

GLAVNI ELEMENTI STATIKE

PRIMJERI:

1). U točki A (-1,3,2) m djeluje sila $\vec{F}_1 = 3\vec{i} + \vec{j} - 6\vec{k}(N)$. Odredite moment sile u odnosu na ishodište koordinatnog sustava O,x,y,z.

Vektor položaja hvatišta sile $\vec{F}_1$ jednak je $\vec{r}_1 = -\vec{i} + 3\vec{j} + 2\vec{k}$.

Projekcije traženog momenta na osi koordinatnog sustava O,x,y,z jednake su:

$$M_{1x} = y_1 Z_1 - z_1 Y_1 = -3 \cdot 6 - 2 \cdot 1 = -20 Nm$$

$$M_{1y} = z_1 X_1 - x_1 Z_1 = 2 \cdot 3 - 1 \cdot 6 = 0 Nm$$

$$M_{1z} = x_1 Y_1 - y_1 X_1 = -1 \cdot 1 - 3 \cdot 3 = -10 Nm$$

Veličina momenta i kosinusi smjerova tog vektora jednaki su:

$$M_1 = \sqrt{M_{1x}^2 + M_{1y}^2 + M_{1z}^2} = \sqrt{20^2 + 10^2} = 10\sqrt{5} Nm$$

$$\cos \alpha_{M_1} = \cos \angle (\vec{M}_1, \vec{i}) = \cos \frac{M_{1x}}{M_1} = -\frac{20}{10\sqrt{5}} = -\frac{2\sqrt{5}}{5}$$

$$\cos \beta_{M_1} = \cos \angle (\vec{M}_1, \vec{j}) = \cos \frac{M_{1y}}{M_1} = 0$$

$$\cos \gamma_{M_1} = \cos \angle (\vec{M}_1, \vec{k}) = \cos \frac{M_{1z}}{M_1} = -\frac{10}{10\sqrt{5}} = -\frac{\sqrt{5}}{5}$$

2). Sila $\vec{F}_B = -5\vec{i} + 3\vec{j} + 6\vec{k}(N)$ ima hvatište u točki B (2,4,3)m. Odredite veličinu momenta sile na točku A. (-3,1,5)m. Po definiciji, moment sile $\vec{F}_B$ u odnosu na točku A jednak je:

$$\vec{M}_A = \vec{M}_{AF_B} = \vec{r}_{B/A} \times \vec{F}_B = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x_B - x_A & y_B - y_A & z_B - z_A \\ X_B & Y_B & Z_B \end{vmatrix},$$

a njegove projekcije na osi x,y,z i veličina momenta jednaki su:

$$M_{Ax} = (y_B - y_A)Z_B - (z_B - z_A)Y_B = 3 \cdot 6 + 2 \cdot 3 = 24 Nm$$

$$M_{Ay} = (z_B - z_A)X_B - (x_B - x_A)Z_B = -2(-5) - 5 \cdot 6 = -20 Nm$$

$$M_{Az} = (x_B - x_A)Y_B - (y_B - y_A)X_B = 5 \cdot 3 - 3 \cdot (-5) = 30 Nm$$

Ukupni moment na točku A sada je jednak:

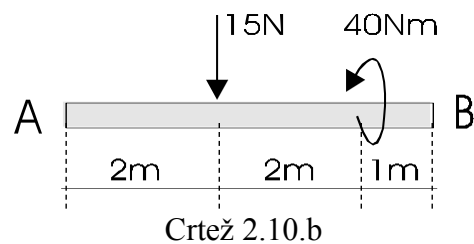
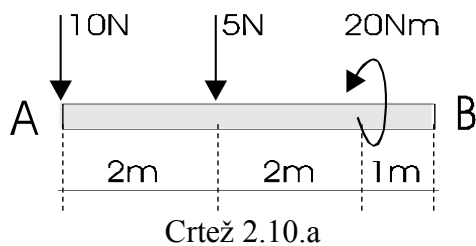
$$M_A = \sqrt{M_{Ax}^2 + M_{Ay}^2 + M_{Az}^2} = \sqrt{24^2 + 20^2 + 30^2} = 44,46 Nm.$$

3). Na krutu ploču kvadratna oblika, sa stranicom $a=5\text{cm}$, djeluju dva sprega ($F_1, -F_1; F_2, -F_2$). Izračunajte vrijednost x ako su sile $F_1=2\text{kN}$ i $F_2=0,625\text{kN}$, uz uvjet da su spregovi jednaki po veličini.

$$\begin{aligned}
 l_1 &= a\sqrt{2} \quad , \quad l_2 = 2x + l_1 \\
 M_1 &= M_2 \\
 F_1 \cdot l_1 &= F_2 \cdot l_2 \\
 F_1 \cdot a\sqrt{2} &= F_2(2x + a\sqrt{2}) \\
 2 \cdot 5 \cdot 1,41 &= 0,625(2x + 5\sqrt{2}) \\
 x &= \frac{9,67}{1,25} = 7,73\text{cm}
 \end{aligned}$$

EKVIVALENTNOST

Greda AB zanemarive mase, opterećena je s dva sustava opterećenja u ravni, prikazanim na crtežima 2.10.a i 2.10.b. Provjerite jesu li ova dva sustava opterećenja ekvivalentna.



