

Betonske konstrukcije 2

prof. dr. sc. Damir Varevac

dvarevac@gfos.hr

PROBOJ STUPA KROZ RAVNU PLOČU

Z. Sorić, T. Kišiček: Betonske konstrukcije 2

Str. 193 - 230

Ploča oslonjena izravno na stupove (bez greda)

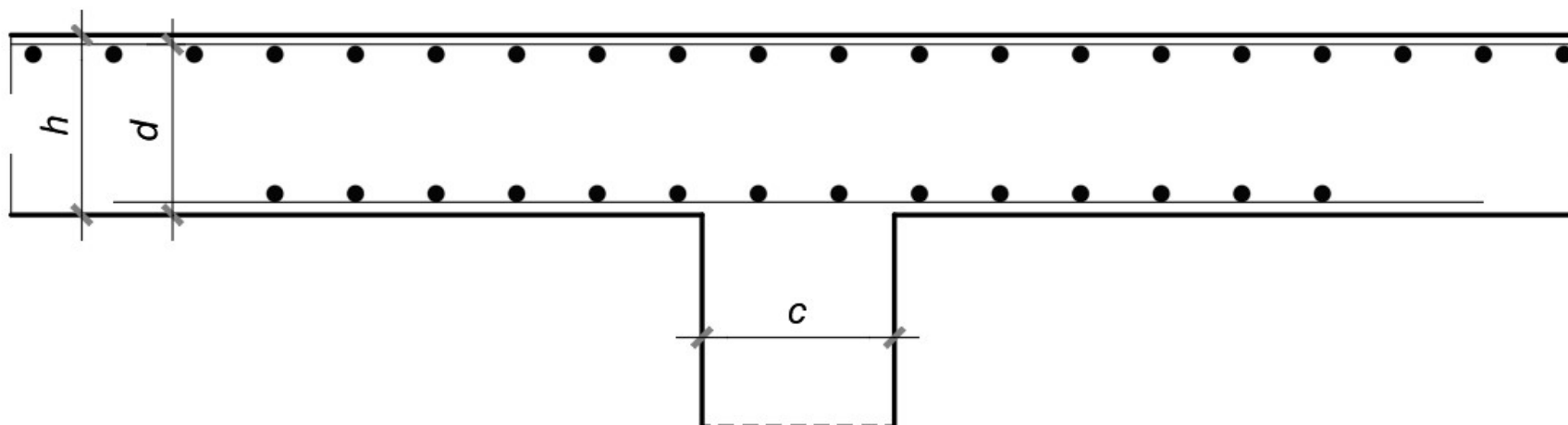


<https://theconstructor.org/structural-engg/flat-slab-types-design-advantages/13919/>

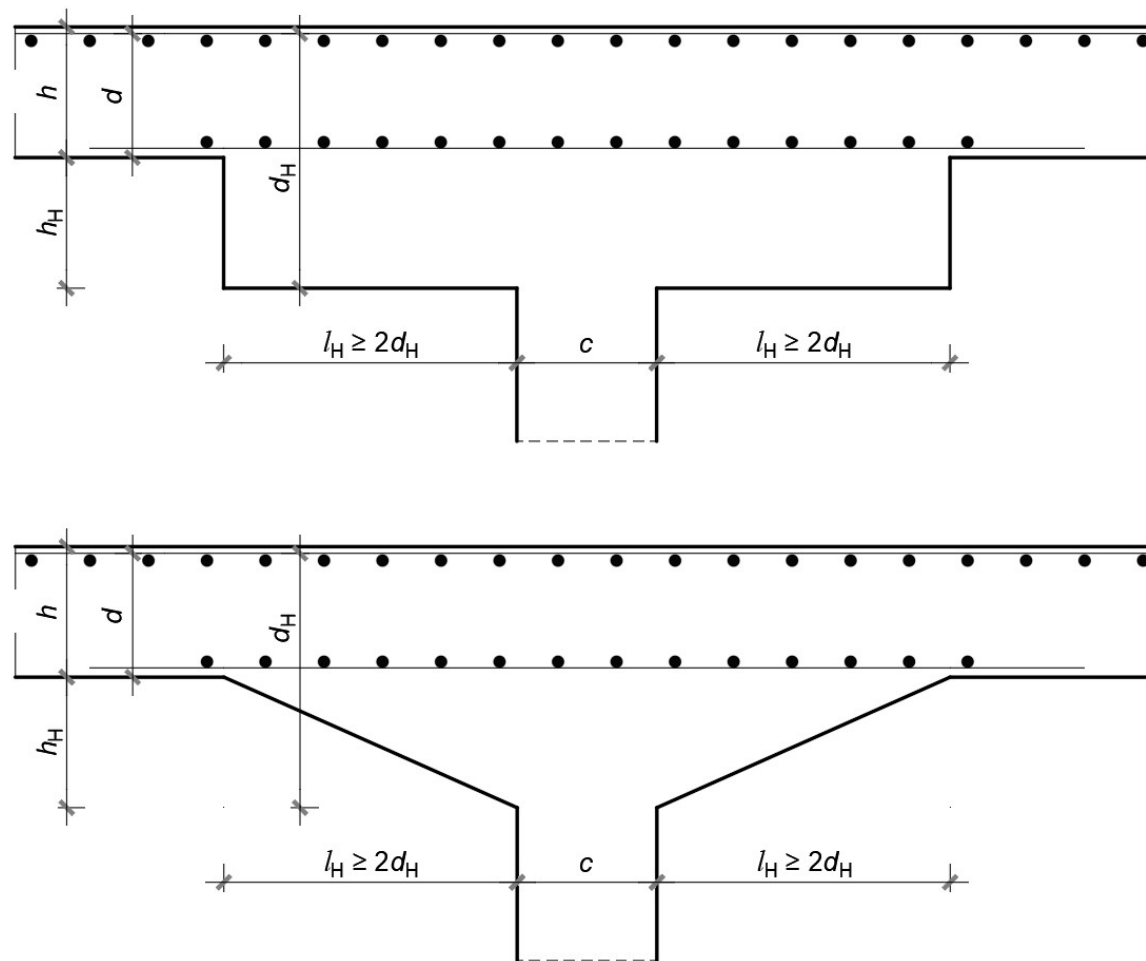
<https://structurescentre.com/designing-a-flat-slab-worked-example/>

<https://civiloutlinecom.home.blog/2019/10/29/what-is-the-difference-between-flat-slab-and-flat-plate/>

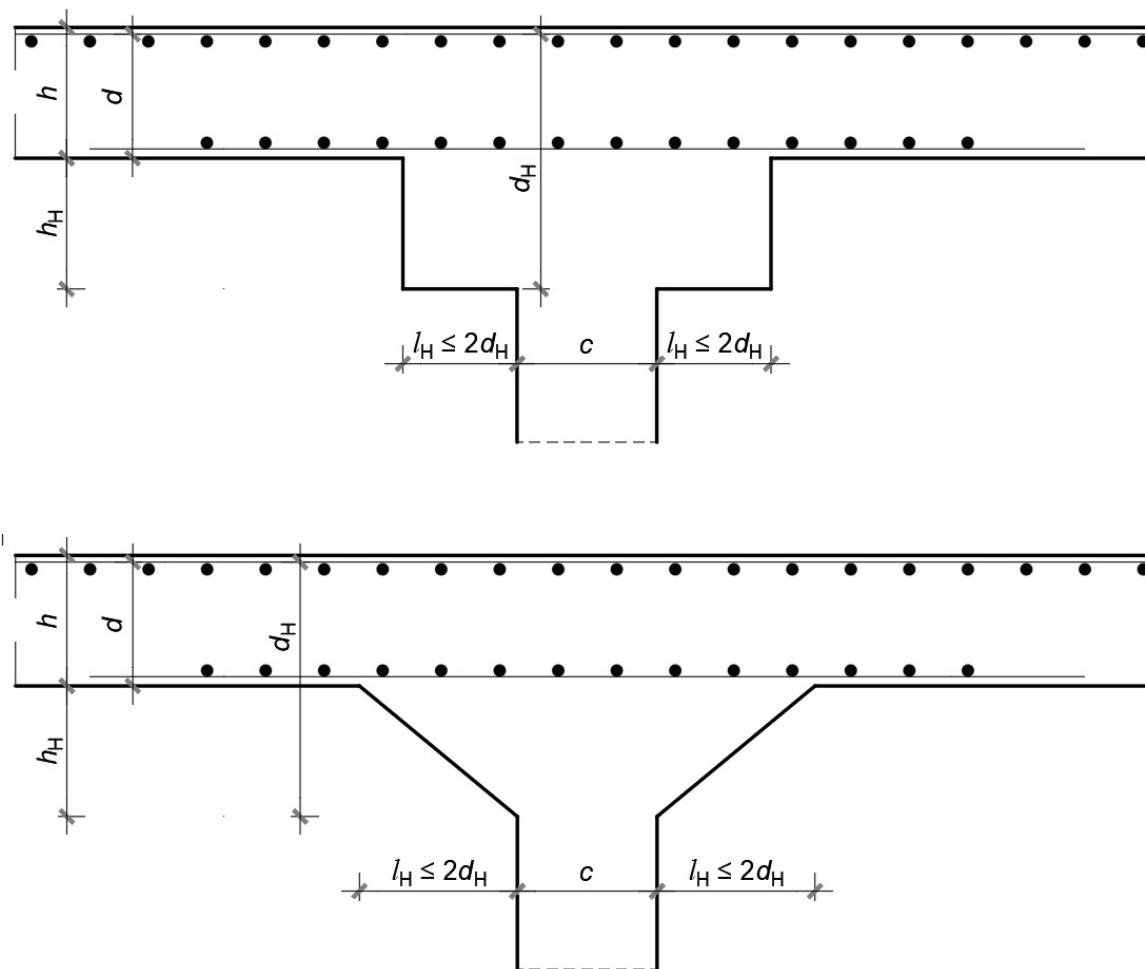
Ploča oslonjena izravno na stupove (bez greda)



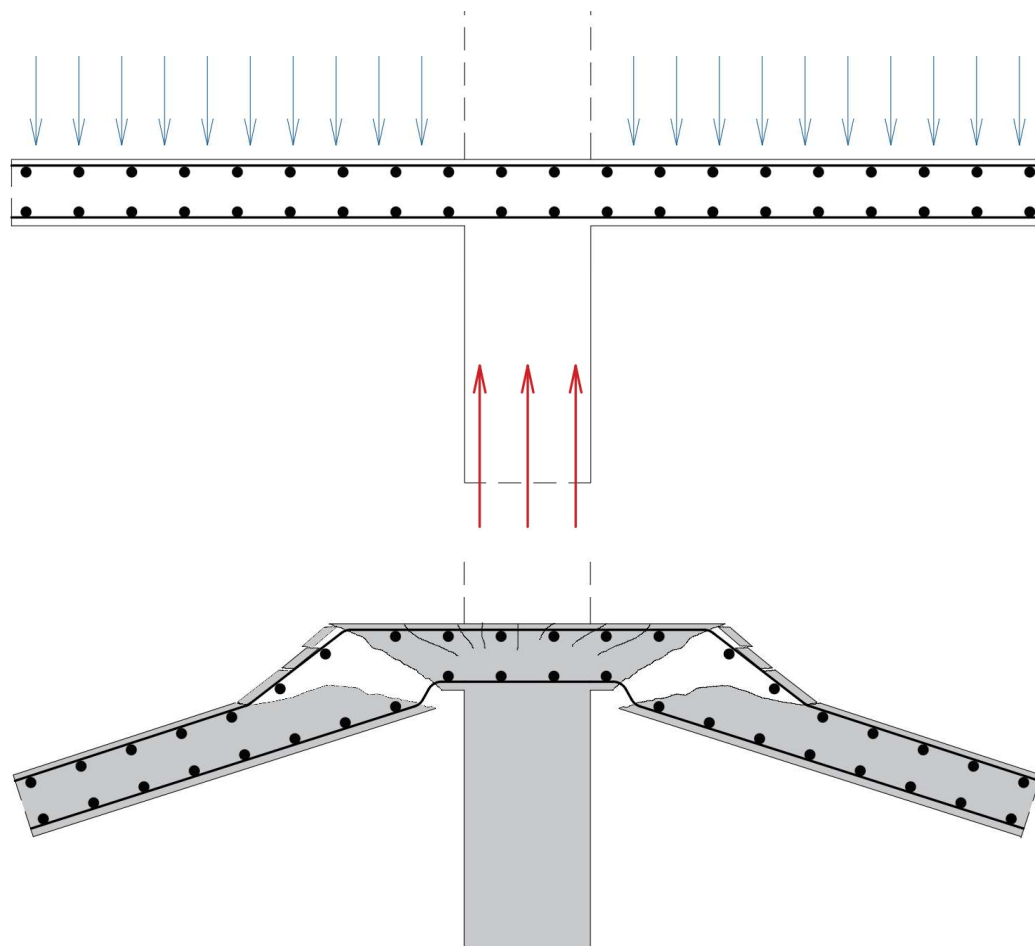
Ploča oslonjena izravno na stupove (bez greda)



Ploča oslonjena izravno na stupove (bez greda)



Ploča oslonjena izravno na stupove (bez greda)



Ploča oslonjena izravno na stupove (bez greda)

Prednosti:

- manji utrošak materijala
- jednostavnija oplata
- veća slobodna visina prostorije
- jednostavnije vođenje instalacija

Nedostaci:

