

GEOMETRIJA U ARHITEKTURI

PROJEKCIJE GEOMETRIJSKIH TIJELA

Kad naučimo projicirati geometrijske likove, onda možemo prijeći na projiciranje geometrijskih tijela.

U ovom članku ćemo proučiti kako se projiciraju uspravni stožac, uspravna pravilna četverostrana piramida i uspravni valjak. Baze tijela su uzete u općoj ravnini. To je ravnina koja je ukoso stavljena prema ravninama projekcije. Ako ovo dobro proučite, uz malo razmišljanja ćete moći riješiti i ostala tijela sa bazom u bilo kojoj ravnini.

Projiciranje geometrijskog tijela se razlikuje od projiciranja geometrijskog lik utoliko što se još pojavljuju ovi koraci:

1. Određivanje visine tijela

Visinu tijela općenito određujemo tako što povučemo okomicu o na ravninu baze. Za Visina stošca se nalazi na osi o stošca, tj. prolazi vrhom V i točkom S (središte kružnice -baze stošca). Os o okomita je na sve pravce u ravnini, pa tako i na priklonicu točke S , crtamo u tlocrtu i nacrtu točkom S ovako:

$$\begin{aligned} S' &\in o' \perp p' \\ S'' &\in o'' \perp p'' \end{aligned}$$

U prostoru su pravci p, o okomiti i razapinju jednu ravninu. Ako tu ravninu prevalimo, prevaljujemo i pravce p, o , a u prevaljenom položaju ćemo sačuvati pravi kut. Crtamo u točki S_0 pravac $o_0 \perp p_0$. Prevaljene pravce crtate ispredanom linijom. Na pravcu o_0 nalazimo točku V_0 takvu da je $|V_0 S_0| = v_0$ zadanoj visini tijela v .

2. Određivanje konturnih izvodnica

Konturne izvodnice stošca crtamo kao tangente na elipsu.

- Približna konstrukcija:** izvodnice su tangente hiperoskulacijskih kružnica (kružnica zakrivljenosti u tjemenu velike osi elipse);
- Točna konstrukcija:** konstriramo tangente iz vrha V na kružnicu nad malom osi elipse $[CD]$, pa ih afinošću, npr. $(r_1, S', (S))$ preslikamo u tangente elipse.

3. Vidljivost

Tijelo postavimo između promatrača i ravnina projekcije

- Vidljivost u tlocrtu** gledamo iz nacrtu, vidimo točke bliže oku promatrača, ne vidimo točke bliže $x - osi$.
- Vidljivost u nacrtu** gleda se iz tlocrta, vidimo točke bliže oku promatrača, a ne vidimo one bliže $x - osi$.
- Vidljivost u bokocrtu**, gledamo iz nacrtu, ne vidimo točke i bridove bliže $z - osi$.

Konturne bridove crtamo debljom linijom, nevidljive bridove isprekidanom linijom. Nadalje, ako su **tragovi ravnine konvergentni** tijelo i u tlocrtu i nacrtu vidimo sa iste strane, a sa suprotne ako su **tragovi divergentni**.

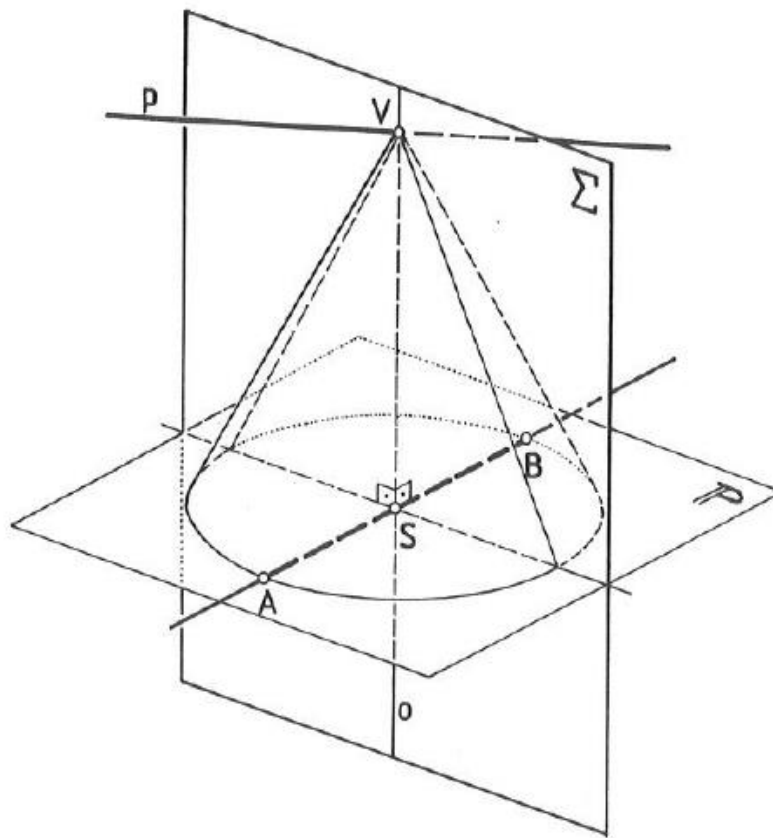
U sljedećem primjeru ravnina u kojoj je baza stošca je divergentna.

