

# *Rad i energija*

**FIZIKA (RAZ)  
3. studenog 2021.**

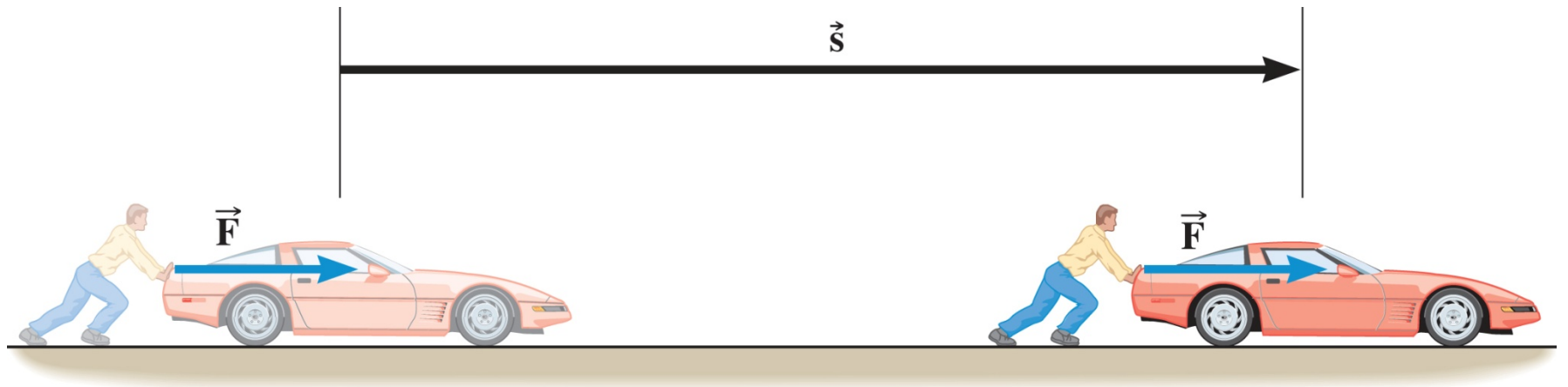


**Cutnell & Johnson PHYSICS 9<sup>e</sup>**

**WILEY**

Copyright © 2015 John Wiley & Sons, Inc. All rights reserved.

## 6.1 Rad koji obavlja stalna sila



$$W = Fs$$

ako je sila u smjeru pomaka

$$\text{N} \cdot \text{m} = \text{J} \quad \text{d\u017eul}$$

**WILEY**

Copyright © 2015 John Wiley & Sons, Inc. All rights reserved.

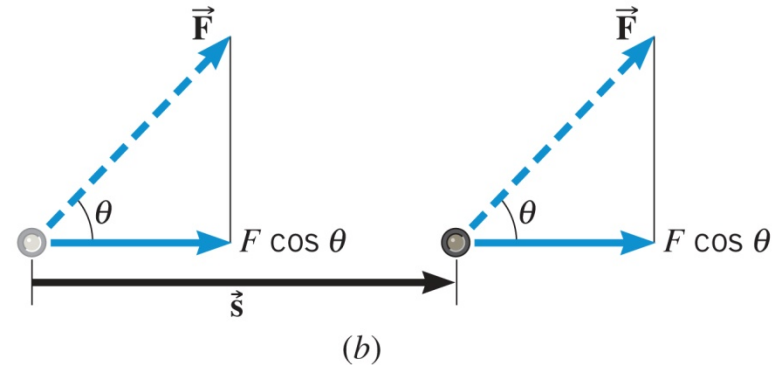
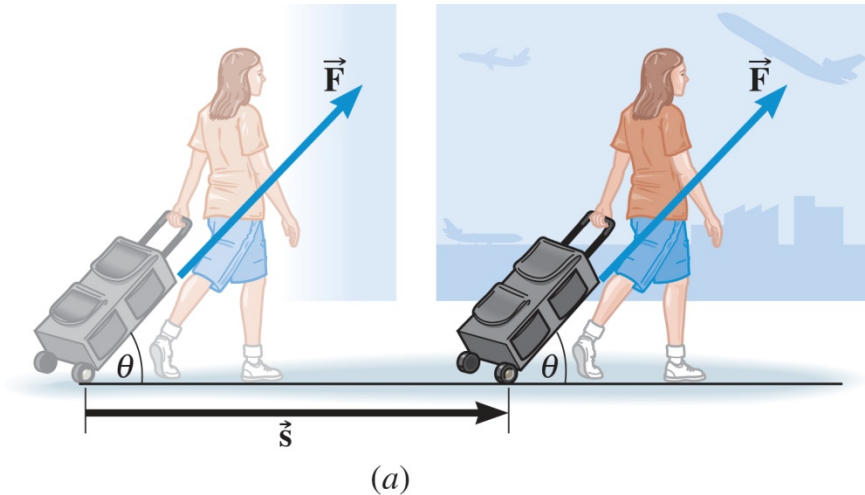
## 6.1 Rad koji obavlja stalna sila

**Table 6.1** Mjerne jedinice za rad

| sustav         | sila                  | × | udaljenost                 | = | rad                           |
|----------------|-----------------------|---|----------------------------|---|-------------------------------|
| SI             | njutn (N)             |   | metar (m)                  |   | džul (J)                      |
| <del>CGS</del> | <del>dyne (dyn)</del> |   | <del>centimeter (cm)</del> |   | <del>erg</del>                |
| <del>BE</del>  | <del>pound (lb)</del> |   | <del>foot (ft)</del>       |   | <del>foot·pound (ft·lb)</del> |

## 6.1 Rad koji obavlja stalna sila

ako sila **NIJE** u smjeru pomaka



$$W = F s \cos \theta$$

$$\cos 0^\circ = 1$$

$$\cos 90^\circ = 0$$

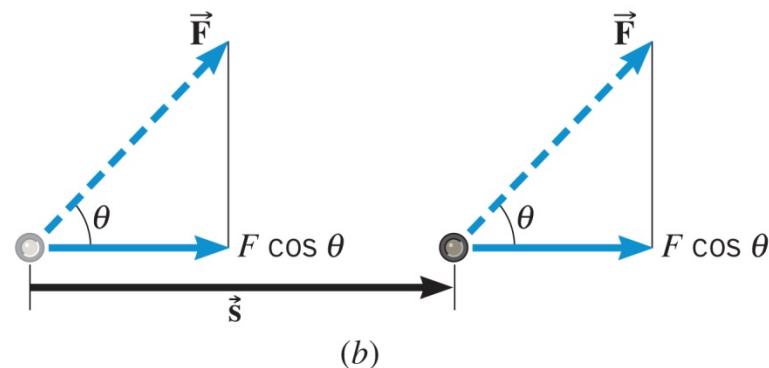
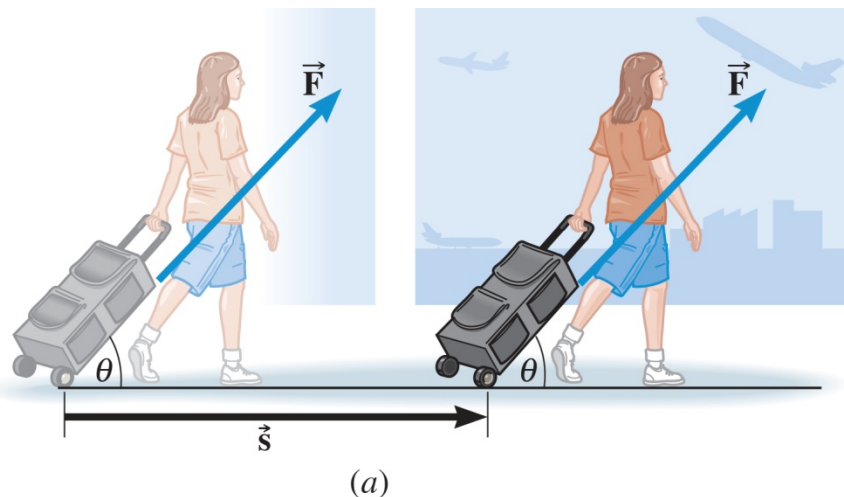
$$\cos 180^\circ = -1$$

$$W = \vec{F} \cdot \vec{s}$$

skalarni umnožak vektora

**WILEY**

## 6.1 Rad koji obavlja stalna sila



### Primjer 1 Vučenje kovčega s kotačima

Koliki je obavljeni rad ako na kovčeg djeluje sila od 45,0 N, pod kutom od 50,0 stupnjeva, tako da je pomak 75,0 m.

$$W = Fs \cos \theta$$

$$W = 45 \text{ N} \cdot 75,0 \text{ m} \cos 50^\circ = 2170 \text{ J}$$

WILEY

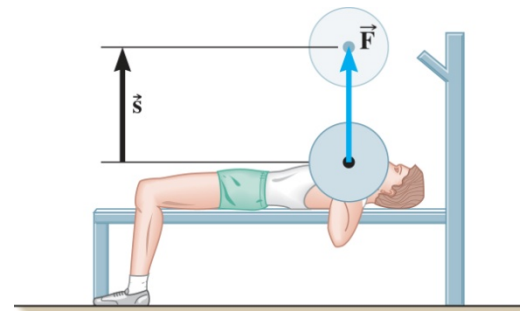
## 6.1 Rad koji obavlja stalna sila



© Dan Galic/Alamy Images

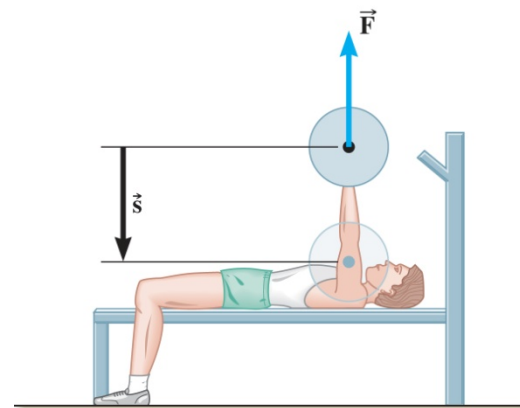
(a)

$$W = Fs \cos 0^\circ = Fs$$



(b)

$$W = Fs \cos 180^\circ = -Fs$$



(c)