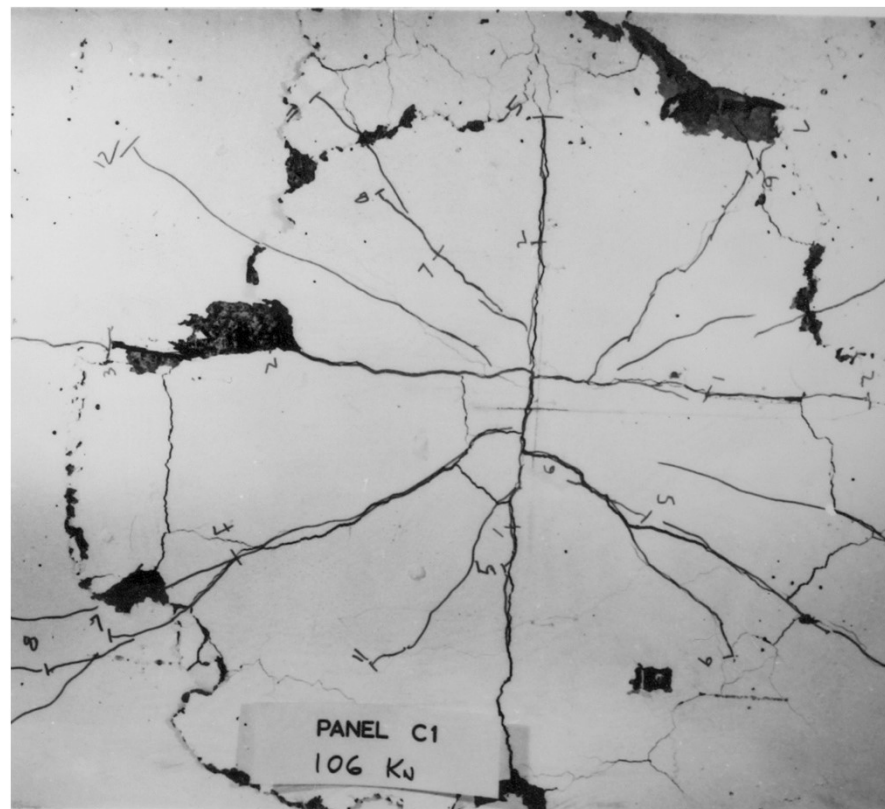
- veći progibi
- manja otpornost na horizontalne sile (potres)
- opasnost od krhkog i progresivnog sloma

Ploča oslonjena izravno na stupove (bez greda)



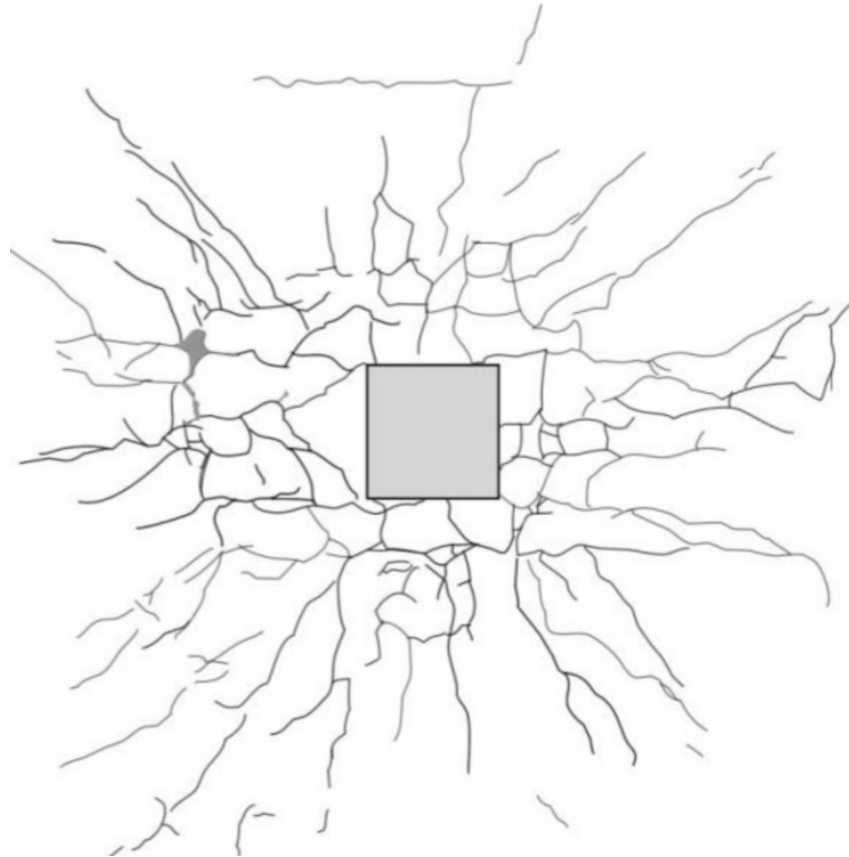
<https://civildigital.com/punching-shear-punching-shear-flat-slabs/>

Ploča oslonjena izravno na stupove (bez greda)



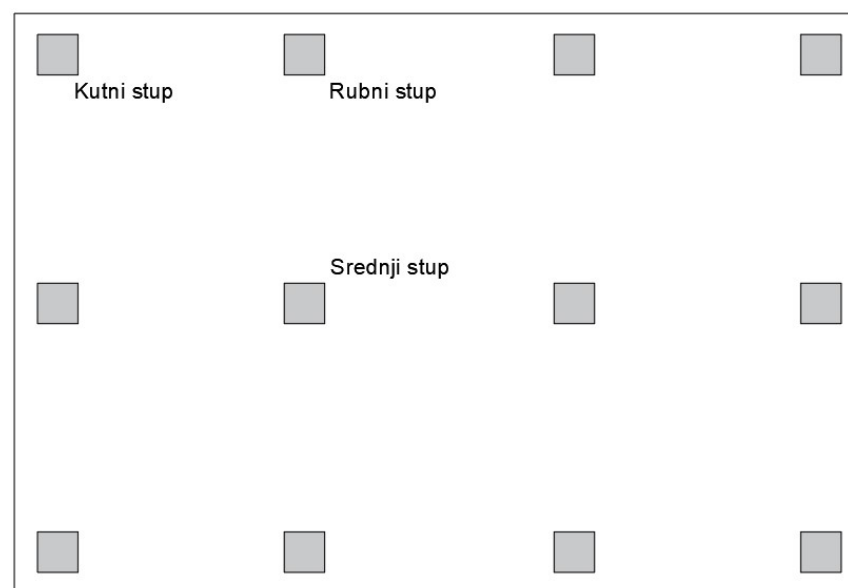
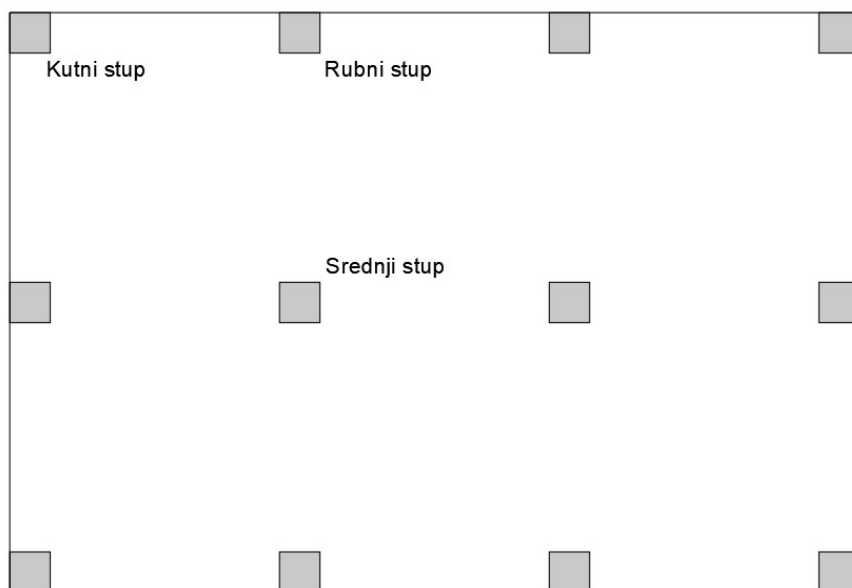
https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Bridge_deck_-_punching_failure_bottom_cracking.png

Ploča oslonjena izravno na stupove (bez greda)

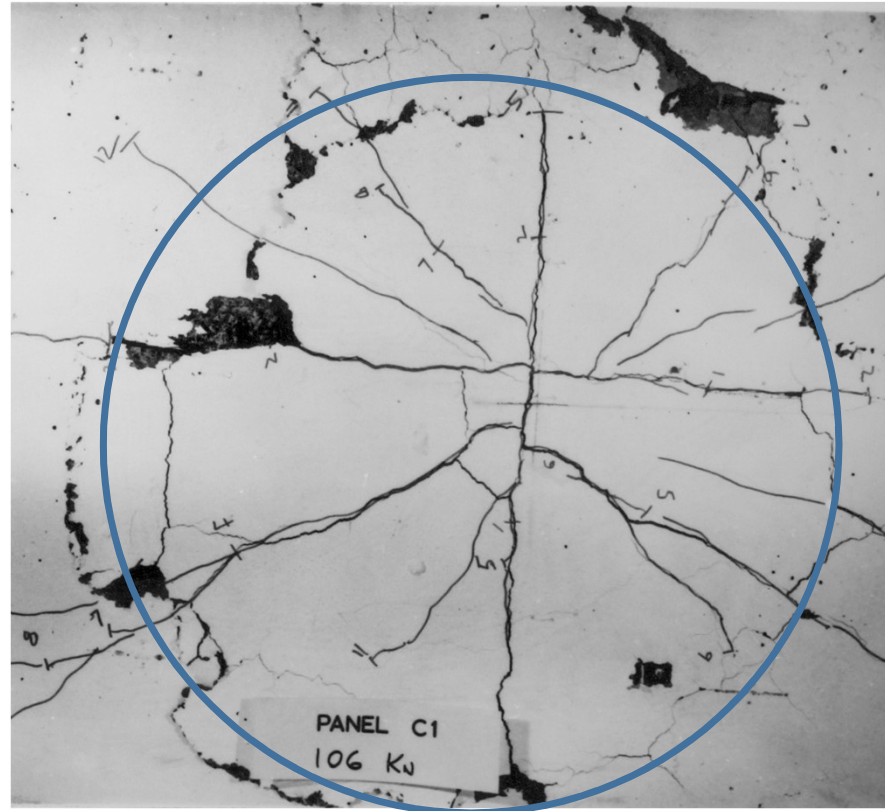


Kim, M.S.; Lee, Y.H. Punching Shear Strength of Reinforced Concrete Flat Plates with GFRP Vertical Grids. *Appl. Sci.* **2021**, *11*, 2736. <https://doi.org/10.3390/app11062736>

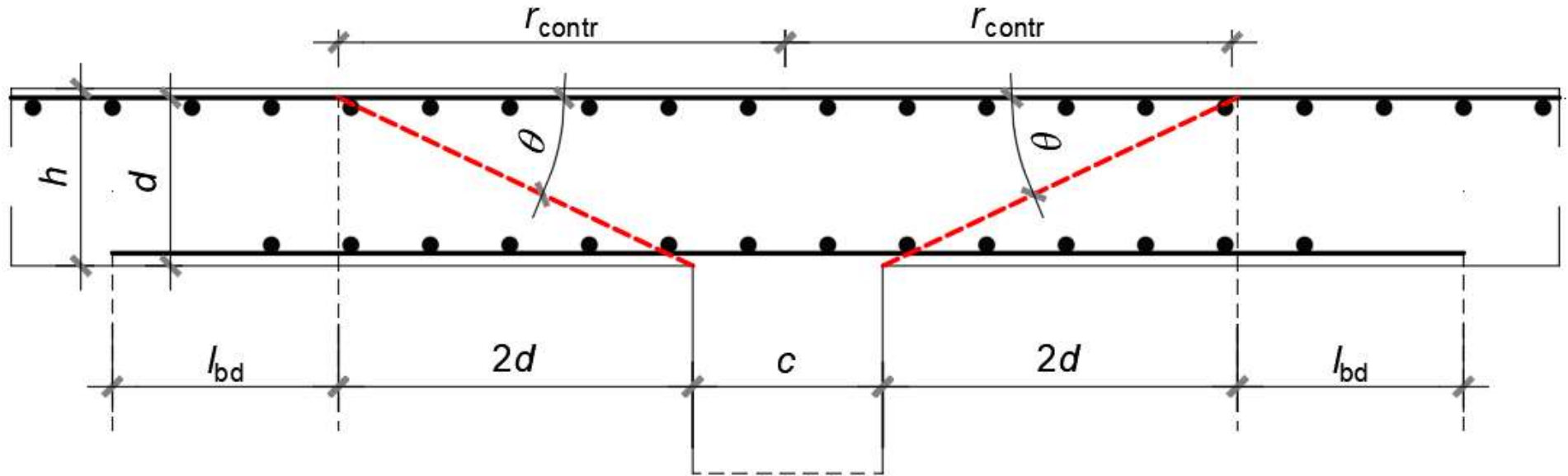
Ploča oslonjena izravno na stupove (bez greda)



Model sloma i geometrija



Model sloma i geometrija

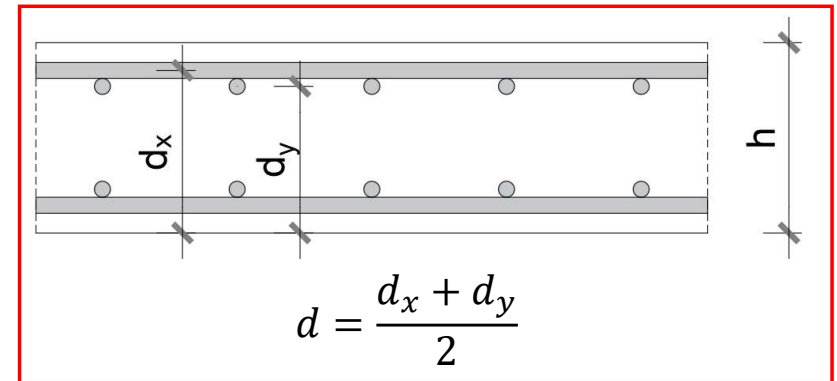


$$\theta = \arctan \frac{1}{2} = 26.6^\circ$$

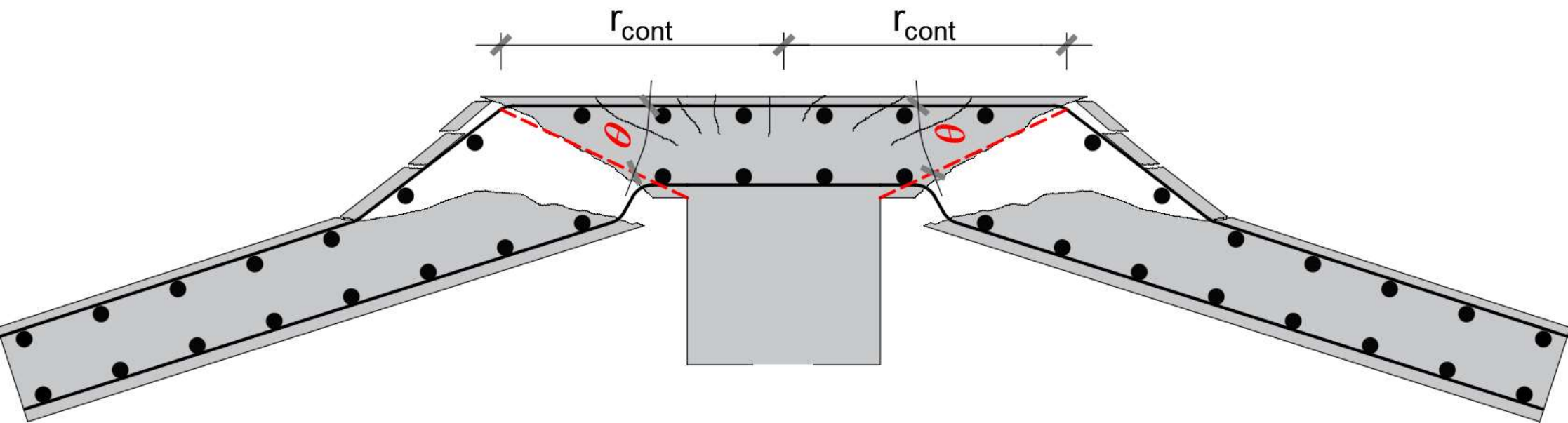
Duljina sidrenja: $l_{bd} = \alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \alpha_4 \alpha_5 l_{b,rqrd} \geq l_{b,min}$