Napomena. Priklonica točke S i okomica $o \perp P$ razapinju ravninu okomitu na P i na npr. prvi trag ravnine.

1. STOŽAC

Zadana dužina \overline{AB} [$A(4,7,2), B(11,4,6)$] je promjer osnovice, a vrh stošca je na pravcu $p \parallel x_2$ paralelnom s koordinatnom osi x koji prolazi točkom $P \in p, P(12,2.5,12)$
Konstruirajte projekcije stošca!

Skica



Konstrukcija

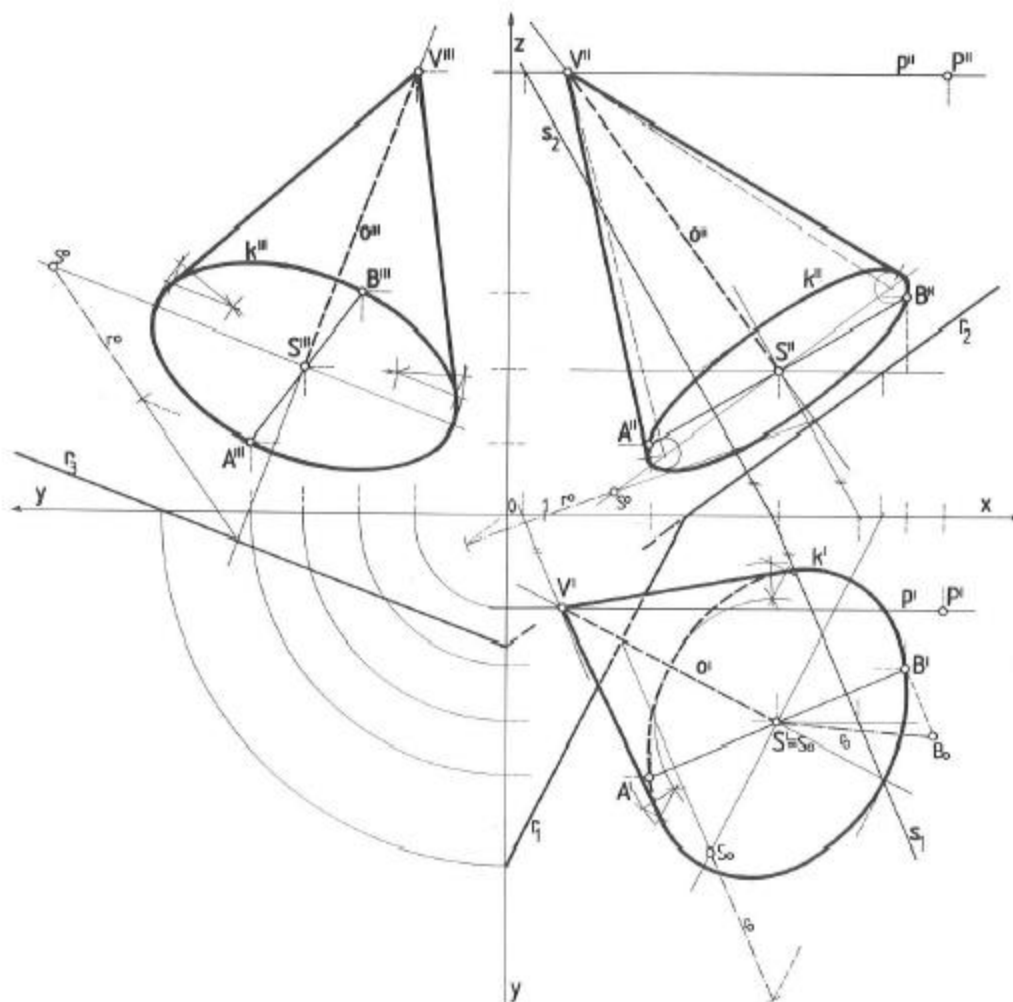
0. Nacrtati A, B, p
1. Točkom S - polovištem promjera \overline{AB} položiti simetralna ravnina $\Sigma \perp AB$, $S \in \Sigma$ pomoću sutražnice 2. skupine $s'' \parallel r_2$; crtamo:
 $s' \parallel x_2$, $s'' \perp A''B''$
 \Rightarrow tragovi simetralne ravnine okomiti na (odgovarajuće*) projekcije promjera AB
2. vrh stošca $V = p \cap \Sigma$, os stošca $o \equiv SV$
3. Točkom S povući sutražnicu 1. skupine i odrediti tragove ravnine baze $P(r_1, r_2)$ okomito na projekcije os $o, S \in o$

