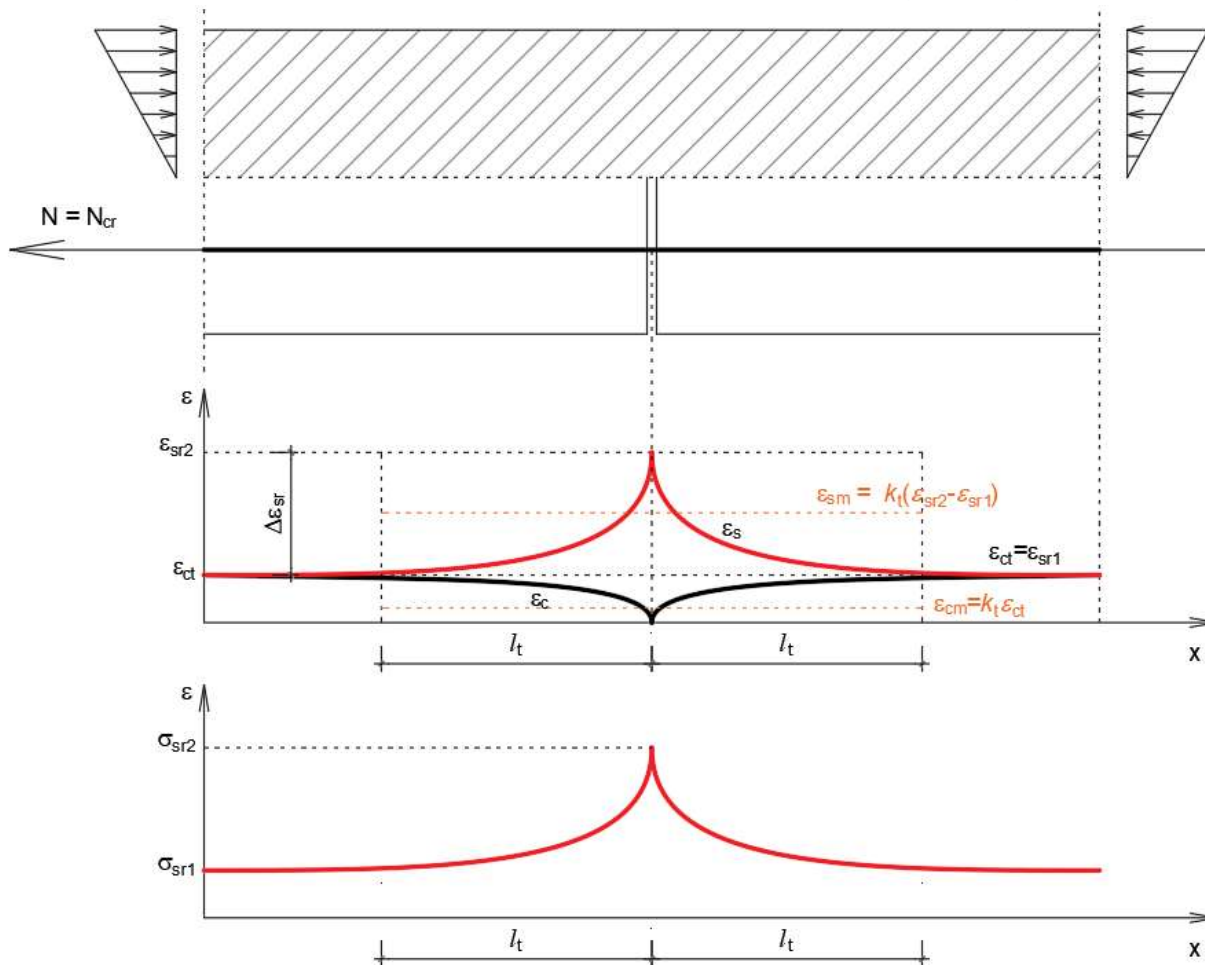
(kada se za A_s uvrsti $n \cdot \frac{d^2 \cdot \pi}{4}$ i za $U_s = n \cdot d_s \cdot \pi$)

d_s promjer šipke armature

Za određivanje širine pukotine iz izraza $w_k = 2 \cdot l_t \cdot (\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm})$ potrebno je još pronaći srednje vrijednosti deformacija armature i betona (vidjeti sliku, narančaste crtkane linije).