(Z. Sorić, T. Kišiček: Betonske konstrukcije 1, str. 114 - 118)

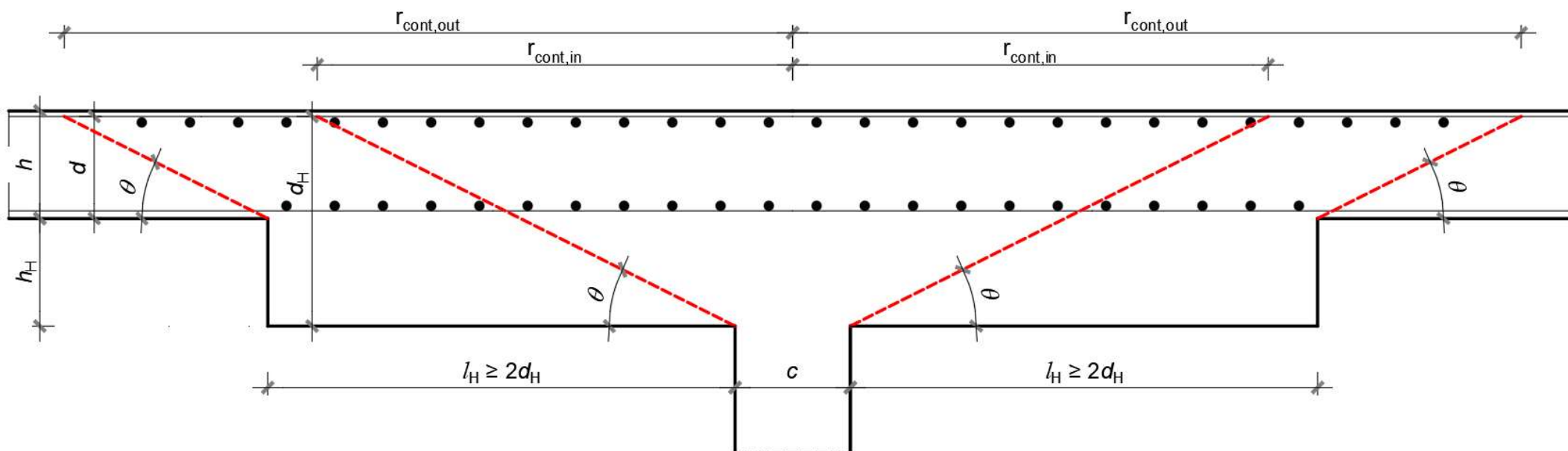
r_{cont} – položaj osnovnog kontrolnog presjeka



Model sloma i geometrija



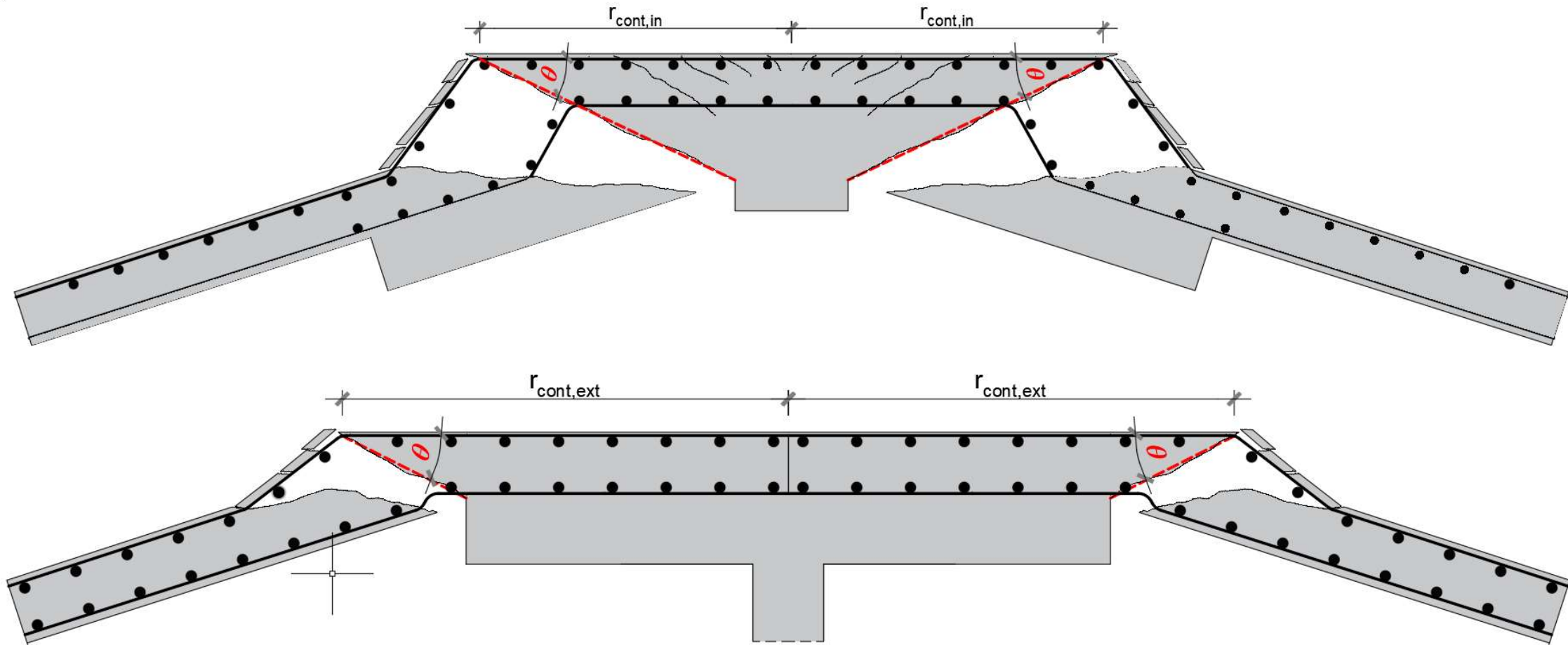
Model sloma i geometrija



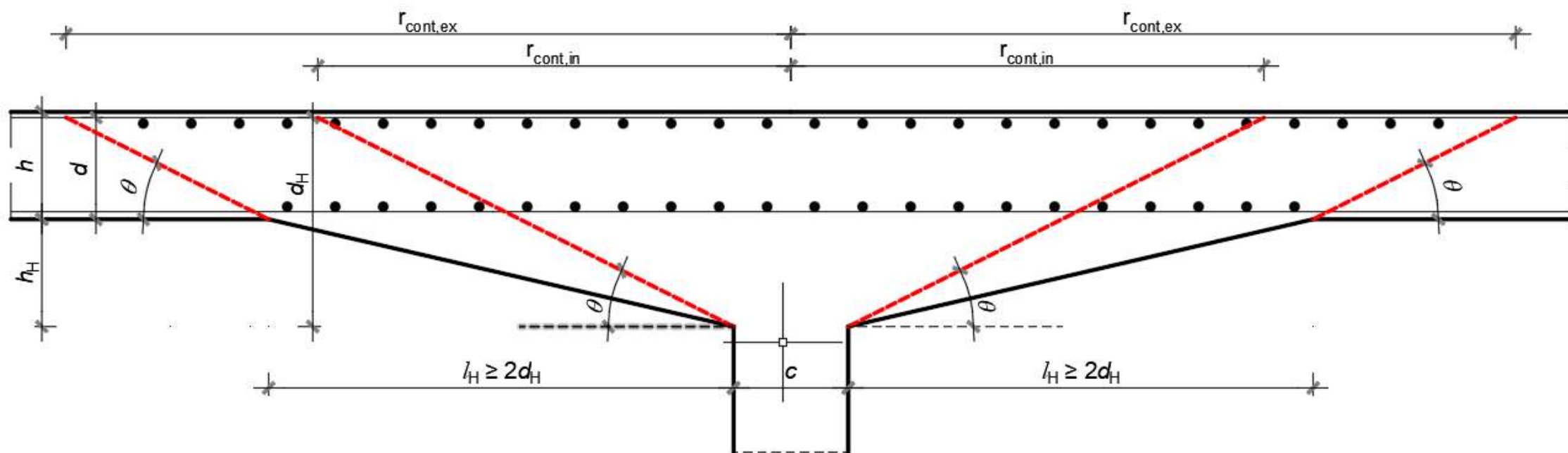
$r_{\text{cont,in}}$ – položaj unutarnjeg kontrolnog presjeka

$r_{\text{cont,out}}$ – položaj vanjskog kontrolnog presjeka

Model sloma i geometrija



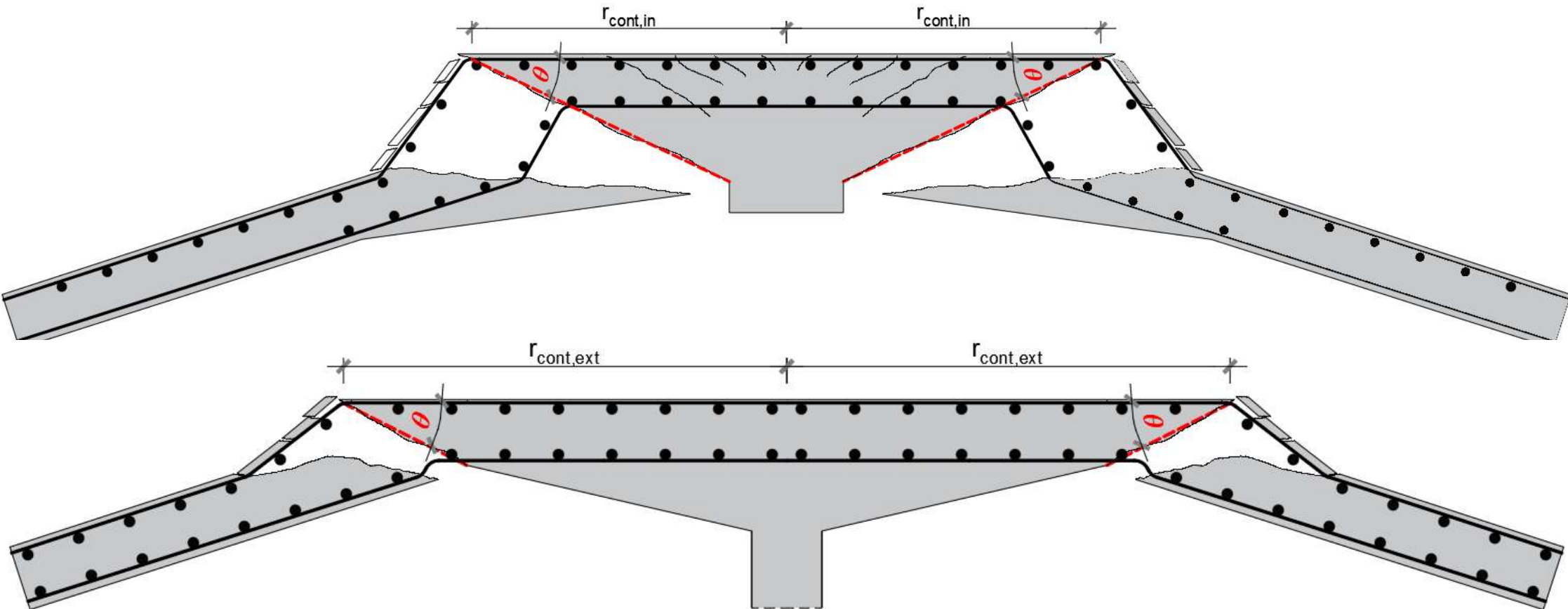
Model sloma i geometrija



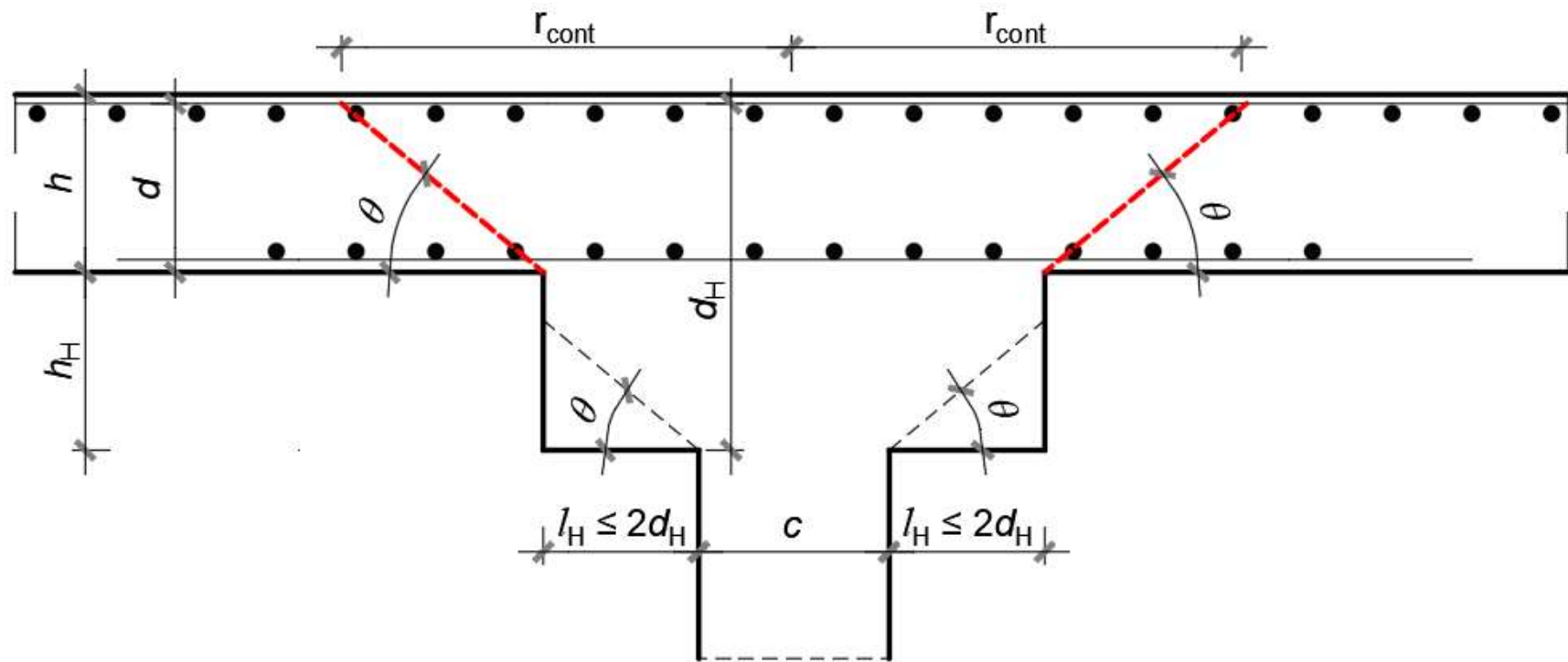
$r_{\text{cont,in}}$ – položaj unutarnjeg kontrolnog presjeka