4. Prava veličina polumjera baze prevajivanjem BS u π_1
5. Elipse: velika os na sutražnici, mala os na priklonici
6. Konturne izvodnice stošca su tangente iz vrha na elipsu. U nacrtu – približna konstrukcija-tangente na hiperoskulacijske kružnice; u tlocrtu i bokocrtu točna konstrukcija - afinost.
7. Vidljivost u tlocrtu i nacrtu s različitih strana, a u nacrtu i bokocrtu s iste strane tijela.
Vrh je V nalazi se iznad ravnine P , stoga se baza ovog tijela u tlocrtu ne vidi nego je zaklonjena plaštom, a u nacrtu i bokocrtu baza se vidi.

*tlocrt okomit na prvi trag, nacrt okomit na drugi trag. To je posljedica činjenice o okomitosti

pravca i ravnina:

$$AB \perp r \Rightarrow A'B' \perp r_1, A''B'' \perp r_2$$



Evo sada primjera zadatka koji se može riješiti na više načina.

2. KVADRATSKA USPRAVNA PIRAMIDA

Konstruirati projekcije piramide kojoj je zadana $\Sigma(s_1, s_2)$ ravnina dijagonalnog osnovog presjeka i pravac $p \equiv QP_2$ na kome leži pobočni brid duljine $|d|$.

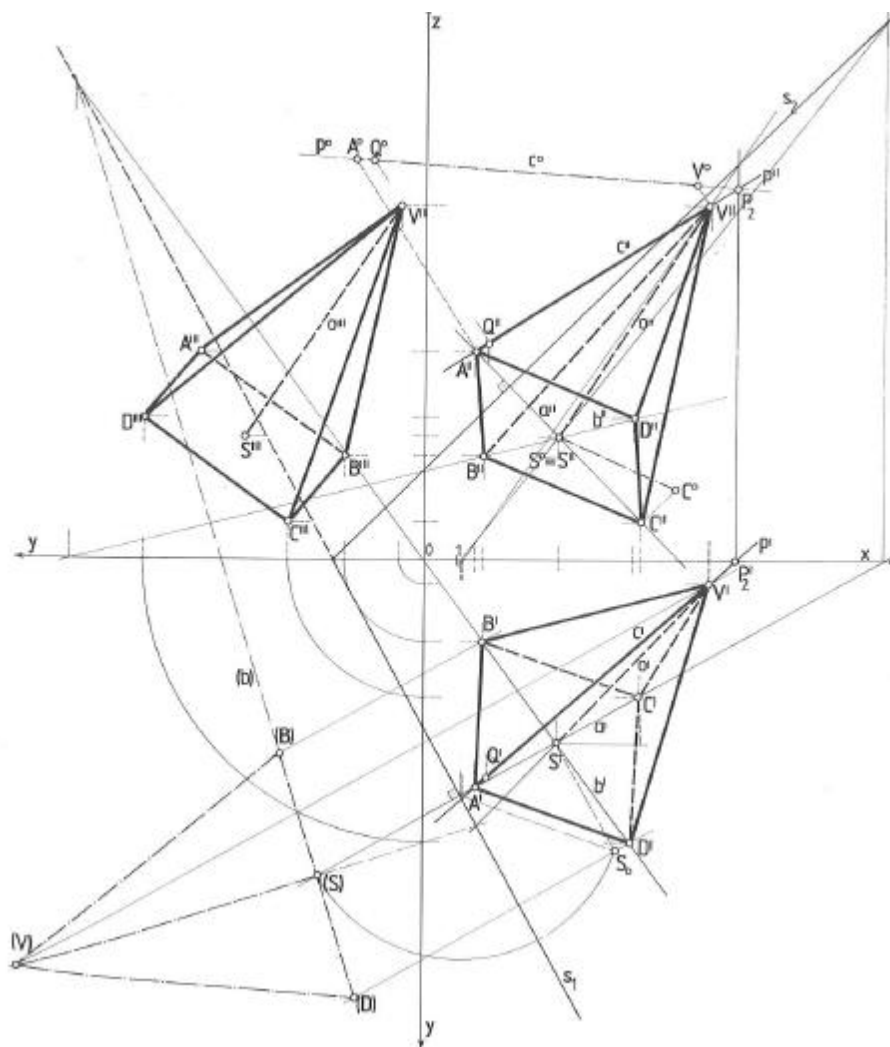
Ovdje koristimo:

Ravnina osnovog presjeka uspravne kvadratne piramide je svaka ravnina koja sadrži njenu os.

Ravnina dijagonalnog presjeka je ravnina osnovog presjeka koja prolazi kroz dijagonalu osnovice piramide. Dvije su takve i međusobno su okomite.

1. Položiti projicirajuću ravninu pravcem p , te konstruirati vrh V kao probodište pravca i ravnine Σ
2. Prevaliti pravac p u ravninu Π_2 i odrediti vrh baze A
 $|A_0V_0| = c$
3. Odredimo pravac $a \perp \Sigma$, $A \in a$
4. Odredimo središte $S = a \cap \Sigma$
5. Vrh $C \in a$, $|AS| = |CS|$
6. $\Delta BDV \in \Sigma$, $\Delta BDV \cong \Delta ACV$,
 -rotacijom oko prvog traga konstruirati se dijagonalni presjek u pravoj veličini
 -pomoću perspektivne afinosti dobije se tlocrt
 -pomoću ukriženih pravaca a i b nacrt

Konstrukcija prema C)



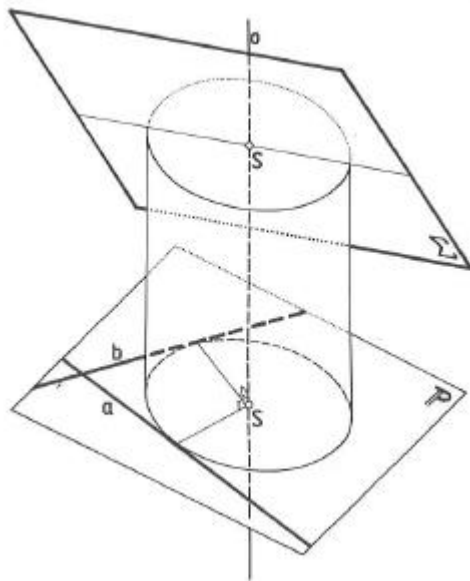
Vidljivost

U tlocrtu se ne vide bridovi iz vrha C , u nacrtu se ne vidi brid BV , a u bokocrtu brid AB .

4. ROTACIJSKI VALJAK (USPRAVNI KRUŽNI)

Zadana su dva pravca a, b tangente jedne osnovice valjka, te polumjer osnovice r , a središte druge osnovice leži u ravnini isimetrije. Konstruirati projekcije.