Granično stanje pukotina

Širina prve pukotine



Srednja deformacija armature izračunava se iz izraza (izvod na stranicama 59-61 BKII):

$$\epsilon_{sm} = \epsilon_{sr2} - k_t \cdot (\epsilon_{sr2} - \epsilon_{sr1})$$

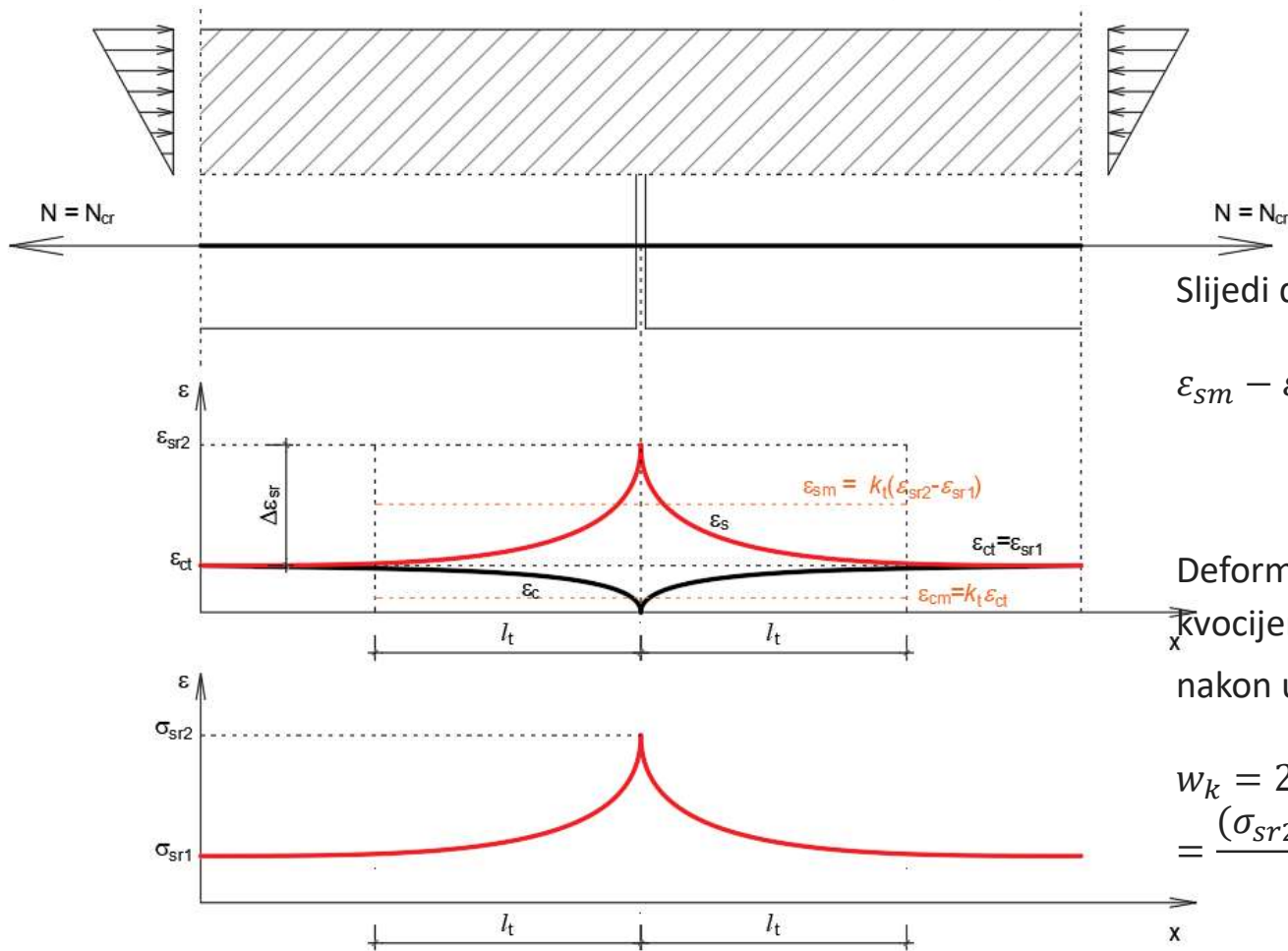
$$\epsilon_{cm} = k_t \cdot \epsilon_{ct}$$

k_t koeficijent raspodjele naprezanja između dvije pukotine (ovisi o trajanju djelovanja)
 $k_t = 0.6$ za kratkotrajno djelovanje
 $k_t = 0.4$ za dugotrajno djelovanje

Napomena: uočiti da su ϵ_{ct} i ϵ_{sr1} na udaljenosti l_t jednake!