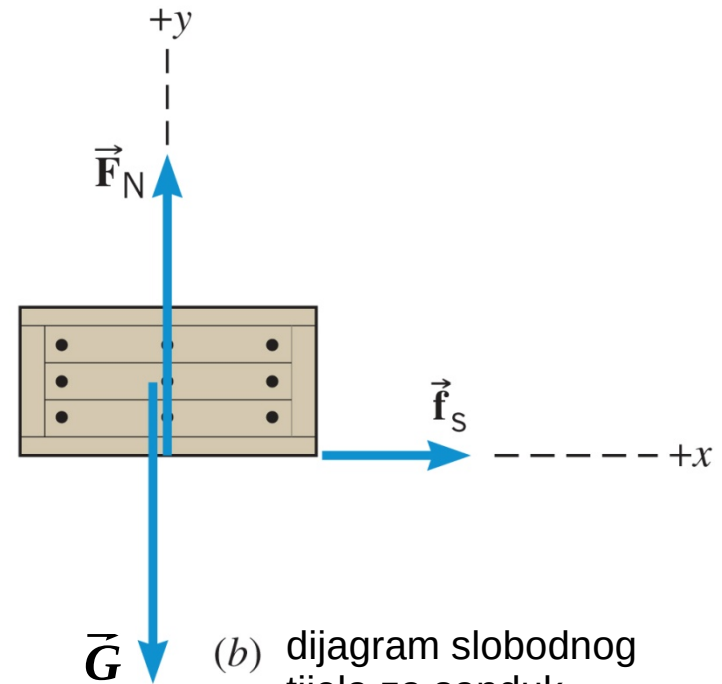
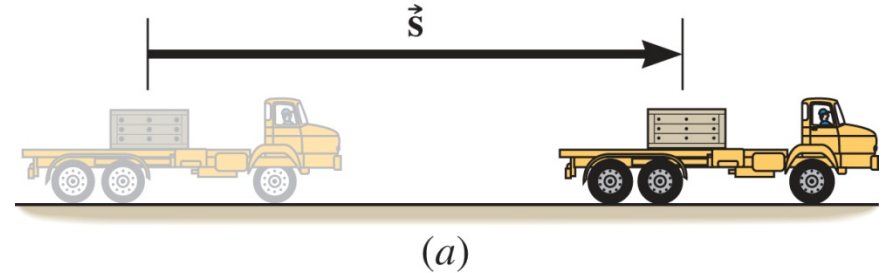
**WILEY**

## 6.1 Rad koji obavlja stalna sila

### Primjer 3 Ubrzavanje sanduka

Kamion ubrzava akceleracijom od  $+1.50 \text{ m/s}^2$ . Sanduk ima masu  $120 \text{ kg}$  i ne kliže. Pomak je  $65 \text{ m}$ .

Koji su rad obavile sile koje djeluju na sanduk?



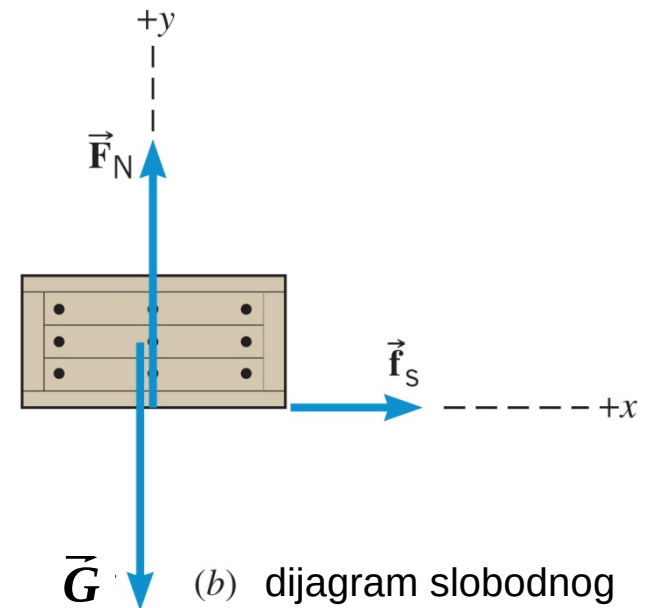
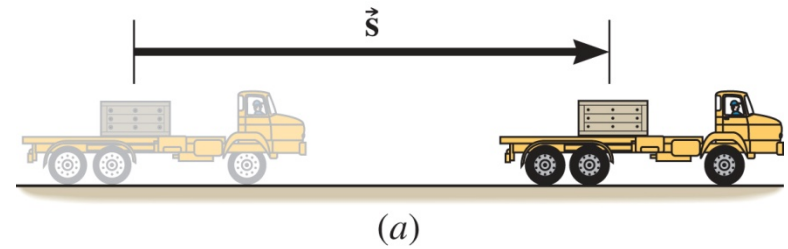
## 6.1 Rad koji obavlja stalna sila

Kut između pomaka i normalne sile iznosi 90 stupnjeva.

Kut između pomaka i težine iznosi 90 stupnjeva.

$$W = F_N s \cos 90^0 = 0$$

$$W = G s \cos 90^0 = 0$$

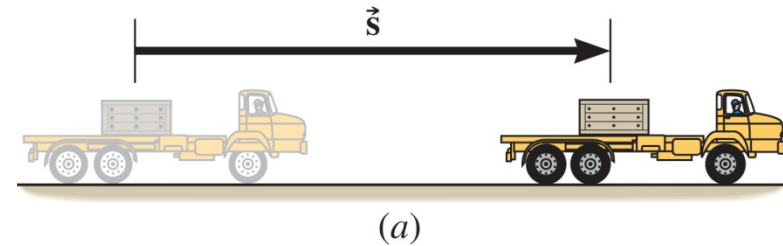


(b) dijagram slobodnog tijela za sanduk



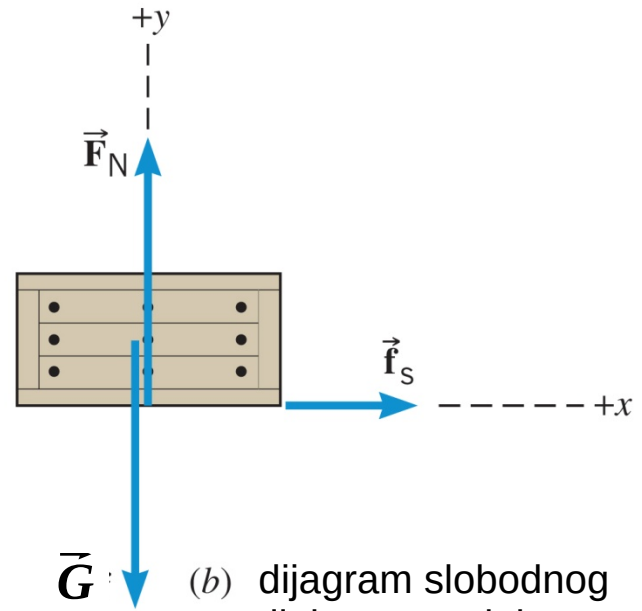
## 6.1 Rad koji obavlja stalna sila

Kut između pomaka i sile trenja iznosi 0 stupnjeva.



$$f_s = ma = 120 \text{ kg} \cdot 1,5 \text{ m/s}^2 = 180 \text{ N}$$

$$W = 180 \text{ N} \cdot 65 \text{ m} \cos 0^\circ = 1,2 \cdot 10^4 \text{ J}$$

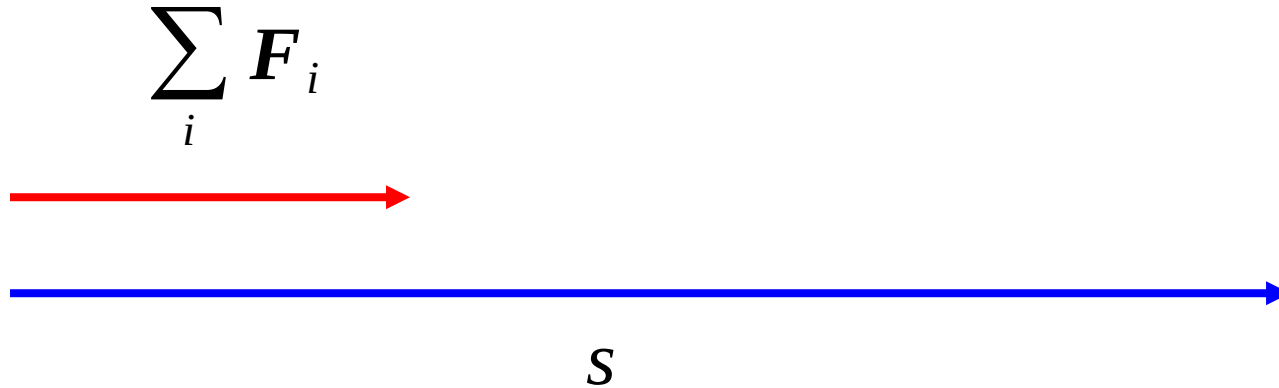


**WILEY**

## 6.2 Teorem rada i energije & kinetička energija

Na tijelo djeluje stalna rezultantna sila.

Pomak tijela, u smjeru sile, je  $s$ .