$r_{\text{cont,out}}$ – položaj vanjskog kontrolnog presjeka

Model sloma i geometrija

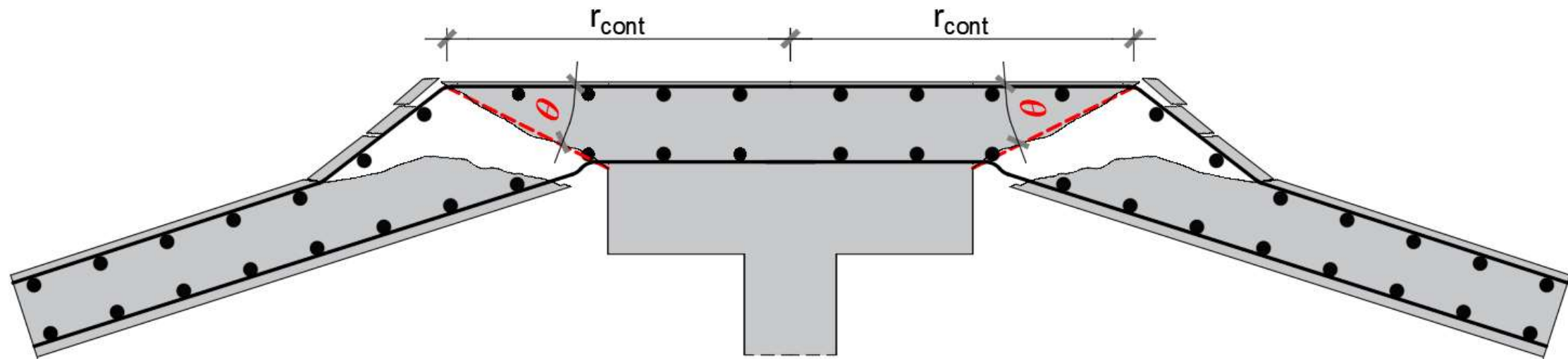


Model sloma i geometrija



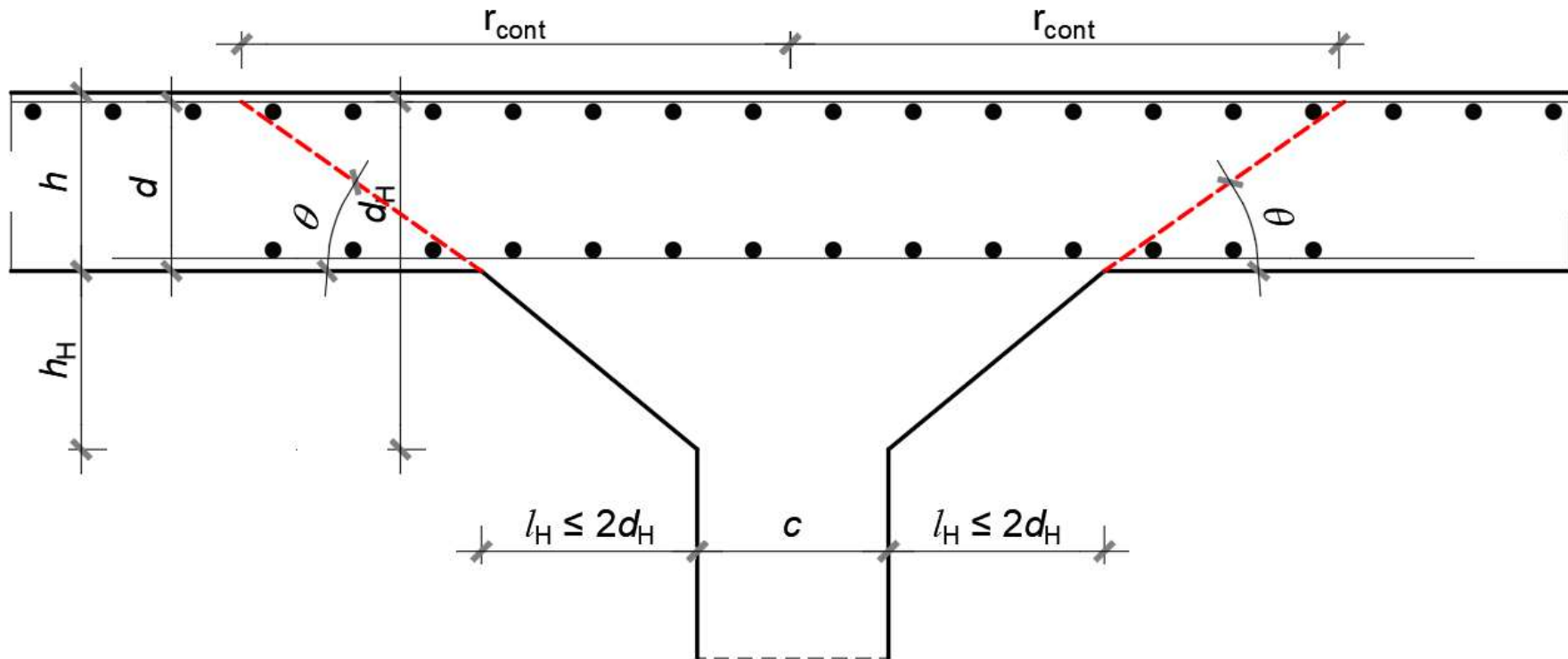
r_{cont} – položaj osnovnog kontrolnog presjeka

Model sloma i geometrija



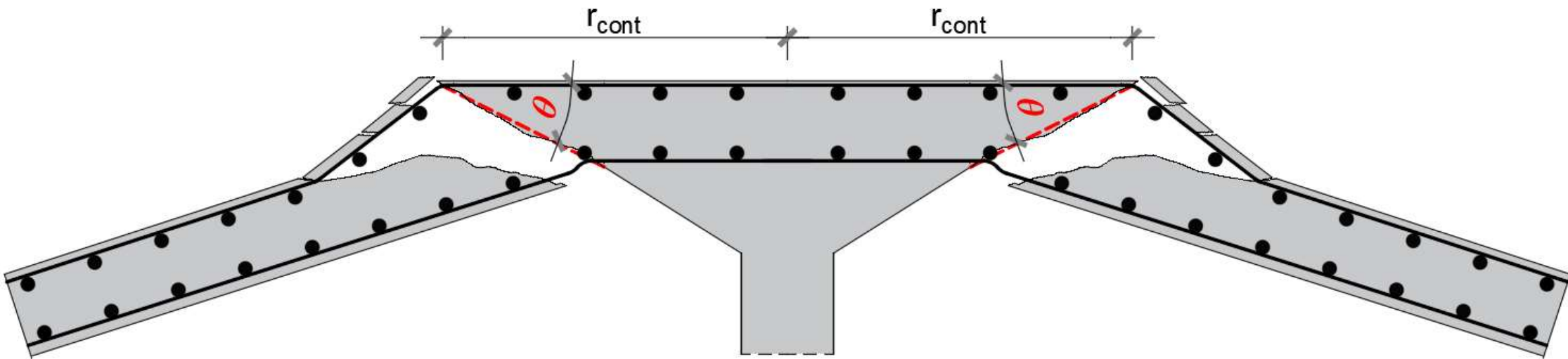
r_{cont} – položaj osnovnog kontrolnog presjeka