Granično stanje pukotina

Širina prve pukotine



Slijedi da je:

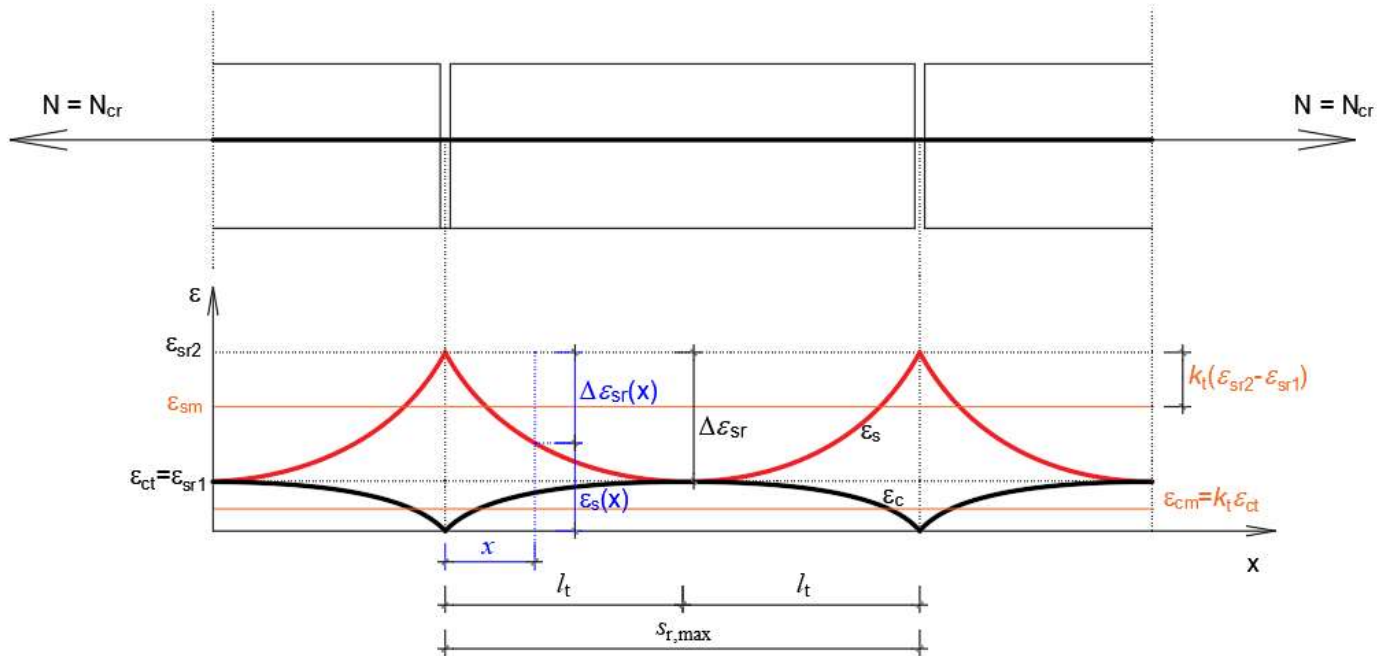
$$\begin{aligned} \epsilon_{sm} - \epsilon_{cm} &= \epsilon_{sr2} - k_t \cdot (\epsilon_{sr2} - \epsilon_{sr1}) - k_t \cdot \epsilon_{ct} \\ &= \epsilon_{sr2} - k_t \cdot (\epsilon_{sr2} - \epsilon_{sr1}) - k_t \cdot \epsilon_{sr1} \\ &= (1 - k_t) \cdot \epsilon_{sr2} \end{aligned}$$

Deformacija betona na mjestu pukotine jednaka je kvocijentu naprezanja i modula elastičnosti ($\frac{\sigma_{sr2}}{E_s}$) pa nakon uvrštenja dobijemo širinu prve pukotine:

$$\begin{aligned} w_k &= 2 \cdot l_t \cdot (\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm}) \\ &= \frac{(\sigma_{sr2} - \sigma_{sr1}) \cdot d_s}{2 \cdot \tau_{sm}} \cdot (1 - k_t) \cdot \frac{\sigma_{sr2}}{E_s} \end{aligned}$$