Rad je naprosto

$$W = \left( \sum_i F_i \right) s = (ma) s$$

## 6.2 Teorem rada i energije & kinetička energija

$$W = m(as) = m \frac{v^2 - v_0^2}{2} = \frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2}$$

$v = v_0^2 + 2as$

$as = \frac{v - v_0^2}{2}$

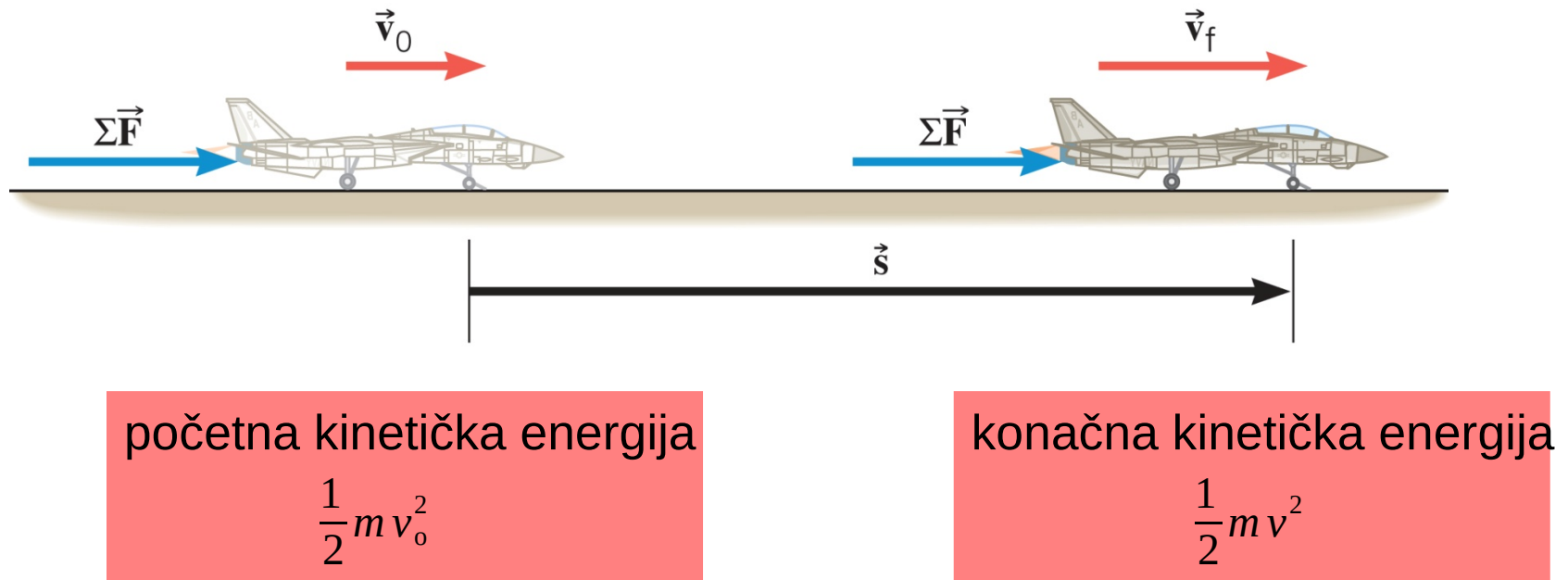
### DEFINICIJA KINETIČKE ENERGIJE

Kinetička energija tijela mase  $m$  i brzine  $v$  je

$$E_k = \frac{mv^2}{2}$$

WILEY

## 6.2 Teorem rada i energije & kinetička energija



### TEOREM RADA I ENERGIJE

Kad vanjska rezultantna sila djeluje na tijelo te obavlja rad onda iznos tog rada odgovara promjeni kinetičke energije:

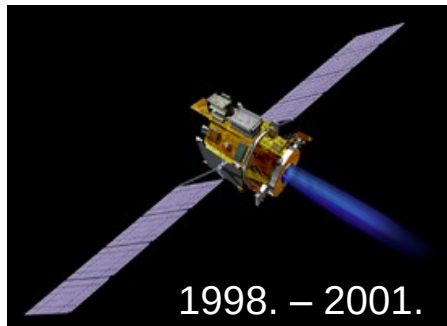
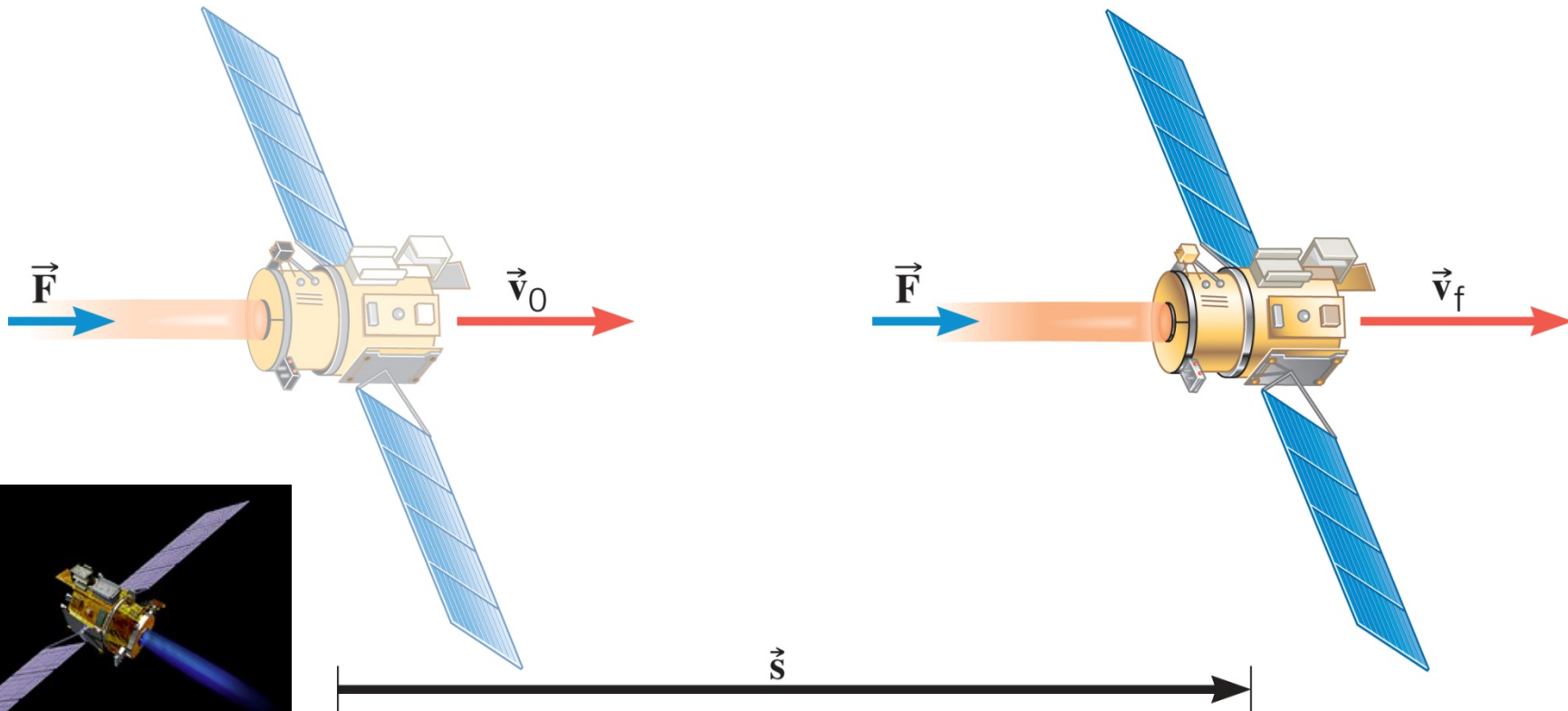
$$W = E_{\text{konačno}} - E_{\text{početno}} = \frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2}$$

WILEY

## 6.2 Teorem rada i energije & kinetička energija

### Primjer 4 Deep Space 1

Masa svemirske letjelice je 474 kg, a njezina početna brzina 275 m/s. Kolika je njezina konačna brzina ako sila od 56,0 mN djeluje na putu od  $2,42 \cdot 10^9$  m?