Model sloma i geometrija



r_{cont} – položaj osnovnog kontrolnog presjeka

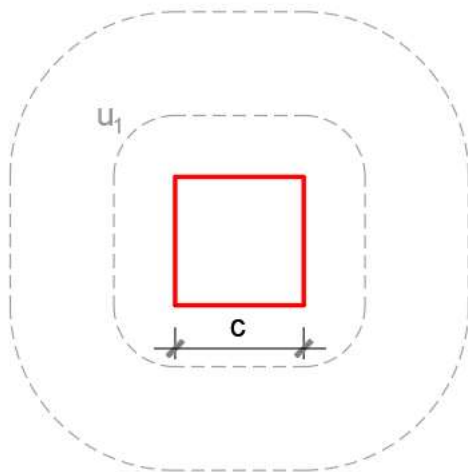
Model sloma i geometrija



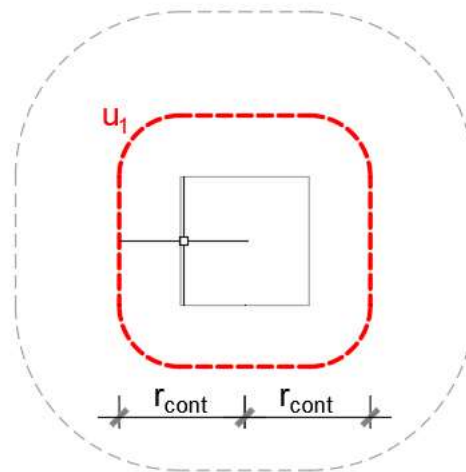
Postupak proračuna

Stupovi bez proširenja

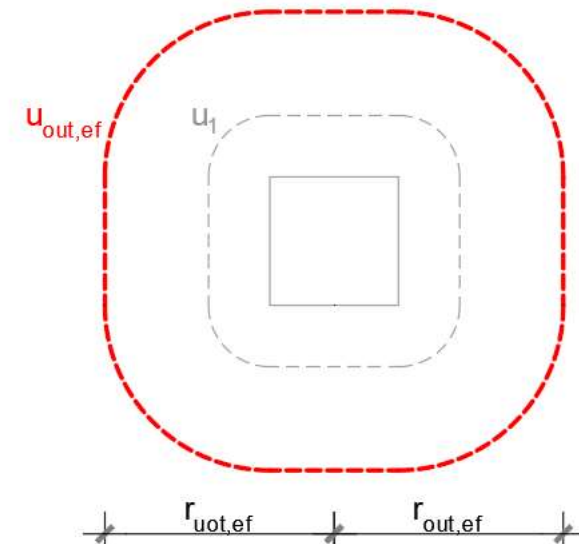
1. Kontrola na licu stupa



2. Kontrola na osnovnom presjeku

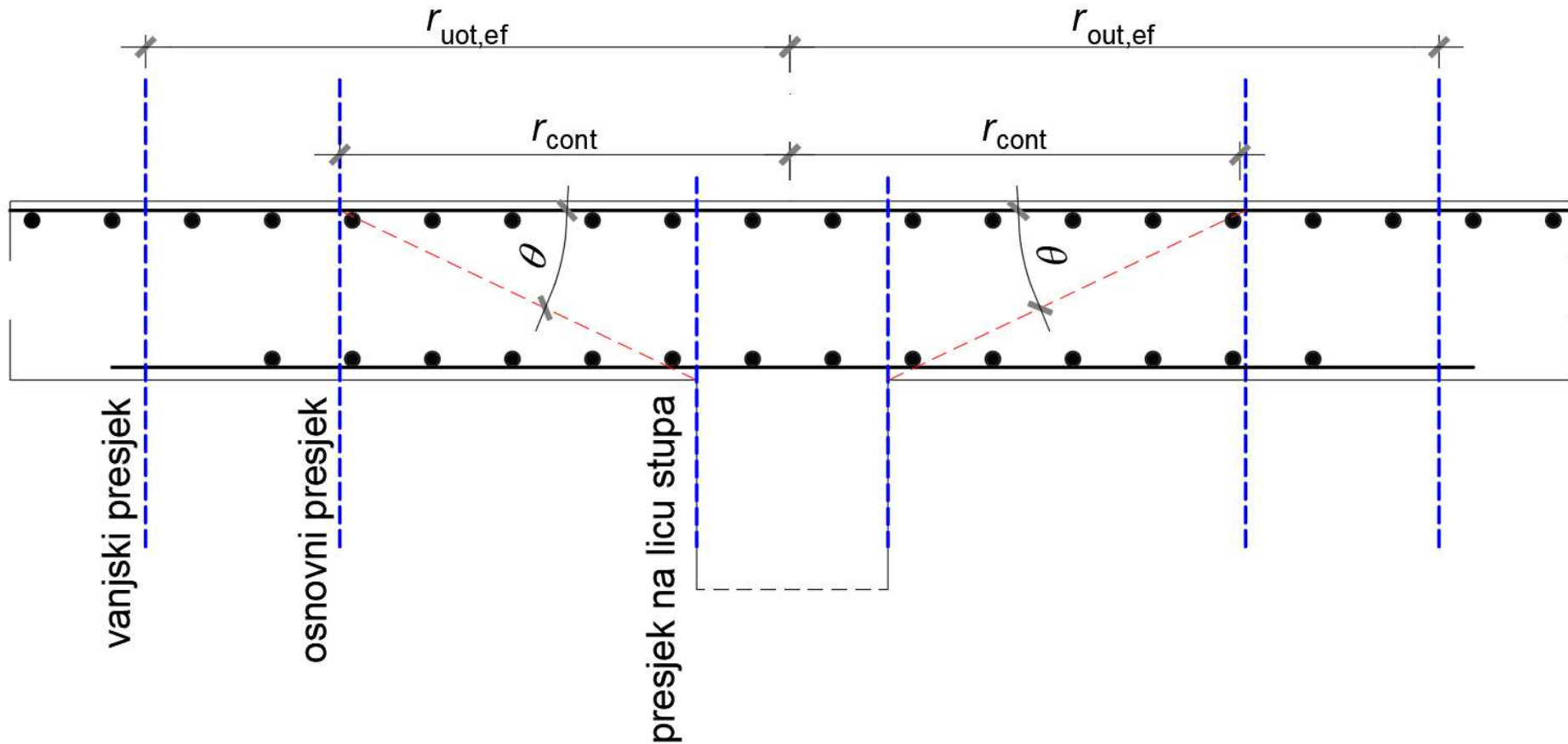


3. Kontrola na vanjskom presjeku



Postupak proračuna

Stupovi bez proširenja



Postupak proračuna

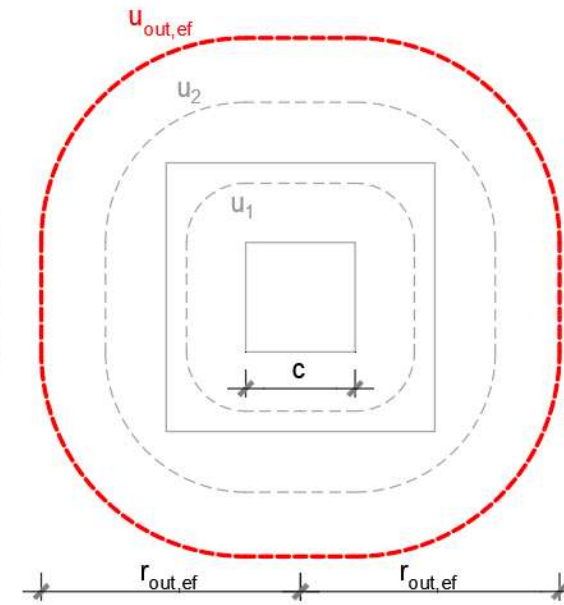
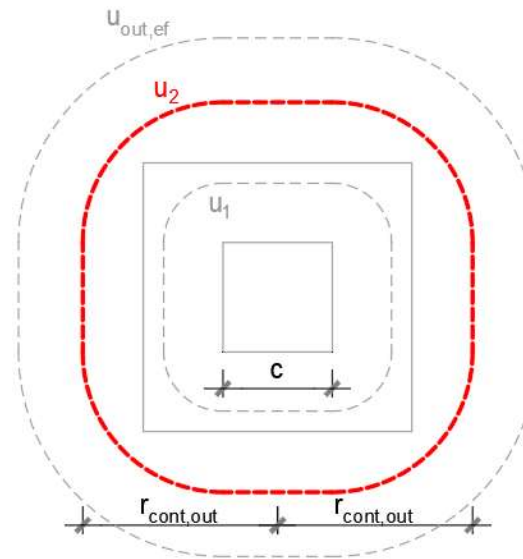
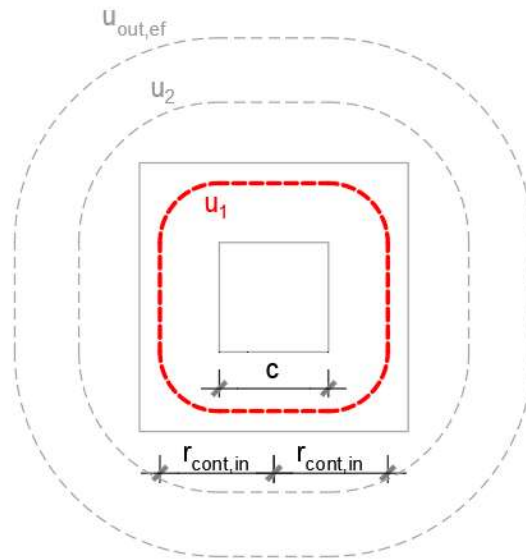
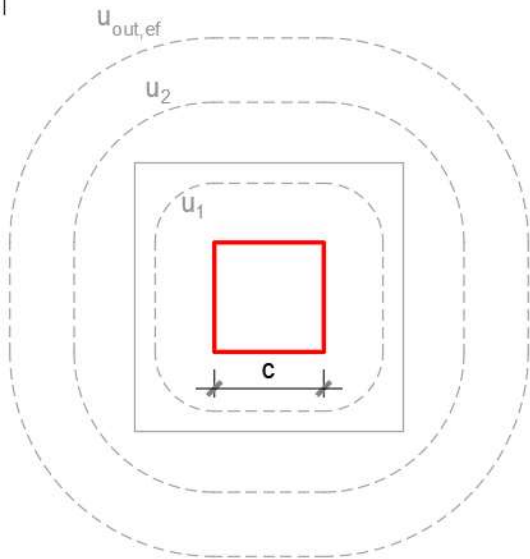
Stupovi s proširenjem $l_H \geq 2h_H$

1. Kontrola na licu stupa

2. Kontrola na unutarnjem osnovnom presjeku

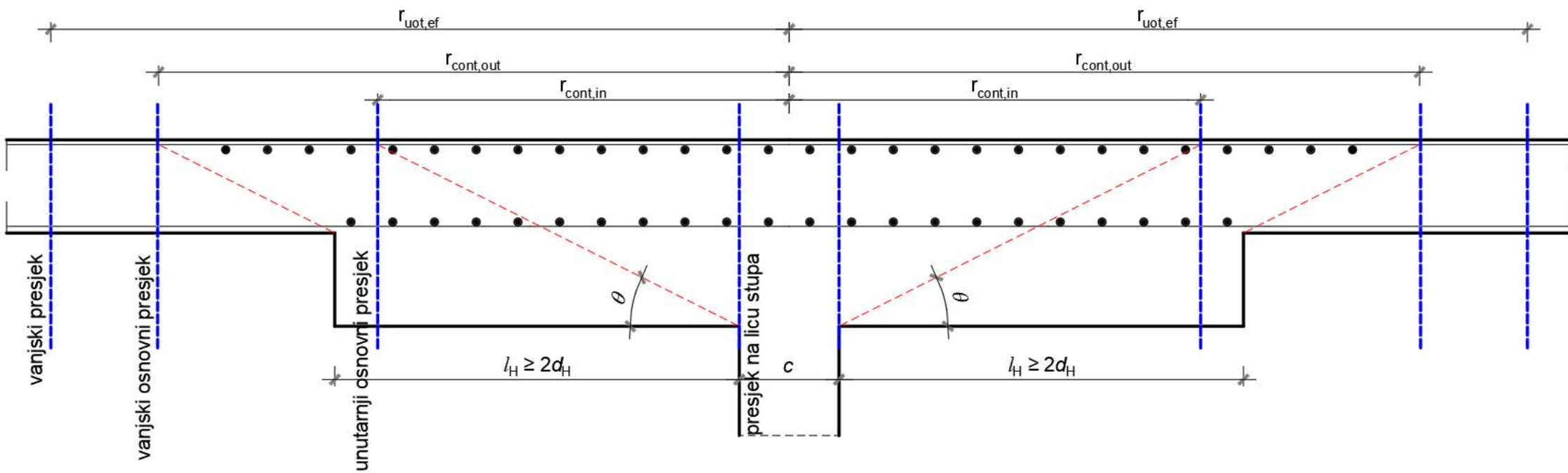
3. Kontrola na vanjskom osnovnom presjeku

4. Kontrola na vanjskom presjeku



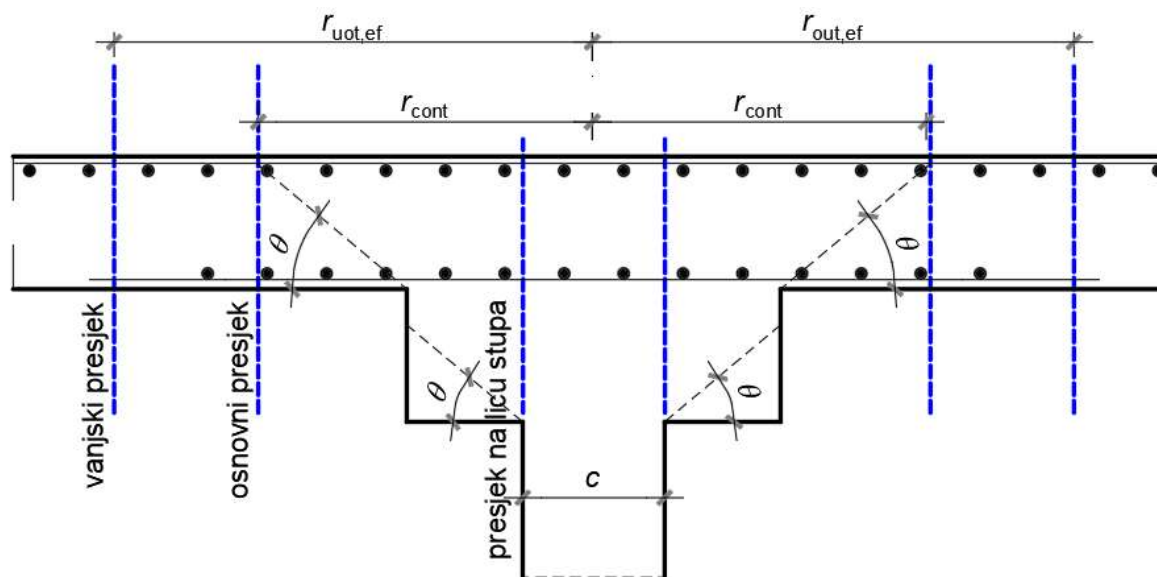
Postupak proračuna

Stupovi s proširenjem $l_H \geq 2h_H$



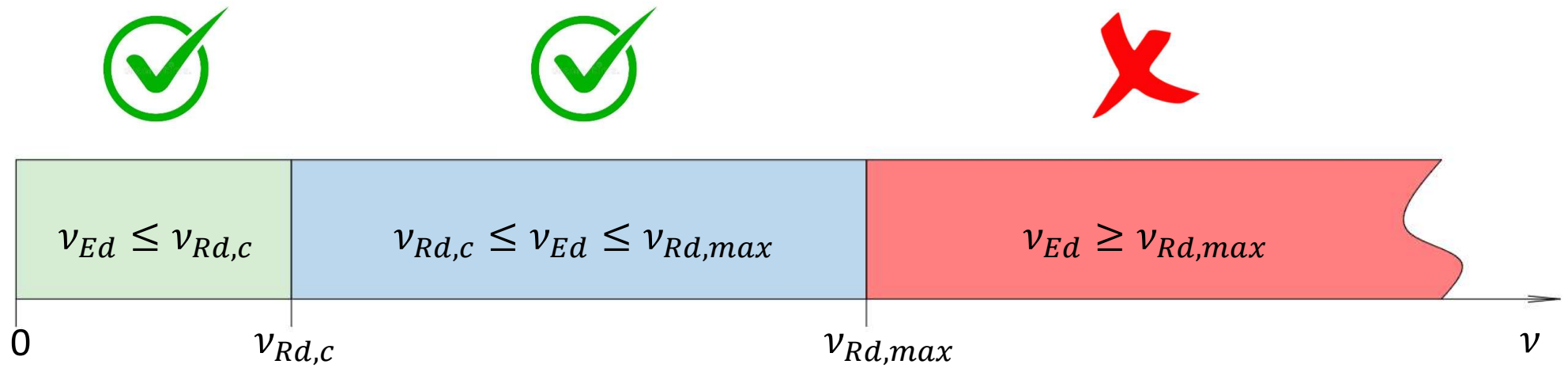
Postupak proračuna

Stupovi s proširenjem $l_H \leq 2h_H$



Postupak proračuna

Uvjeti za proračun



Postupak proračuna

Uvjeti za proračun

1. Osnovni uvjet koji mora biti zadovoljen na svakom kontrolnom presjeku:

$$v_{Ed} \leq v_{Rd,max}$$

v_{Ed} - proračunsko posmično naprezanje

$v_{Rd,max}$ - proračunska vrijednost najveće otpornosti na posmični proboj

2. Armatura protiv posmičnog proboja nije potrebna, ako je zadovoljen uvjet:

$$v_{Ed} \leq v_{Rd,c}$$

$v_{Rd,c}$ - proračunska vrijednost otpornosti na posmični proboj bez armature za proboj