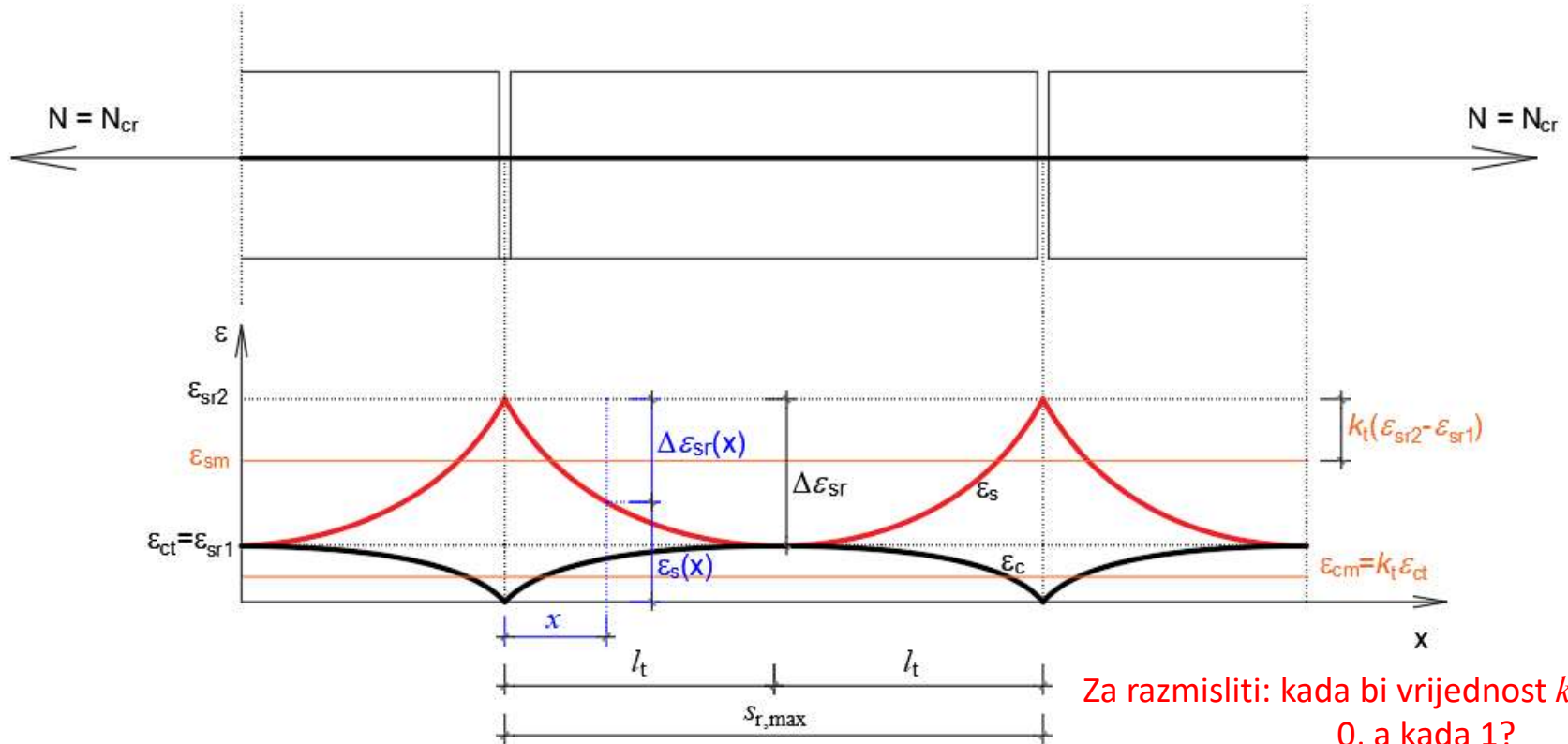
Granično stanje pukotina

Širina pukotina kod stabilizirane slike pukotina



Granično stanje pukotina

Mehanizam nastanka pukotina



Za razmisliti: kada bi vrijednost k_t bila jednaka 0, a kada 1?

Formiranje prvih pukotina na maksimalnom razmaku