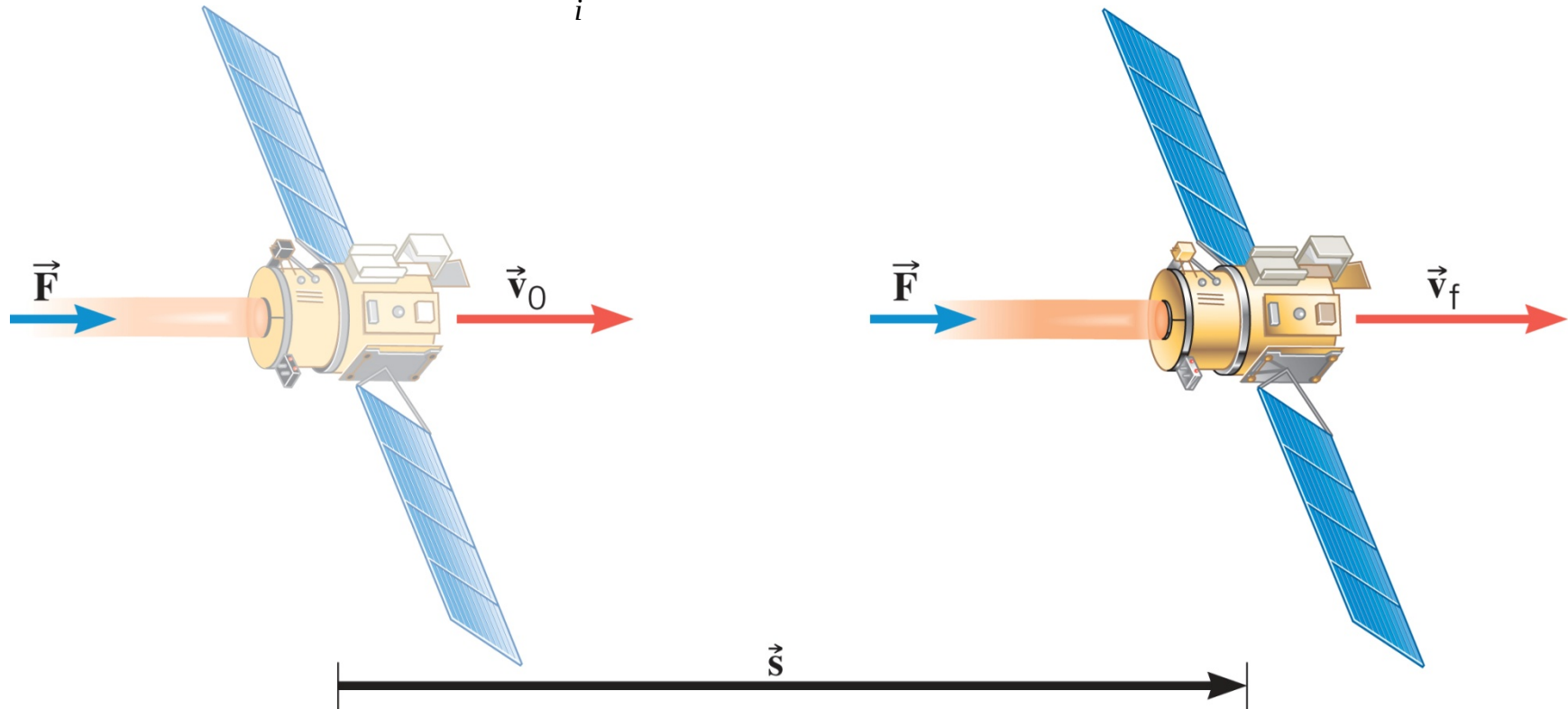
WILEY

# 6.2 Teorem rada i energije & kinetička energija

$$W = \frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2}$$



$$W = (\sum_i F_i) s \cos \theta$$



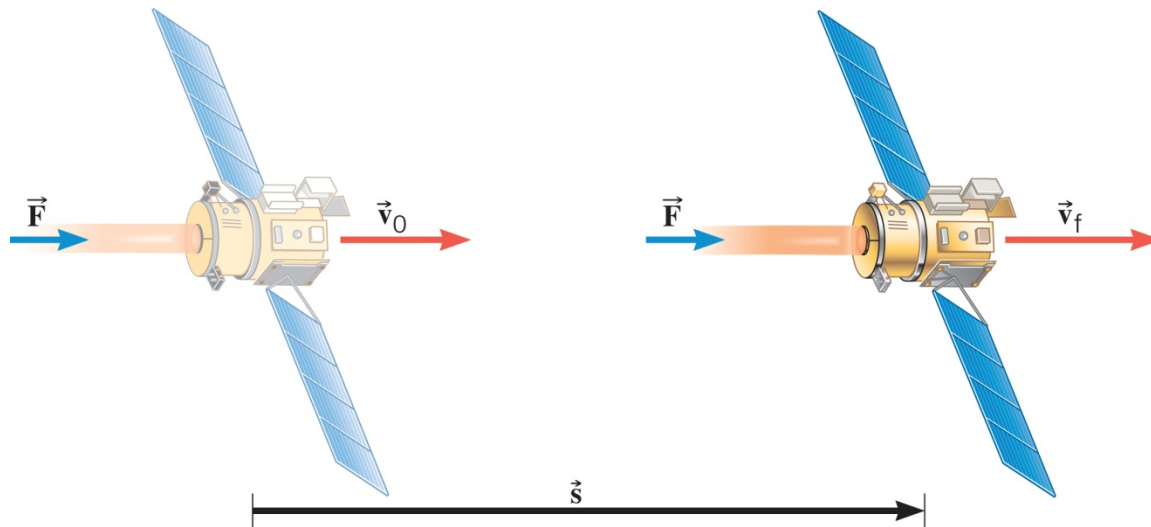
WILEY

## 6.2 Teorem rada i energije & kinetička energija

$$\left(\sum_i \mathbf{F}_i\right) s \cos \theta = \frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2}$$

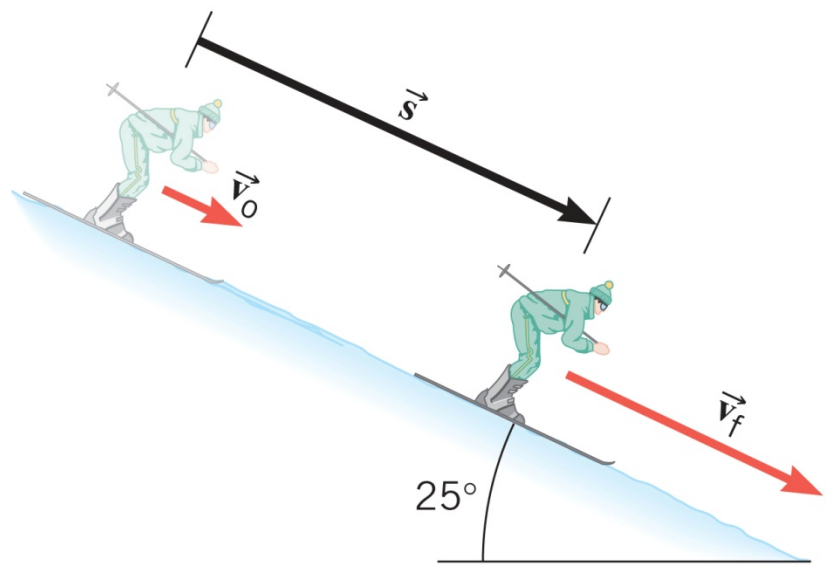
$$56,0 \cdot 10^{-3} \text{ N} \cdot 2,42 \cdot 10^9 \text{ m} \cos 0^\circ = \frac{474 \text{ kg} \cdot v^2}{2} - \frac{474 \text{ kg} \cdot (275 \text{ m/s})^2}{2}$$

$$v = 805 \text{ m/s}$$

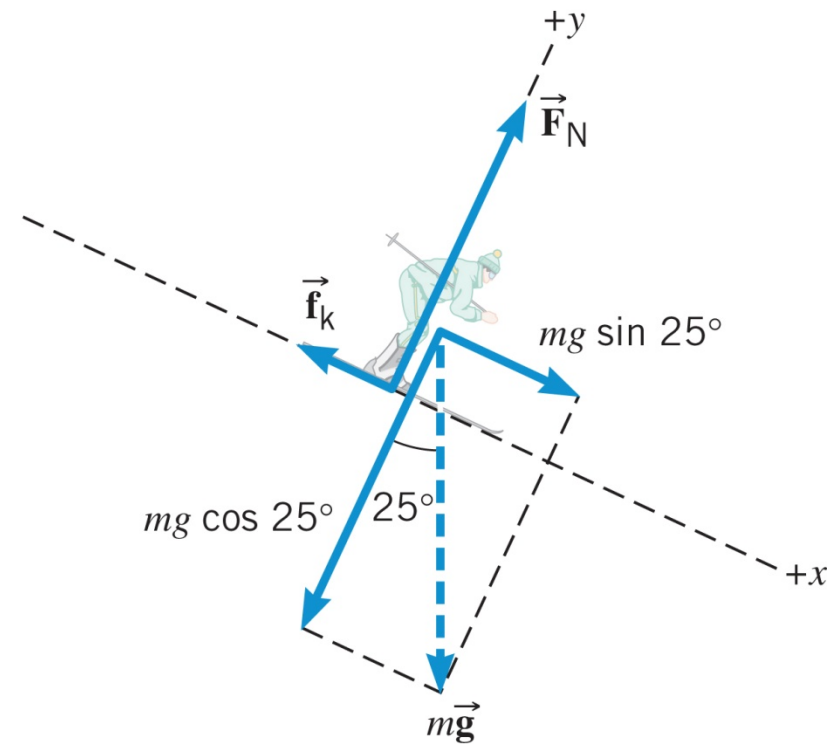


WILEY

# 6.2 Teorem rada i energije & kinetička energija



(a)



(b) dijagram slobodnog tijela za skijaša

U ovom je slučaju rezultantna sila

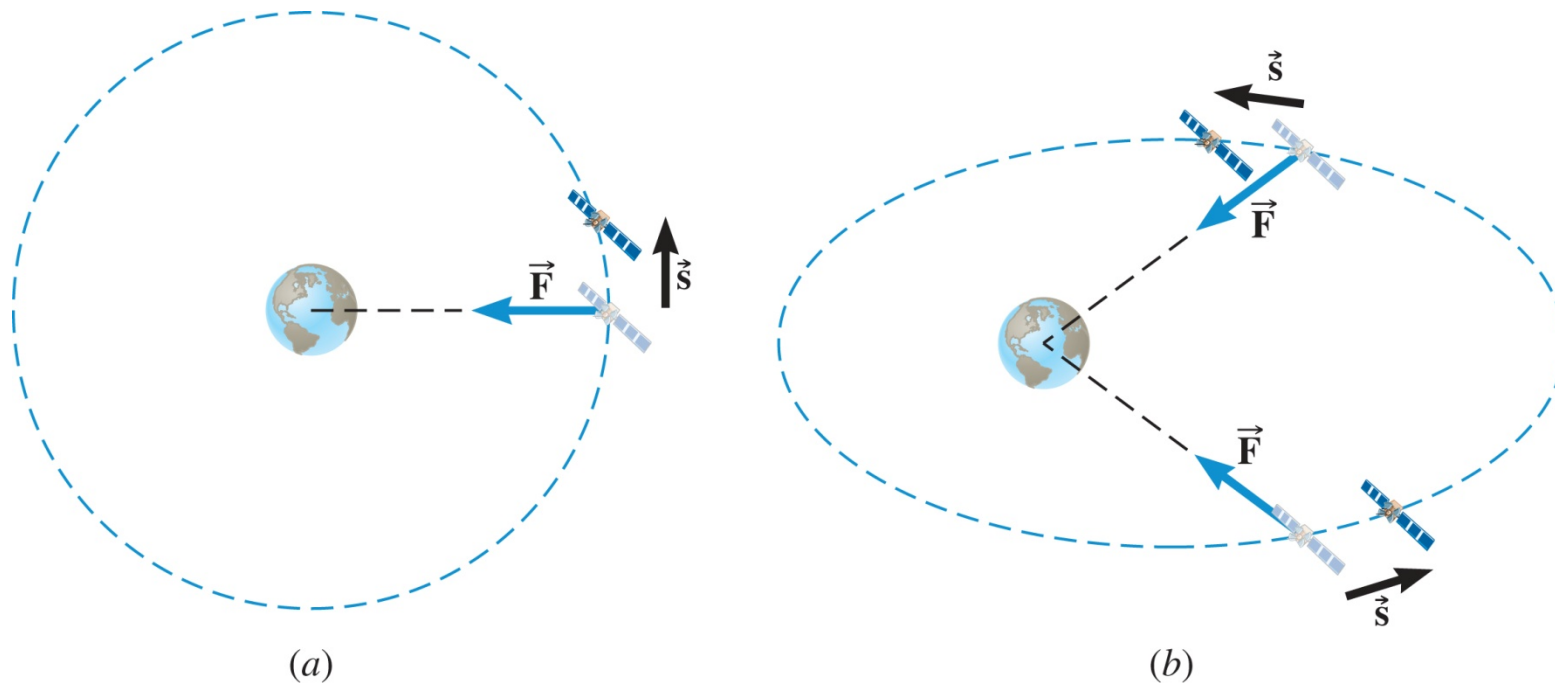
$$\sum_i F_i = mg \sin 25^\circ - f_k$$



## 6.2 Teorem rada i energije & kinetička energija

### Konceptualni primjer 6 Rad i kinetička energija

Satelit se oko Zemlje giba po: (a) kružnoj orbiti; (b) eliptičnoj orbiti. Kako se mijenja kinetička energija satelita na svakoj od tih dviju orbita?