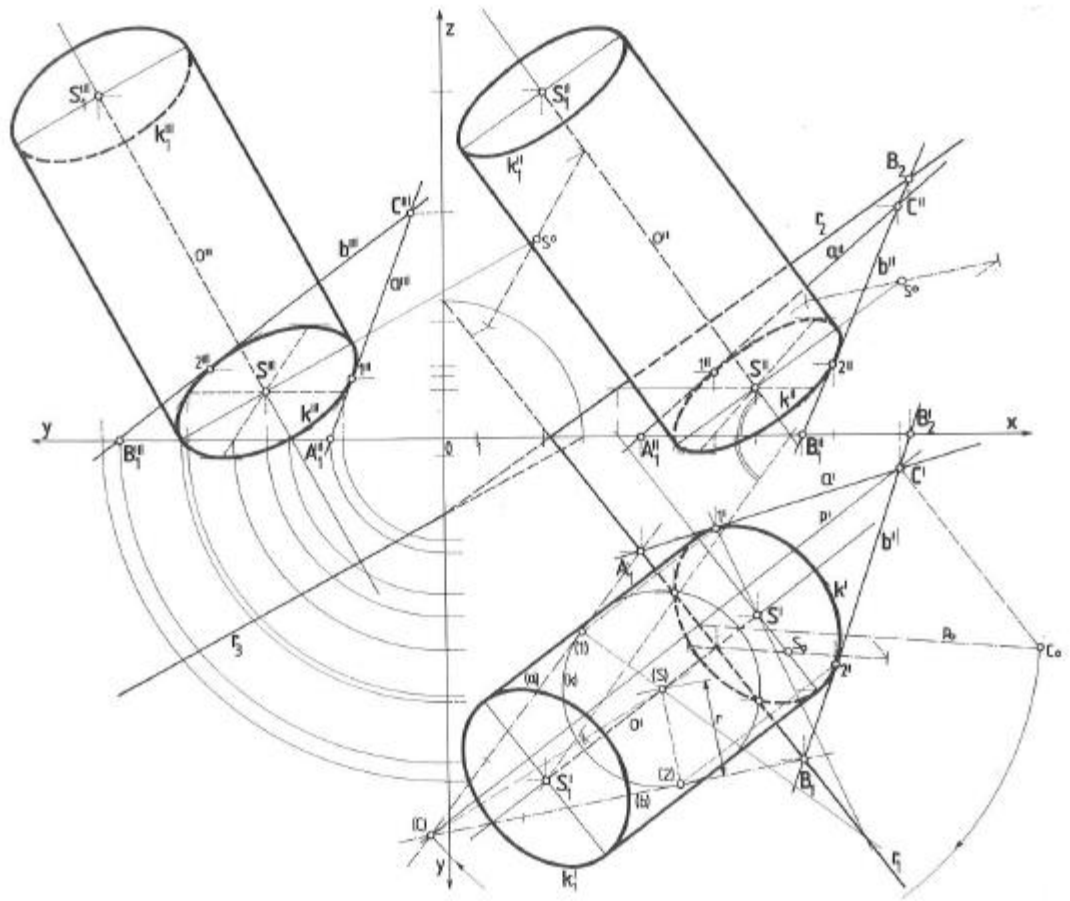
Skica



Konstrukcija

1. Konstruirati tragove ravnine P dane ukriženim pravcima a, b
2. Rotirati pravce a, b i konstruirati kružnicu $(k)((S), r)$ na simetrali kuta tangenti i $r = 3$
3. Pomoću afinosti $(r_1, C', (C))$, gdje je $C = a \cap b$ odredi se tlocrt S' , a pomoću sutražnice njegov nacrt, a zatim osi elipse na poznati način
4. Os valjka je okomica iz točke (S) na ravninu P , a središte S_1 , jer je u ravnini simetrije ima tlocrt i nacrt jednako udaljen od $x - osi$.
Kružnice $k(S, r)$ i $k_1(S_1, r)$ su sukladne i paralelne, pa su takve i projekcije. Konturne izvodnice paralelne s osi valjka i to tangente na elipse u tjemenuima velike osi
5. Vide se baza k_1 u tlocrtu i nacrtu, a u bokocrtu je zaklonjena plaštom

Zadatak ima 4 rješenja, 4 kružnice su moguće baze



Crteži preuzeti iz knjige: Babić, I., Gorjanc, S., Slijepčević, A., Szivovics, V., „Konstruktivna geometrija“; HDKGIKG, Zagreb, 2002.

Voditelj predmeta: mr.sc. Ivanka Stipančić-Klaić, dipl.ing.mat.