RJEŠENJE:

$$\begin{aligned}
 \sum F_A &= -10 - 5 = -15\text{N}, \\
 \sum M_A &= -5 \cdot 2 + 20 = 10\text{Nm}, \\
 \sum F_B &= -10 - 5 = -15\text{N}, \\
 \sum M_B &= 10 \cdot 5 + 5 \cdot 3 + 20 = 85\text{Nm}.
 \end{aligned}$$

RJEŠENJE:

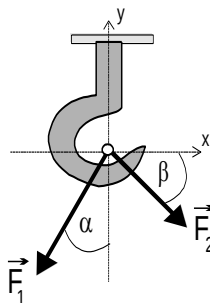
$$\begin{aligned}
 \sum F_A &= -15 = -15\text{N}, \\
 \sum M_A &= -15 \cdot 2 + 40 = 10\text{Nm}, \\
 \sum F_B &= -15 = -15\text{N}, \\
 \sum M_B &= 15 \cdot 3 + 40 = 85\text{Nm}.
 \end{aligned}$$

ZAKLJUČAK:

Djelovanje prvog i drugog sustava opterećenja analizirano je redukcijom sila i momenta na točke A i B te je ono jednako u oba slučaja. Kako je uvjet da su dva sustava opterećenja ekvivalentna, da im je djelovanje na svaku točku jednako, može se zaključiti da su ova dva sustava opterećenja ekvivalentna.

REZULTANTA

- 1). Odredite rezultantu konkurentnog sustava sila koji djeluje na kuku kako pokazuje crtež 2.17., ako je: $F_1=3,6\text{N}$; $F_2=2,0\text{N}$; $\alpha=30^\circ$; $\beta=45^\circ$.



Crtež 2.17.

RJEŠENJE:

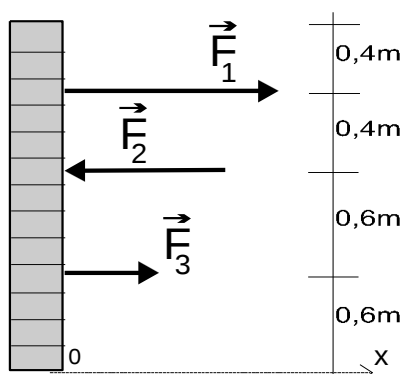
$$\vec{R} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i = R_x \cdot \vec{i} + R_y \cdot \vec{j},$$

$$R_x = F_{1x} + F_{2x} = -3,6 \cdot \sin 30^\circ + 2,0 \cdot \cos 45^\circ = -0,39\text{N},$$

$$R_y = F_{1y} + F_{2y} = -3,6 \cdot \cos 30^\circ - 2,0 \cdot \sin 45^\circ = -4,53\text{N},$$

$$\vec{R} = -0,39\vec{i} - 4,53\vec{j} [\text{N}], \quad R = \sqrt{0,39^2 + 4,53^2} = 4,55\text{N}.$$

- 2). Odredite rezultantu komplanarnog sustava paralelnih sila koje djeluju na zid kako pokazuje crtež 2.18., kao i njezin položaj, ako je: $F_1=30\text{N}$; $F_2=20\text{N}$; $F_3=16\text{N}$.



Crtež 2.18.

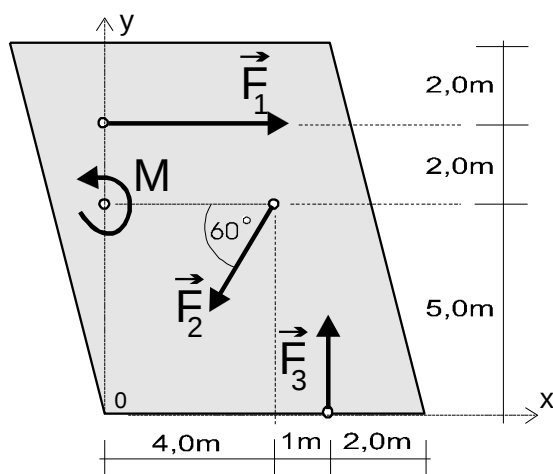
RJEŠENJE:

$$R = \sum_{i=1}^n F_i = R_x = F_1 - F_2 + F_3 = 30 - 20 + 16 = 26\text{N},$$

$$M_0 = -30 \cdot 1,6 + 20 \cdot 1,2 - 16 \cdot 0,6 = -33,6\text{Nm}$$

$$y_R = \frac{\sum_{i=1}^n (F_i \cdot y_i)}{R} = \frac{(M_0)}{R} = -\frac{33,6}{26} = -1,29\text{m}.$$

3). Odredite rezultantu komplanarnog sustava sila i momenata koji djeluju na ploču te njezin položaj, crtež 2.19., ako je: $F_1=33\text{kN}$; $F_2=25\text{kN}$; $F_3=17\text{kN}$, $M=56\text{kNm}$.



Crtež 2.19.

RJEŠENJE:

$$\vec{R} = R_x \vec{i} + R_y \vec{j},$$

$$R_x = 33 - 25 \cdot \cos 60^\circ = 20,50 \text{ kN},$$

$$R_y = -25 \cdot \sin 60^\circ + 17 = -4,65 \text{ kN},$$

$$\vec{R} = 20,50 \vec{i} - 4,65 \vec{j} \text{ [kN]}$$

$$M_0 = -33 \cdot 7 + 25 \cdot \cos 60^\circ \cdot 5 - 25 \cdot \sin 60^\circ \cdot 4 + 17 \cdot 5 + 56 = -114,10 \text{ kNm}$$

$$y_R = \frac{R_y}{R_x} \cdot x - \frac{(M_0)}{R_x} = \frac{-4,65}{20,5} \cdot x - \frac{-114,10}{20,50},$$

$$y_R = -0,23x + 5,57.$$