<http://taylorsciencegeeks.weebly.com/uploads/5/9/2/0/59201005/567998547.gif>

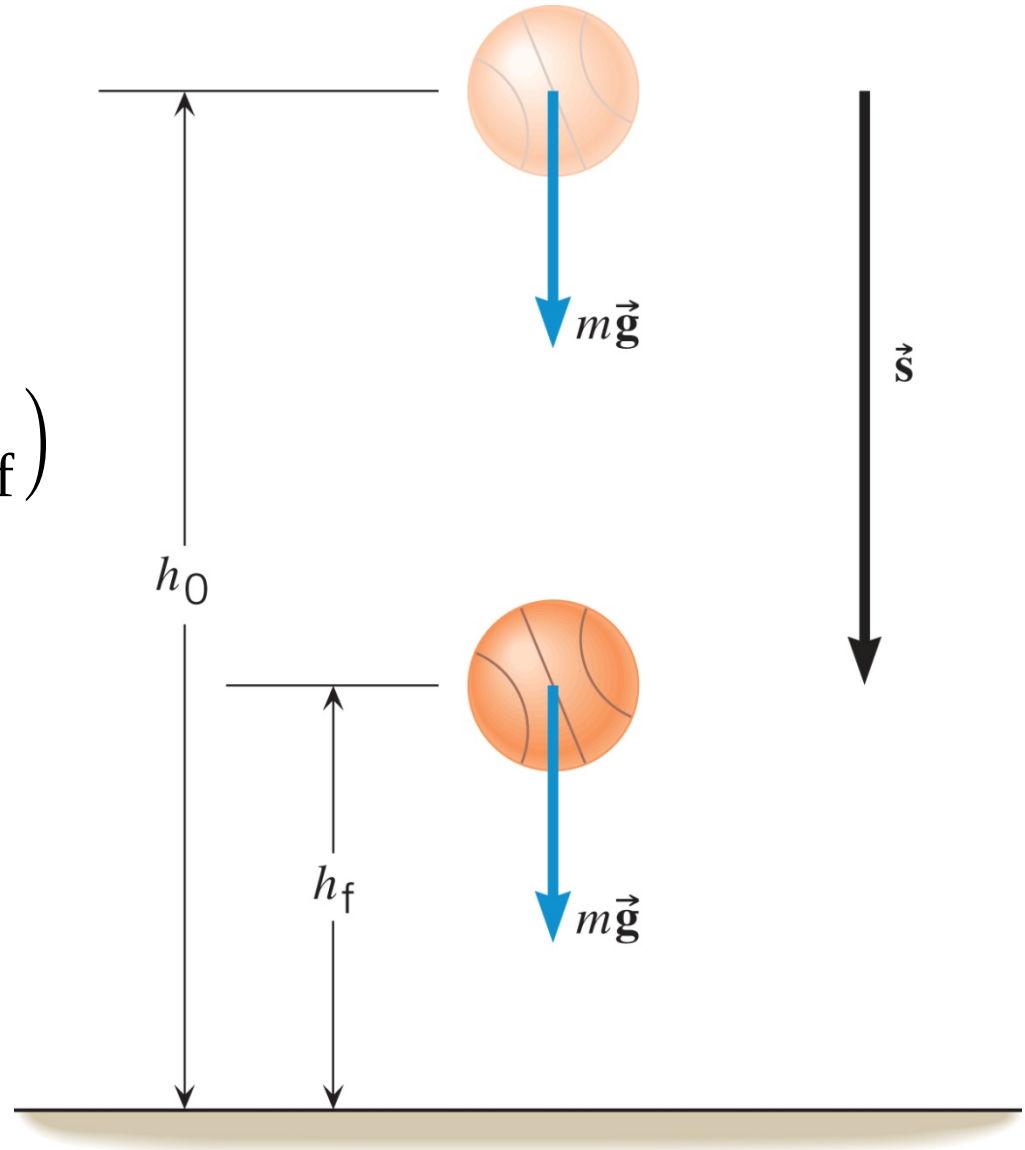
WILEY

Copyright © 2015 John Wiley & Sons, Inc. All rights reserved.

### 6.3 Gravitacijska potencijalna energija

$$W = Fs \cos \theta$$

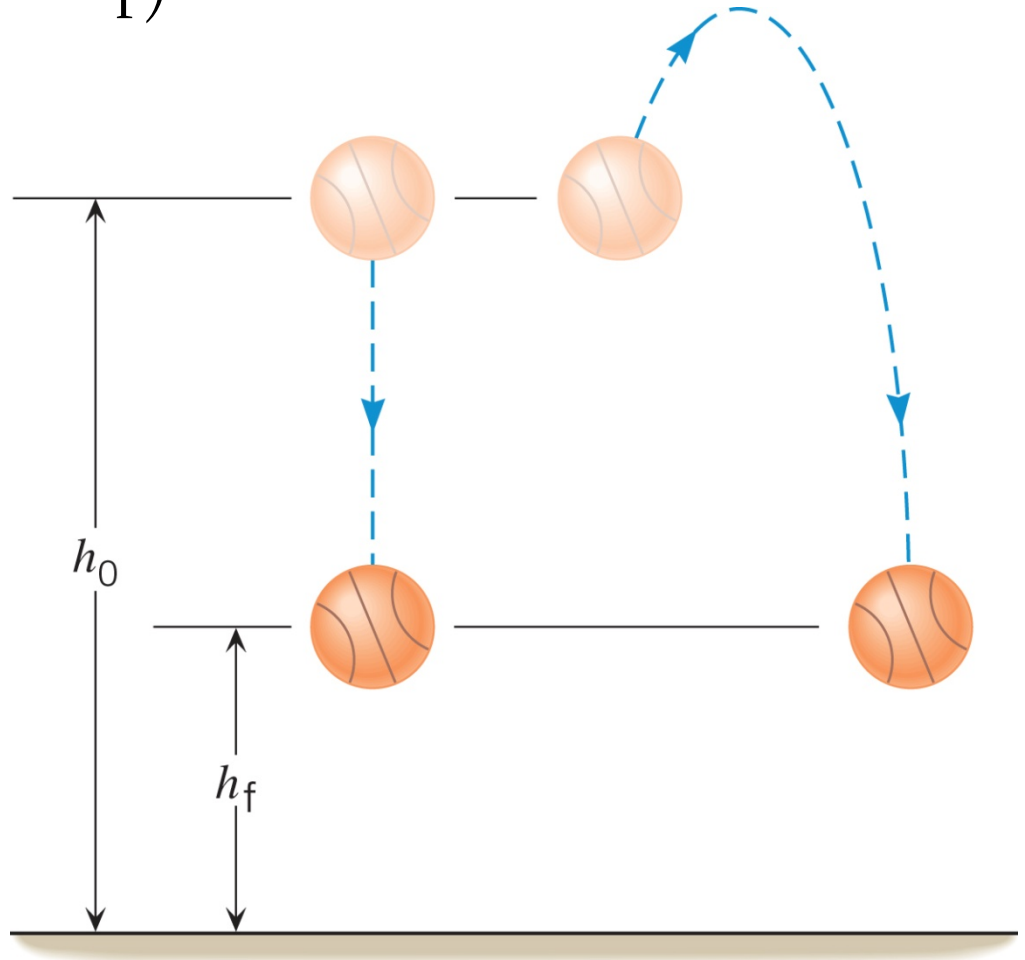
$$W_{\text{grav}} = mg(h_0 - h_f)$$



**WILEY**

## 6.3 Gravitacijska potencijalna energija

$$W_{\text{grav}} = mg(h_0 - h_f)$$



**WILEY**

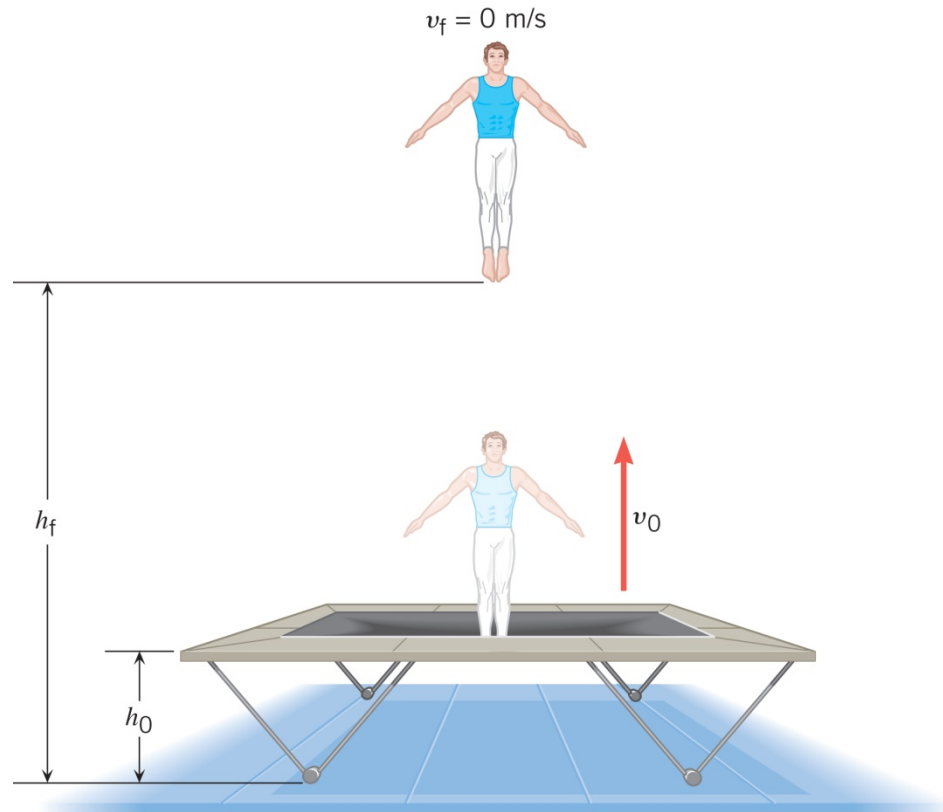
## 6.3 Gravitacijska potencijalna energija

### Primjer 7 Gimnastičar na trambulinu

Gimnastičar napušta trambulin na početnoj visini od 1,20 m i doseže najveću visinu od 4,80 m, prije nego opet počne padati. Koja je bila početna brzina gimnastičara?



(a)



(b)

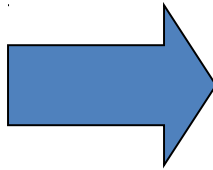
**WILEY**

Copyright © 2015 John Wiley & Sons, Inc. All rights reserved.