3. Potrebna je armatura protiv posmičnog proboja:

$$v_{Rd,c} \leq v_{Ed} \leq 1.5 \cdot v_{Rd,c}$$

Postupak proračuna

Proračun otpornosti

$v_{Rd,max}$ - proračunska vrijednost najveće otpornosti na posmični proboj

$$v_{Rd,max} = 0.4 \cdot v \cdot f_{cd}$$

$$v = 0.6 \left[1 - \frac{f_{ck}}{250} \right]$$

v - koeficijent smanjenja čvrstoće betona za beton raspucan posmikom

$v_{Rd,c}$ - proračunska vrijednost otpornosti na posmični proboj bez armature za proboj

$$v_{Rd,c} = C_{Rd,c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}} + k_1 \cdot \sigma_{cp} \geq v_{min} + k_1 \cdot \sigma_{cp}$$

$$C_{Rd,c} = \frac{0.18}{\gamma_c}$$

$$k_1 = 0.1$$

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2.0$$

$$\sigma_{cp} = \frac{\sigma_{cy} + \sigma_{cz}}{2}$$

$$\rho_l = \sqrt{\rho_{ly} \cdot \rho_{lz}} \leq 0.02$$

$$v_{min} = 0.035 \cdot k^{\frac{3}{2}} \cdot f_{ck}^{\frac{1}{2}}$$

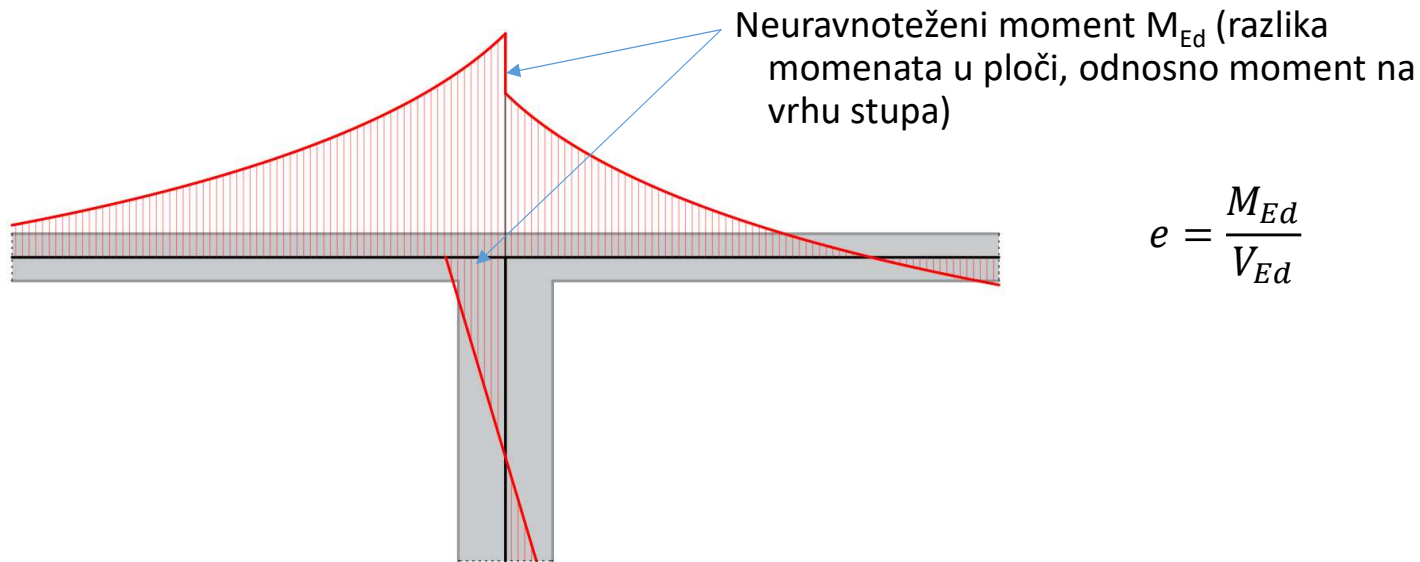
Postupak proračuna

Proračun naprezanja

v_{Ed} - proračunsko posmično naprezanje

$$v_{Ed} = \beta \cdot \frac{V_{Ed}}{u_i \cdot d} \quad \beta \text{ - koeficijent koji uzima u obzir ekscentricitet proračunske sile proboja u odnosu na osnovni kontrolni opseg}$$

Ekscentricitet sile proboja u odnosu na osnovni kontrolni opseg dolazi od neuravnoteženog momenta na spoju ploče i stupa uslijed horizontalnih sila ili nesimetričnog opterećenja u poljima lijevo i desno. Ekscentricitet može biti oko jedne osi ili oko obje osi.



$$e = \frac{M_{Ed}}{V_{Ed}}$$

Postupak proračuna

Proračun naprezanja

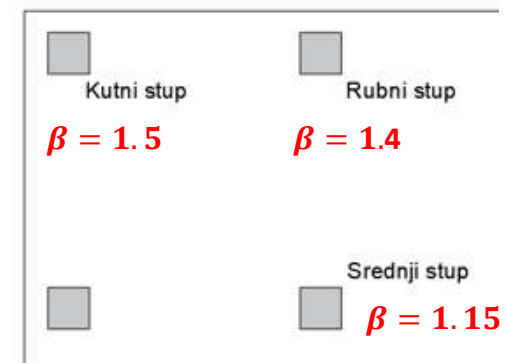
v_{Ed} - proračunsko posmično naprezanje

$$v_{Ed} = \beta \cdot \frac{V_{Ed}}{u_i \cdot d} \quad \beta \text{ - koeficijent koji uzima u obzir ekscentricitet proračunske sile proboja u odnosu na osnovni kontrolni opseg}$$

Ekscentricitet sile proboja u odnosu na osnovni kontrolni opseg dolazi od neuravnoteženog momenta na spoju ploče i stupa uslijed horizontalnih sila ili nesimetričnog opterećenja u poljima lijevo i desno. Ekscentricitet može biti oko jedne osi ili oko obje osi.

Ovakav se slučaj može pojaviti u horizontalno pomičnim sustavima. U takvim sustavima horizontalne sile se preuzimaju okvirnim djelovanjem ploča – stup, što nije preporučljivo u seizmički aktivnim područjima. Iako norme to izričito ne zabranjuju, nije propisana procedura proračuna za takve situacije (nova generacija EN 1998 će obraditi ove procedure proračuna).

Za horizontalno nepomične sustave smiju se koristiti sljedeće vrijednosti β (pod uvjetom da se susjedni rasponi ne razlikuju za više od 25 %):



Postupak proračuna

Proračun naprezanja

Kod horizontalno pomičnih sustava, vrijednost β ovisi o položaju stupa, ekscentricitetu i obliku poprečnog presjeka stupa, npr.:

Središnji stup, pravokutni presjek, ekscentricitet oko jedne osi:
$$\beta = 1 + k \cdot \frac{M_{Ed} \cdot u_1}{V_{Ed} \cdot W_1}$$

Središnji stup, pravokutni presjek, ekscentricitet oko obje osi:
$$\beta = 1 + 1.8 \cdot \sqrt{\left(\frac{e_y}{b_z}\right)^2 + \left(\frac{e_z}{b_y}\right)^2}$$

Središnji stup, kružni presjek, ekscentricitet oko obje osi:
$$\beta = 1 + 0.6 \cdot \pi \cdot \frac{e}{D + 4 \cdot d}$$

Za više detalja vidjeti Sorić, Kišiček: Betonske konstrukcije 2, str. 204 – 207

Postupak proračuna

Proračun naprezanja

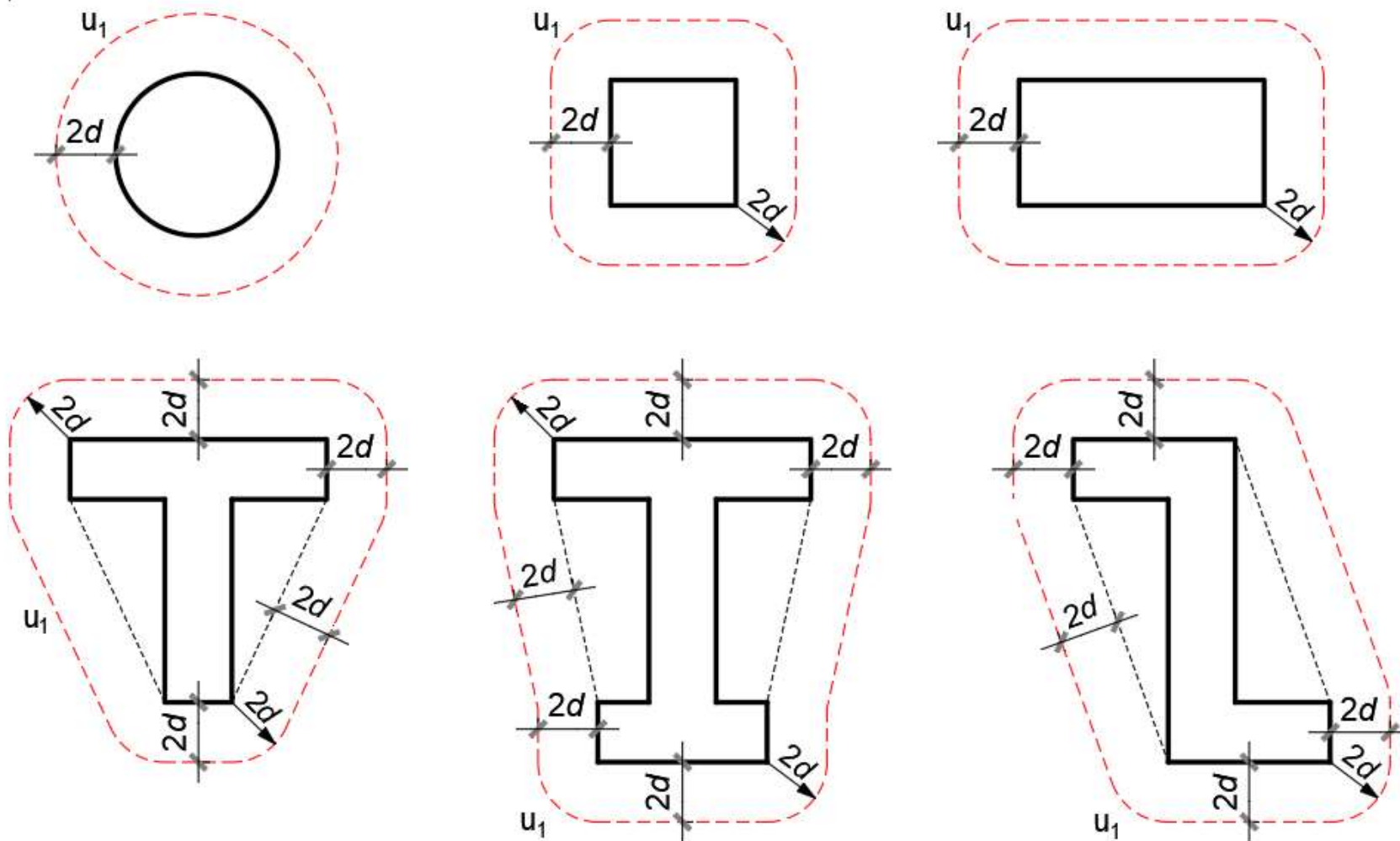
v_{Ed} - proračunsko posmično naprezanje

$$v_{Ed} = \beta \cdot \frac{V_{Ed}}{u_i \cdot d}$$

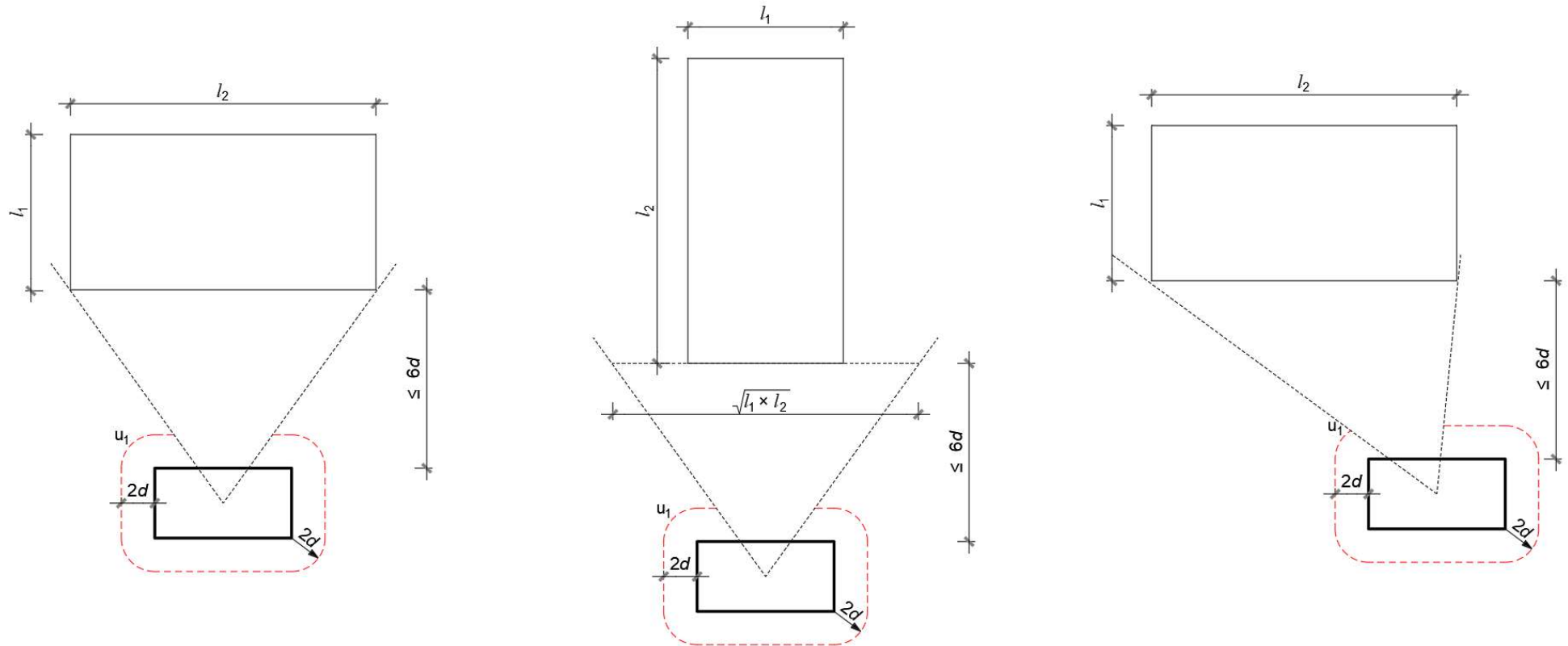
u_i - duljina promatranog kontrolnog opsega