### 6.3 Gravitacijska potencijalna energija

$$W = \frac{mv_f^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2}$$

$$W_{\text{grav}} = mg(h_0 - h_f)$$

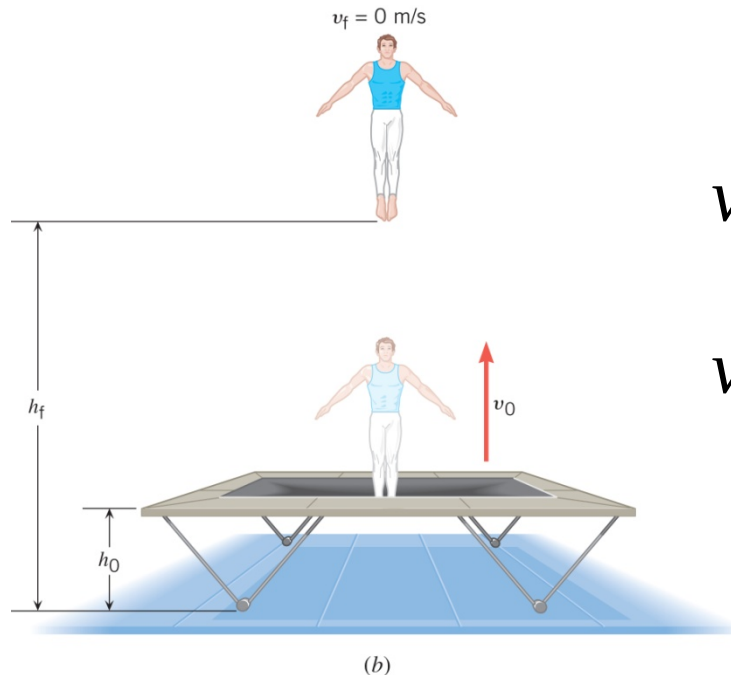
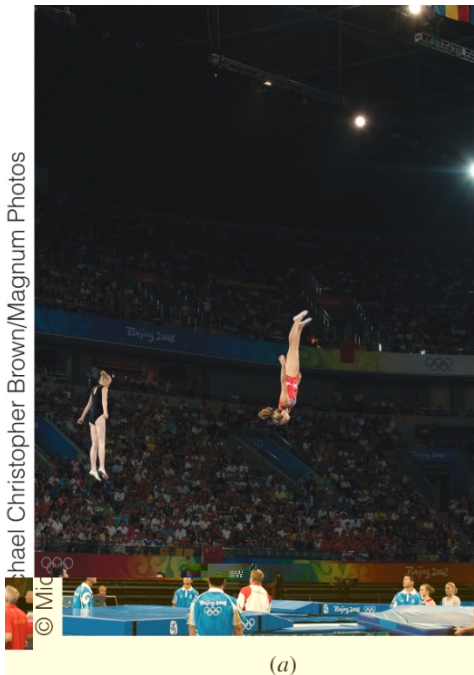


$$mg(h_0 - h_f) = \cancel{\frac{mv_f^2}{2}} - \frac{mv_0^2}{2}$$



$$v_0 = \sqrt{2g(h_f - h_0)}$$

$$v_0 = 8,40 \text{ m/s}$$



© Michael Christopher Brown/Magnum Photos

**WILEY**

Copyright © 2015 John Wiley & Sons, Inc. All rights reserved.

### 6.3 Gravitacijska potencijalna energija

$$W_{\text{grav}} = mg(h_0 - h_f)$$

$$W_{\text{grav}} = mgh_0 - mgh_f$$

## DEFINICIJA GRAVITACIJSKE POTENCIJALNE ENERGIJE

Gravitacijska potencijalna energija je energija koju tijelo mase  $m$  ima zbog svojeg položaja, s obzirom na Zemlju. Položaj se mjeri kao visina  $h$  u odnosu na proizvoljno odabranu nultu visinu.

$$E_p = mgh$$

### DEFINICIJA KONZERVATIVNE SILE

#### **Verzija 1**

Sila je konzervativna kad rad, koji obavlja na tijelu koje se giba, ne ovisi o putu između konačnog i početnog položaja.

#### **Verzija 2**

Sila je konzervativna kad na *zatvorenom* putu, kod kojeg konačni položaj odgovara početnom, ne obavlja rad.

### Table 6.2 Neke konzervativne i nekonzervativne sile

---

#### **Konzervativne sile**

gravitacijska sila (poglavlje 4)  
elastična sila opruge (poglavlje 10)  
električna sila (poglavlja 18 i 19)

#### **Nekonzervativne sile**

statička i kinetička sila trenja  
sila otpora zraka  
sila napetosti  
normalna sila  
propulzijska sila rakete

---

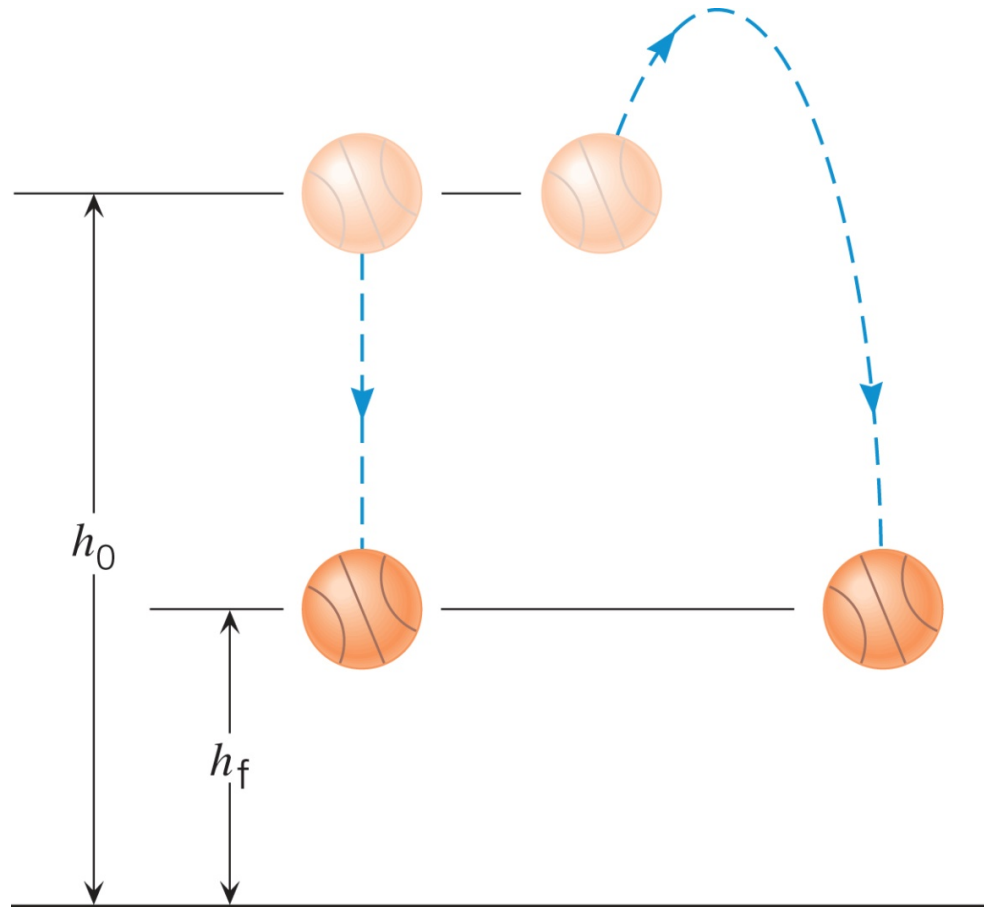


## 6.4 Konzervativne i nekonzervativne sile

### Verzija 1

Sila je konzervativna kad rad, koji obavlja na tijelu koje se giba, ne ovisi o putu između konačnog i početnog položaja.

$$W_{\text{grav}} = mg(h_0 - h_f)$$

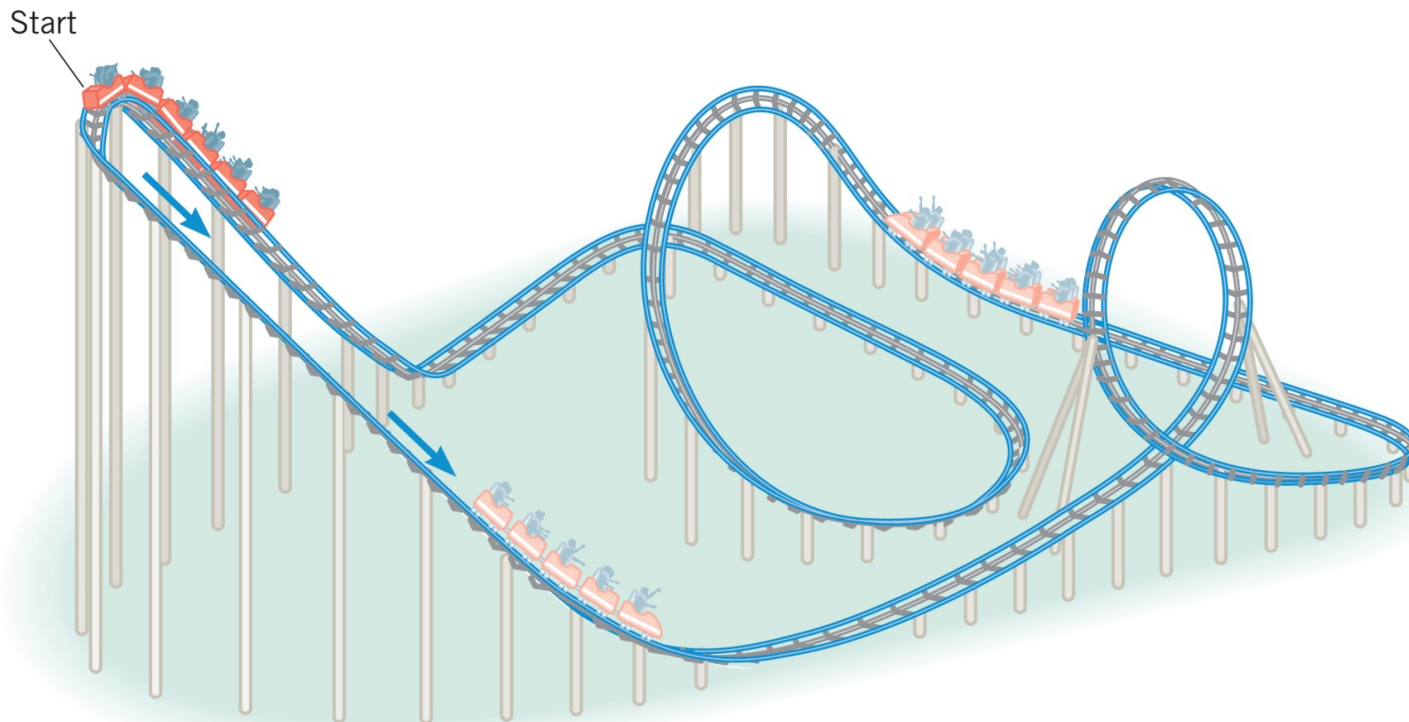


## 6.4 Konzervativne i nekonzervativne sile

### Verzija 2

Sila je konzervativna kad na *zatvorenom* putu, kod kojeg konačni položaj odgovara početnom, ne obavlja rad.

$$W_{\text{grav}} = mg(h_0 - h_f) \quad h_0 = h_f$$



**WILEY**

## 6.4 Konzervativne i nekonzervativne sile

Primjer nekonzervativne sile je **kinetička sila trenja**.

$$W = Fs \cos \theta = f_k \cdot s \cdot \cos 180^\circ = -f_k \cdot s$$

Rad koji obavi kinetička sila trenja uvijek je **negativan**.  
Stoga rad koji obavi na zatvorenom putu ne može biti nula.

Za nekonzervativnu silu ne postoji  
konceptija potencijalne energije.

## 6.4 Konzervativne i nekonzervativne sile

U normalnim situacijama na neko tijelo istodobno djeluju i konzervativne i nekonzervativne sile. Zato se rad koji obavlja vanjska rezultantna sila može napisati kao


$$W = W_{\text{konz}} + W_{\text{nekonz}}$$

$$W = \frac{mv_f^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} = \Delta E_k$$

$$W_{\text{konz}} = W_{\text{grav}} = mgh_0 - mgh_f = -\Delta E_p$$

## 6.4 Konzervativne i nekonzervativne sile

$$W = W_{\text{konz}} + W_{\text{nekonz}}$$


$$\Delta E_k = -\Delta E_p + W_{\text{nekonz}}$$

### TEOREM RADA I ENERGIJE

$$W_{\text{nekonz}} = \Delta E_k + \Delta E_p$$

## 6.5 Očuvanje mehaničke energije

$$W_{\text{nekonz}} = \Delta E_k + \Delta E_p = (E_k^{\text{kon}} - E_k^{\text{poč}}) + (E_p^{\text{kon}} - E_p^{\text{poč}})$$

$$W_{\text{nekonz}} = \Delta E_k + \Delta E_p = (E_k^{\text{kon}} + E_p^{\text{kon}}) - (E_k^{\text{poč}} + E_p^{\text{poč}})$$

$$W_{\text{nekonz}} = E^{\text{kon}} - E^{\text{poč}}$$

Ako je ukupni rad koji obave nekonzervativne sile jednak nuli onda se energija tijela ne mijenja:

$$E^{\text{kon}} = E^{\text{poč}}$$

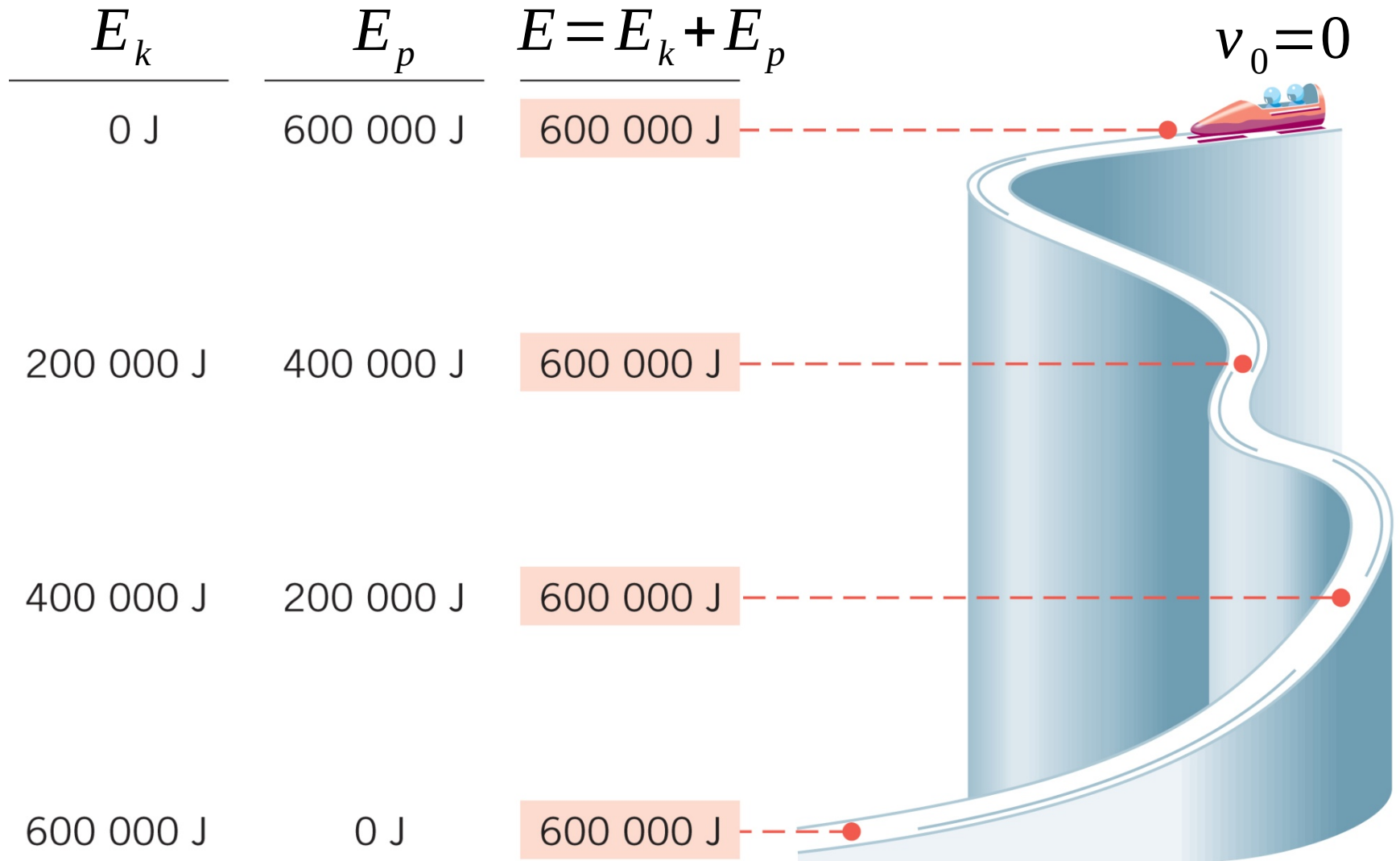
# ZAKON OČUVANJA MEHANIČKE ENERGIJE

Ukupna mehanička energija (tijela koje se giba)

$$E = E_k + E_p$$

ostaje stalna, pod uvjetom da vanjske nekonzervativne sile ne obavljaju rad.