d - srednja statička visina ploče

Određivanje kontrolnog opsega – srednji stupovi

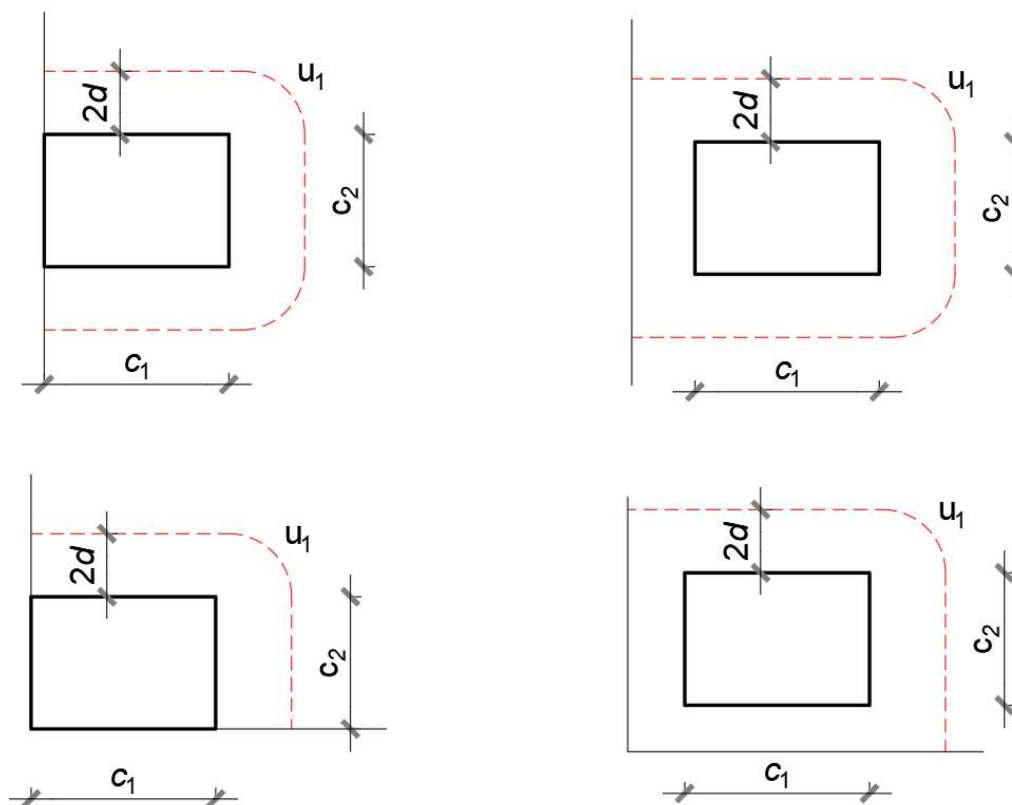


Određivanje kontrolnog opsega – srednji stupovi uz otvor



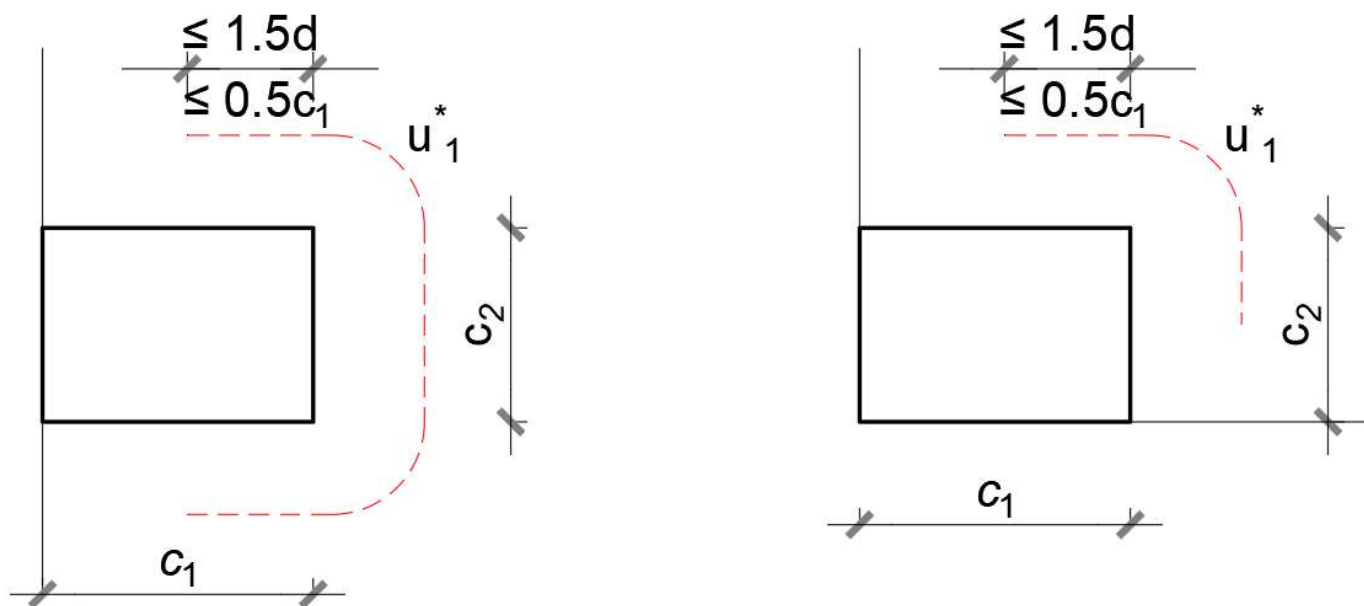
Određivanje kontrolnog opsega – rubni i kutni stupovi

Centrično opterećeni



Određivanje kontrolnog opsega – rubni i kutni stupovi

Ekscentrično opterećeni



Postupak proračuna

Proračun armature protiv proboja

$v_{Rd,cs}$ - proračunska otpornost na posmični proboj s poprečnom armaturom

$$v_{Rd,cs} = 0.75 \cdot v_{Rd,c} + 1.5 \cdot \frac{d}{s_r} \cdot A_{sw} \cdot f_{ywd,ef} \cdot \frac{1}{u_1 \cdot d} \cdot \sin \alpha \leq k_{max} \cdot v_{Rd,c}$$

s_r - radijalni razmak pojedinih opsega poprečne armature

A_{sw} - ukupna ploština poprečne armature protiv proboja na jednom opsegu

$f_{ywd,ef}$ - proračunska granica razvlačenja armature $f_{ywd,ef} = 250 + 0.25 \cdot d \leq f_{ywd}$ (N i mm)

u_1 - duljina osnovnog kontrolnog opsega

α - kut između poprečne armature i ravnine ploče

k_{max} - faktor ograničenja maksimalne nosivosti ($k_{max} = 1.5$)

U graničnom stanju nosivosti vrijedi $v_{Rd,cs} \geq v_{Ed}$ pa se može zamijeniti u gornjem izrazu:

$$v_{Ed} \leq 0.75 \cdot v_{Rd,c} + 1.5 \cdot \frac{d}{s_r} \cdot A_{sw} \cdot f_{ywd,ef} \cdot \frac{1}{u_1 \cdot d} \cdot \sin \alpha \leq k_{max} \cdot v_{Rd,c}$$

Postupak proračuna

Proračun armature protiv proboja

U graničnom stanju nosivosti vrijedi $v_{Rd,cs} \geq v_{Ed}$ pa se može zamijeniti u gornjem izrazu:

$$v_{Ed} \leq 0.75 \cdot v_{Rd,c} + 1.5 \cdot \frac{d}{s_r} \cdot A_{sw} \cdot f_{ywd,ef} \cdot \frac{1}{u_1 \cdot d} \cdot \sin \alpha \leq k_{max} \cdot v_{Rd,c}$$

Iz čega slijedi potrebna **ukupna količina** armature na osnovnom kontrolnom opsegu (paziti da je $v_{Ed} \leq k_{max} \cdot v_{Rd,c}$):

$$A_{sw} \geq \frac{v_{Ed} - 0.75 \cdot v_{Rd,c}}{1.5 \cdot \frac{d}{s_r} \cdot f_{ywd,ef} \cdot \frac{1}{u_1 \cdot d} \cdot \sin \alpha}$$

Propisan je minimalni promjer **jedne** spone:

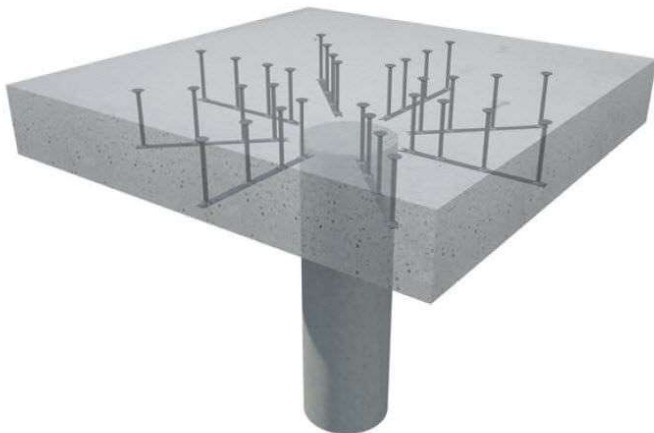
$$A_{sw,min} = \frac{0.08 \cdot \sqrt{f_{ck}}}{1.5 \cdot \sin \alpha + \cos \alpha} \cdot (s_r \cdot s_t)$$

s_r - radijalni razmak pojedinih opsega poprečne armature

s_t - tangencijalni razmak pojedinih opsega poprečne armature

Postupak proračuna

Proračun armature protiv proboja



<https://www.archiexpo.com/prod/plaka-group-france/product-124691-1208617.html>

Postupak proračuna

Proračun armature protiv proboja

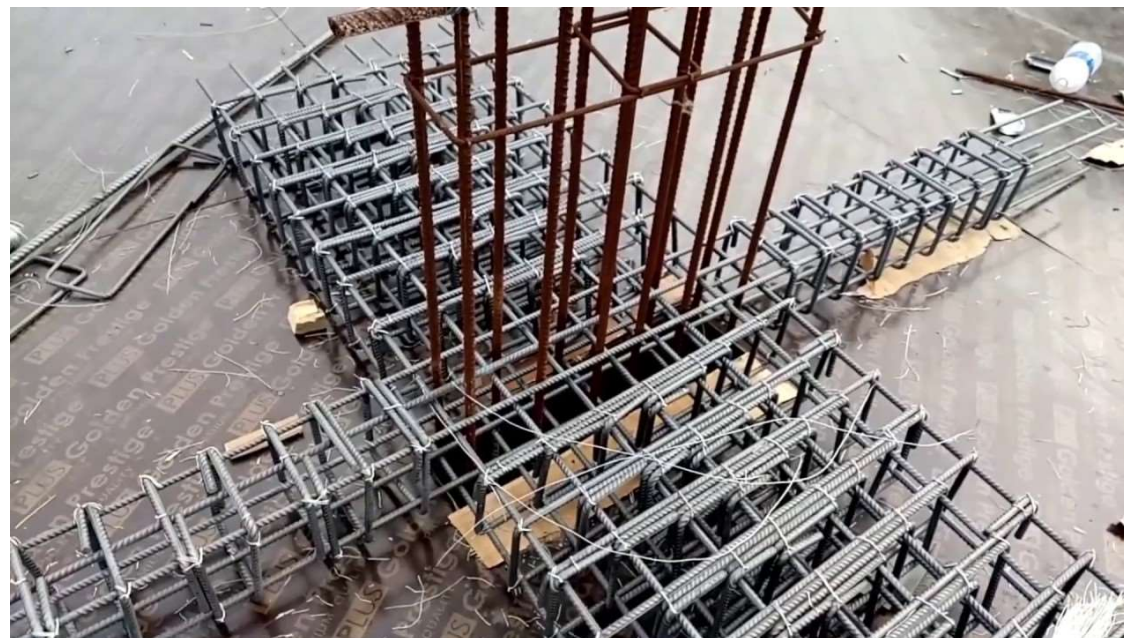
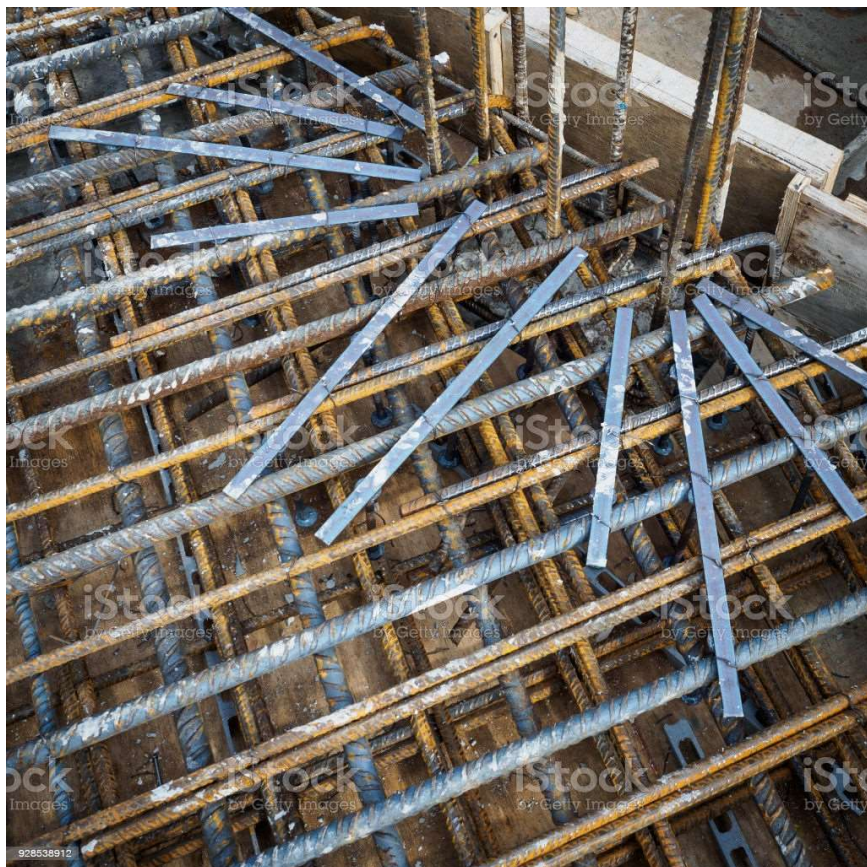


<https://www.archiexpo.com/prod/plaka-group-france/product-124691-1208617.html>

https://www.halfen.com/en_DE/product-ranges/concrete/reinforcement-systems/punching-shear-reinforcement

Postupak proračuna

Proračun armature protiv proboja



<https://www.youtube.com/watch?v=iKuJrSS4NHg>

<https://www.istockphoto.com/photo/reinforcement-bars-and-punching-shear-rails-of-an-rc-slab-in-a-construction-site-gm928538912-254681234>

Postupak proračuna

Proračun armature protiv proboja

Statički proračun $V_{Ed} = \gamma_G \cdot V_G + \gamma_Q \cdot V_Q$

Statička visina ploče $d_y = h - c - \frac{\phi}{2}$ $d_z = d_y - \frac{\phi}{2} - \frac{\phi}{2}$ $d = \frac{d_y + d_z}{2}$

Postotak armiranja $\rho_y = \frac{A_y}{A_c}$ $\rho_z = \frac{A_z}{A_c}$ $\rho = \sqrt{\rho_y \cdot \rho_z}$

Kontrola naprežanja na licu stupa $v_{Ed,0} = \beta \frac{V_{Ed}}{u_0 \cdot d}$

u_0 - opseg stupa (vidjeti stranice 37 i 38)

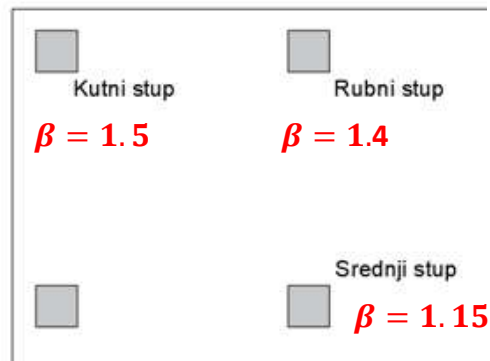
Srednji stup $u_0 = 2 \cdot (c_1 + c_2)$

Rubni stup Centrično opterećen $u_0 = 2 \cdot c_1 + c_2$

Ekscentrično opterećen $u_0 = c_2 + 3 \cdot d \leq 2 \cdot c_1 + c_2$

Kutni stup Centrično opterećen $u_0 = c_1 + c_2$

Ekscentrično opterećen $u_0 = 3 \cdot d \leq c_1 + c_2$



β - vidjeti stranicu 33

Postupak proračuna

Proračun armature protiv proboja

1 Statički proračun $V_{Ed} = \gamma_G \cdot V_G + \gamma_Q \cdot V_Q$

2 Statička visina ploče $d_y = h - c - \frac{\phi}{2}$ $d_z = d_y - \frac{\phi}{2} - \frac{\phi}{2}$ $d = \frac{d_y + d_z}{2}$

3 Postotak armiranja $\rho_y = \frac{A_y}{A_c}$ $\rho_z = \frac{A_z}{A_c}$ $\rho = \sqrt{\rho_y \cdot \rho_z}$

4 Naprezanje na licu stupa $v_{Ed,0} = \beta \frac{V_{Ed}}{u_0 \cdot d}$

5 Najveća otpornost na posmični proboj (stranica 31) $v_{Rd,max} = 0.4 \cdot v \cdot f_{cd}$

6 Kontrola naprezanja na licu stupa $v_{Ed,0} \leq v_{Rd,max}$

7 Otpornosti na posmični proboj bez armature za proboj (stranica 31) $v_{Rd,c} = C_{Rd,c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}} + k_1 \cdot \sigma_{cp} \geq v_{min} + k_1 \cdot \sigma_{cp}$

8 Najmanja otpornost na posmik (stranica 31) $v_{min} = 0.035 \cdot k^{\frac{3}{2}} \cdot f_{ck}^{\frac{1}{2}}$

9 Kontrola otpornosti na posmični proboj bez armature za proboj (stranica 31) $v_{Rd,c} \geq v_{min}$

Postupak proračuna

Proračun armature protiv proboja

10 Određivanje osnovnog kontrolnog opsega (slike 36 – 39) u_1

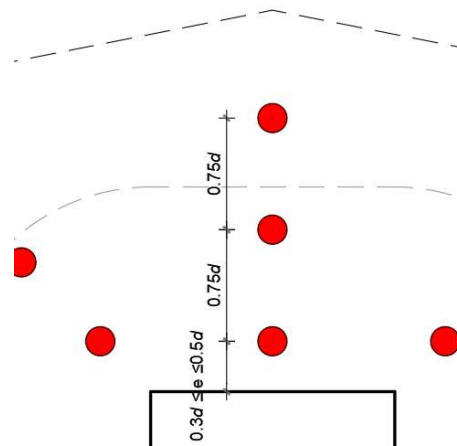
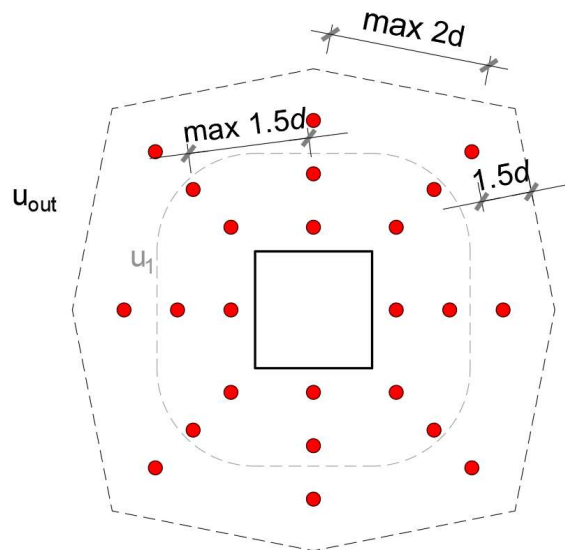
11 Naprezanje na osnovnom kontrolnom opsegu $v_{Ed,1} = \beta \frac{V_{Ed}}{u_1 \cdot d}$

12 Kontrola naprezanja na osnovnom opsegu $v_{Rd,c} \leq v_{Ed} \leq 1.5 \cdot v_{Rd,c}$

13 Određivanje vanjskog opsega iza kojeg nije potrebna armatura protiv proboja $u_{out} = \frac{V_{Ed}}{v_{Rd,c} \cdot d}$

14 Minimalna ploština jedne spone $A_{sw,min} = \frac{0.08 \frac{\sqrt{f_{ck}}}{f_{yk}}}{1.5 \cdot \sin \alpha + \cos \alpha} \cdot (s_r \cdot s_t)$

NAPOMENA: Za stupove s proširenjem ponoviti ovaj postupak za u_2 (stranica 26 i 27)



Betonske konstrukcije 2

$$s_r \leq 0.75 \cdot d$$

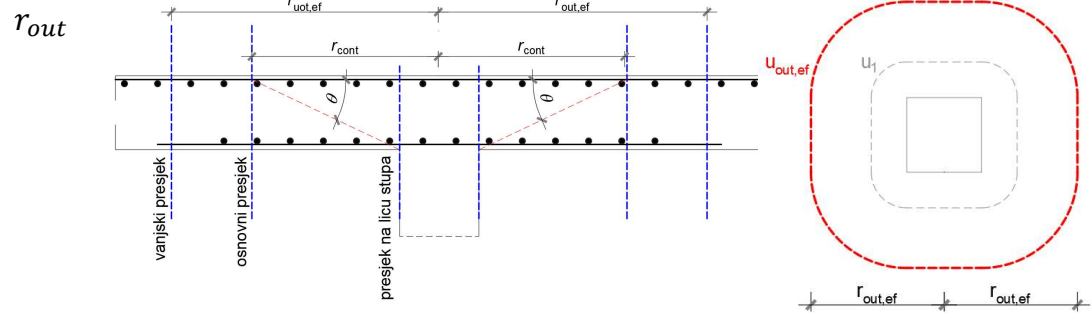
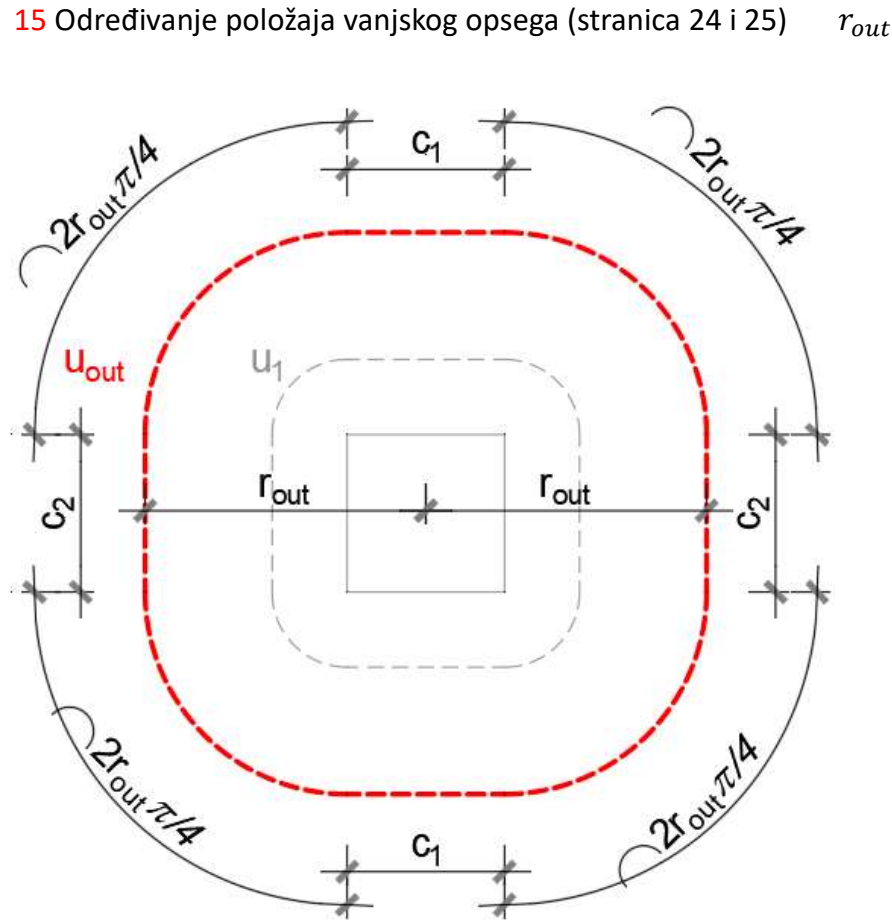
$$s_t \leq 1.5 \cdot d \quad \text{unutar } u_1$$

$$s_t \leq 2 \cdot d \quad \text{izvan } u_1$$

Postupak proračuna

Proračun armature protiv proboja

15 Određivanje položaja vanjskog opsega (stranica 24 i 25)



$$u_{out} = 2 \cdot (c_1 + c_2) + 4 \cdot \frac{2 \cdot r_{out} \cdot \pi}{4} = 2 \cdot (c_1 + c_2) + 2 \cdot r_{out} \cdot \pi$$

$$r_{out} = \frac{2 \cdot (c_1 + c_2)}{2 \cdot \pi}$$

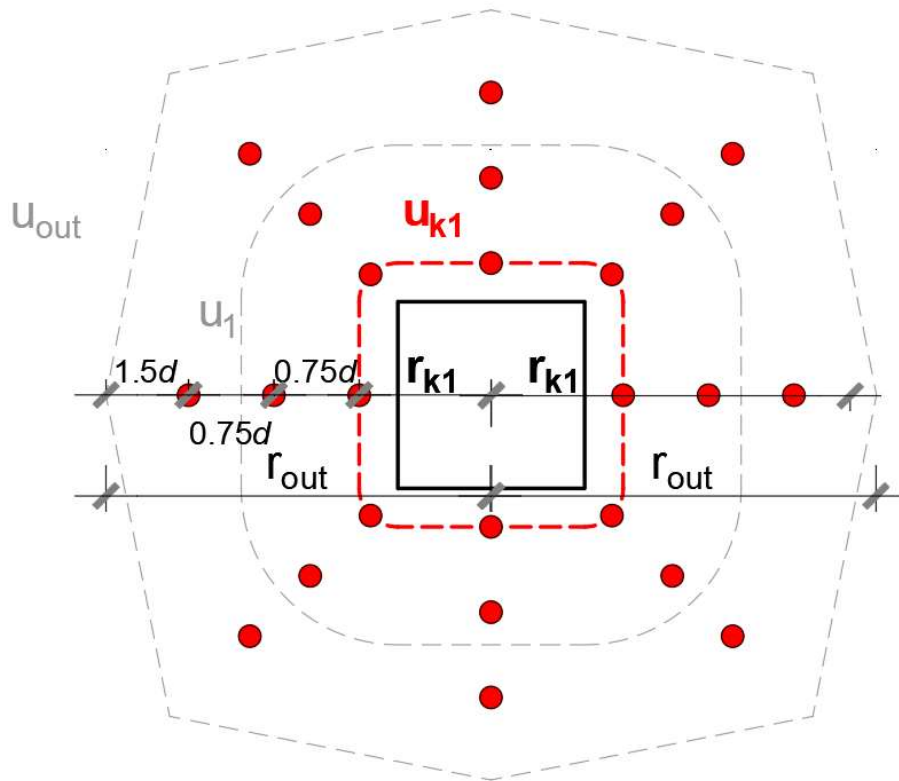
Postupak proračuna

Proračun armature protiv proboja

16 Potreban broj opsega n

$$0.3d \leq r_{k1} \leq 0.5d$$

NAPOMENA: minimalni broj opsega je $n = 2$



r_{k1} - položaj prvog opsega spona

$$r_{k1} + (n - 1) \cdot s_r + 1.5 \cdot d \geq r_{out} = \frac{2 \cdot (c_1 + c_2)}{2 \cdot \pi}$$



$$n \geq \frac{r_{out} - r_{k1} - 1.5 \cdot d}{s_r} + 1$$

Postupak proračuna

Proračun armature protiv proboja

17 Odabir armature

$$A_{sw} \geq \frac{v_{Ed} - 0.75 \cdot v_{Rd,c}}{1.5 \cdot \frac{d}{s_r} \cdot f_{ywd,ef} \cdot \frac{1}{u_1 \cdot d} \cdot \sin \alpha}$$

- potrebna količina armature na osnovnom kontrolnom opsegu (stranica 41)

$$A_{sw,min} = \frac{0.08 \cdot \sqrt{f_{ck}}}{1.5 \cdot \sin \alpha + \cos \alpha} \cdot (s_r \cdot s_t)$$

- minimalna ploština jedne spona (stranica 41), odabire se profil s prvom većom ploštinom $A_{sw,1}$

$$s_{t,max} \leq 1.5 \cdot d \quad s_{r,max} \leq 0.75 \cdot d$$

- maksimalni tangencijalni i radijalni razmaci spona (stranica 47)

$$n_\phi = \frac{A_{sw}}{A_{sw,1}}$$

- minimalni broj spona po opsegu (zaokružiti na sljedeći cijeli broj)

Postupak proračuna

Proračun armature protiv proboja

17 Odabir armature

Prvi opseg:

- odabir položaja prvog opsega (od lica stupa): $0.3d \leq r_{k1} \leq 0.5d$

- duljina prvog opsega (stranica 48): $u_{k1} = 2 \cdot (c_1 + c_2) + 2 \cdot r_{k1} \cdot \pi$

- kontrola tangencijalnog razmaka spona: $s_{t1} = \frac{u_{k1}}{n_\phi} \leq s_{t,max}$

Drugi opseg:

- odabir položaja drugog opsega (od prvog opsega): $s_{r2} \leq 0.75d$; $r_{k2} = r_{k1} + s_{r2}$

- duljina drugog opsega : $u_{k2} = 2 \cdot (c_1 + c_2) + 2 \cdot r_{k2} \cdot \pi$

- kontrola tangencijalnog razmaka spona: $s_{t2} = \frac{u_{k2}}{n_\phi} \leq s_{t,max}$

I tako dalje....

NAPOMENA 1: ovaj primjer vrijedi za srednji pravokutni stup. Za rubni i kutni vidjeti stranice 36 – 39

NAPOMENA 2: broj spona n_ϕ smije biti veći da daljnje opsege

NAPOMENA 3: posljednji opseg mora se staviti na razmaku $0.5 \cdot d$ od vanjskog opsega u_{out}