## 6.5 Očuvanje mehaničke energije



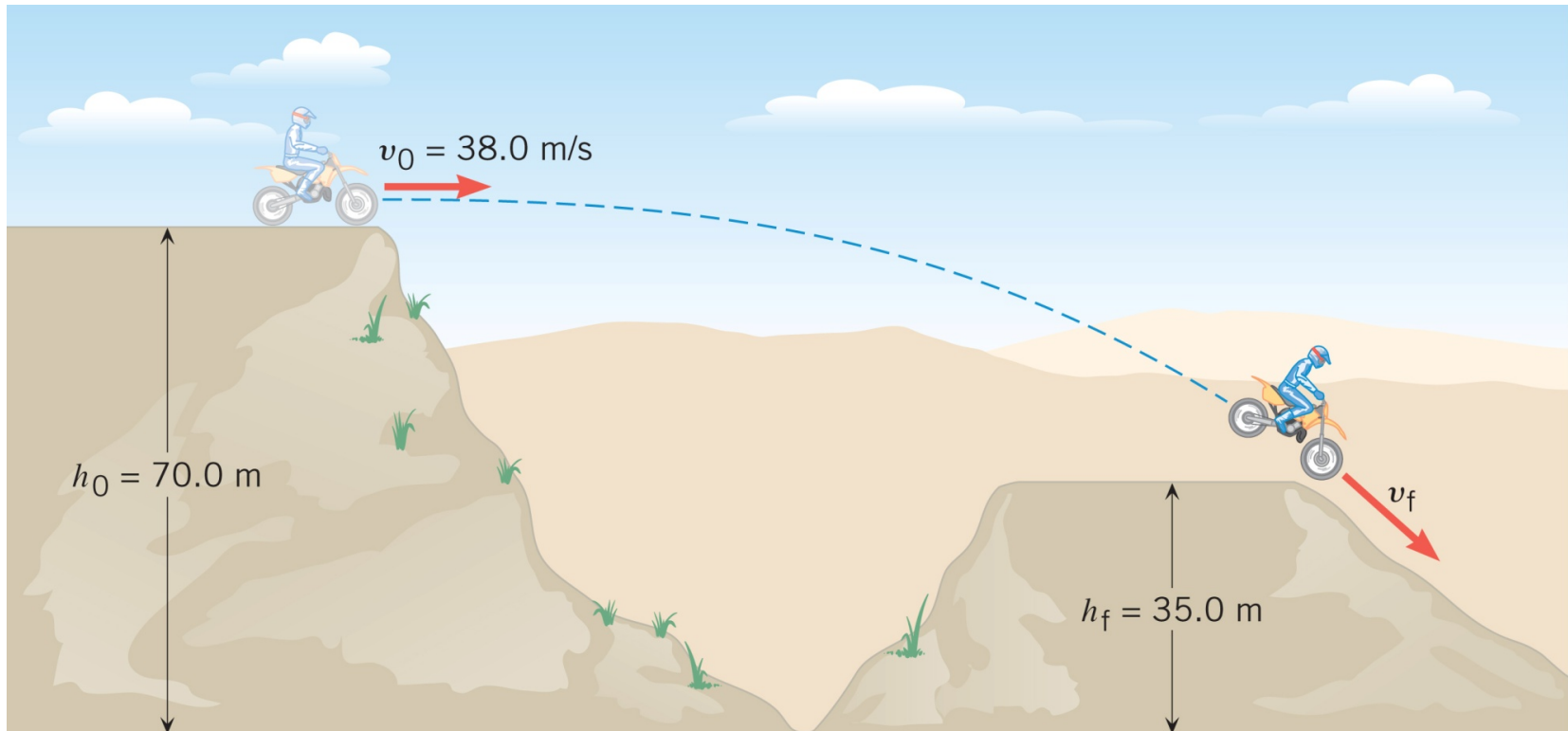
**WILEY**



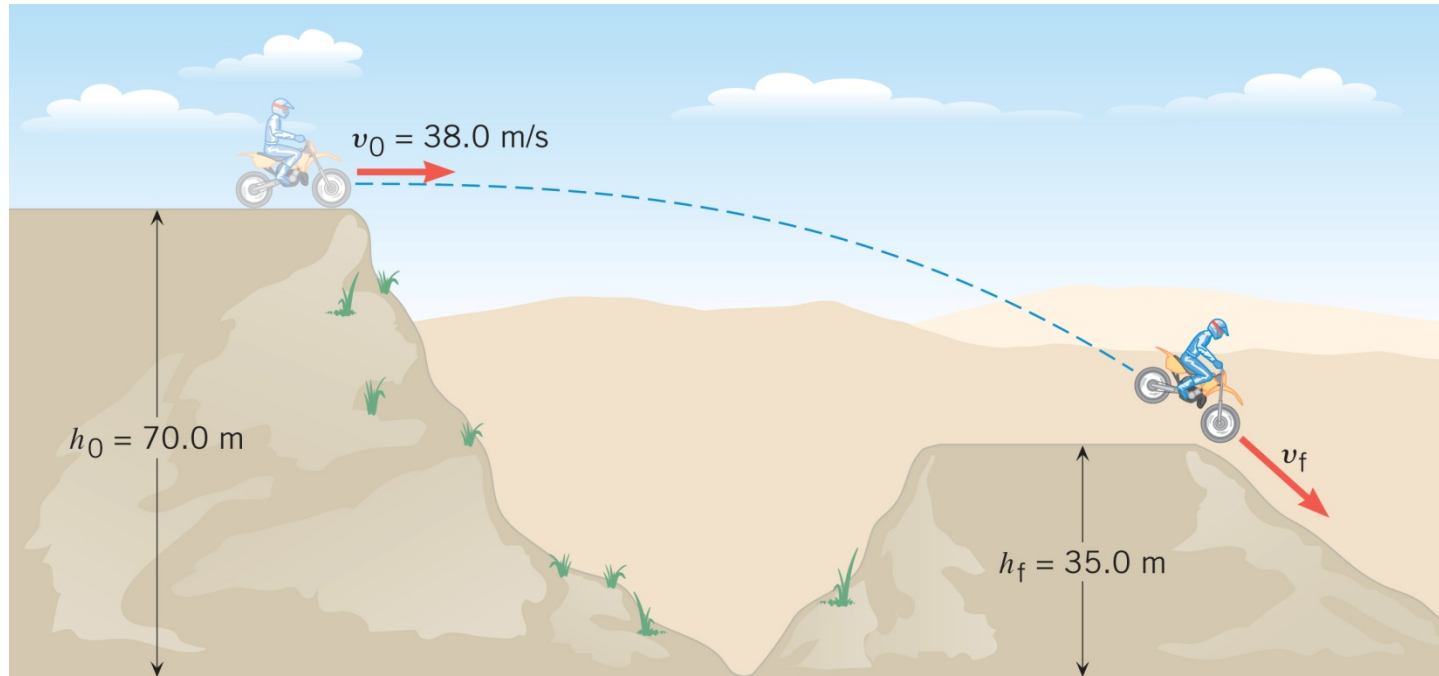
## 6.5 Očuvanje mehaničke energije

### Primjer 8 Kaskader na motociklu

Motociklist pokušava preskočiti kanjon vozeći vodoravno preko ruba litice brzinom  $38,0 \text{ m/s}$ . Kojom će brzinom prizemljiti na drugoj strani kanjona? Zanemarite otpor zraka.



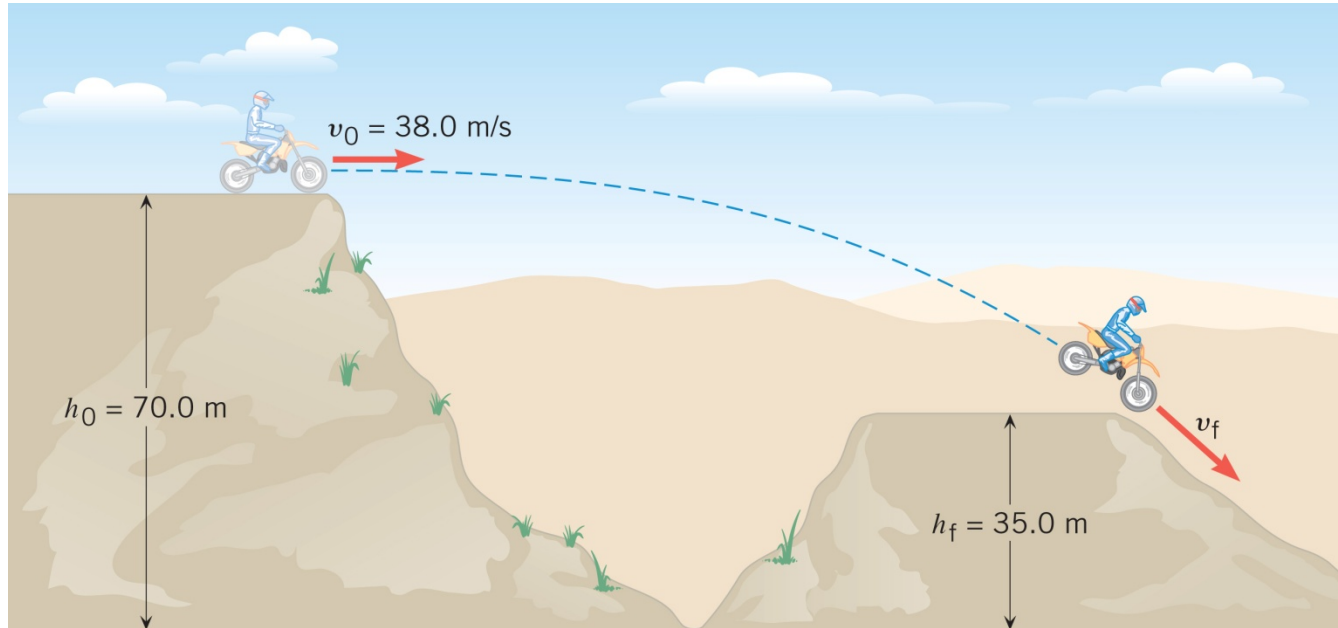
## 6.5 Očuvanje mehaničke energije



$$E^{\text{kon}} = E^{\text{poč}}$$
$$mgh_f + \frac{mv_f^2}{2} = mgh_0 + \frac{mv_0^2}{2}$$
$$2gh_f + v_f^2 = 2gh_0 + v_0^2$$

**WILEY**

## 6.5 Očuvanje mehaničke energije



$$v_f^2 = v_0^2 + 2gh_0 - 2gh_f$$

$$v_f = \sqrt{v_0^2 + 2g(h_0 - h_f)}$$

$$v_f = 46,2 \text{ m/s}$$

**WILEY**

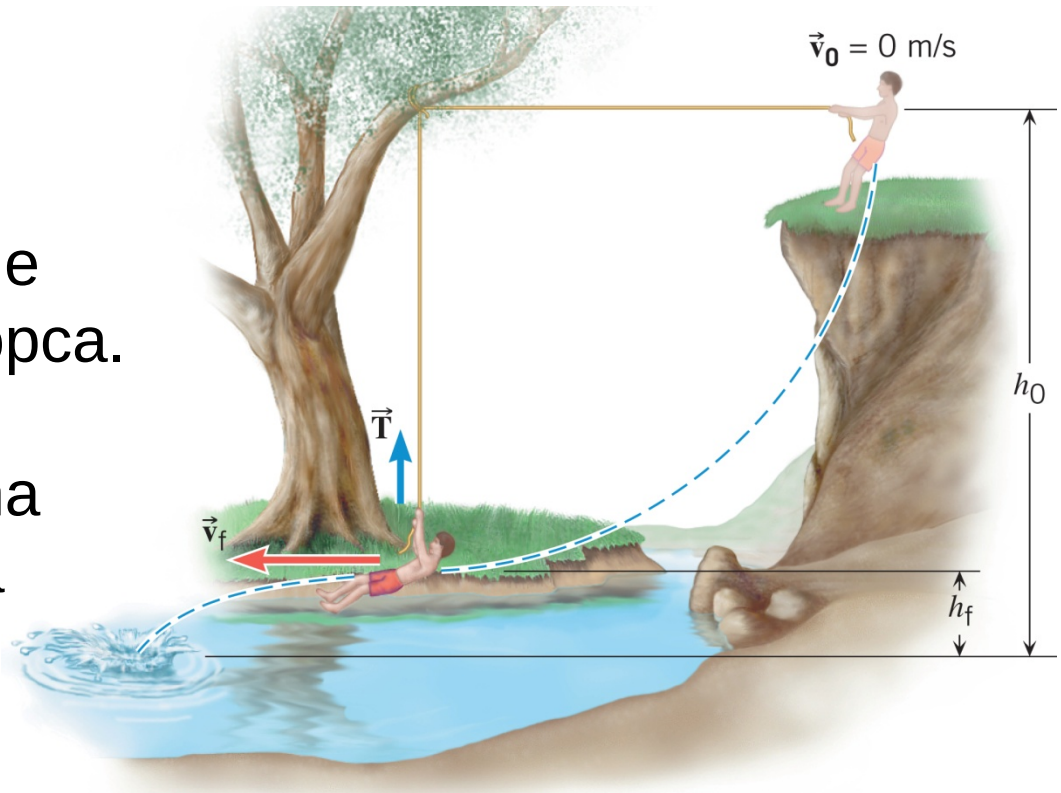
## 6.5 Očuvanje mehaničke energije

### Konceptualni primjer 9 Omiljeno kupalište

Držeći užu u vodoravnom položaju skakač se, iz mirovanja, pušta prema dolje te u najnižem položaju ispušta užu.

Zanemarimo li silu otpora zraka, na njega djeluju dvije sile: težina i napetost konopca.

Može li se njegova konačna brzina izračunati iz zakona očuvanja energije?



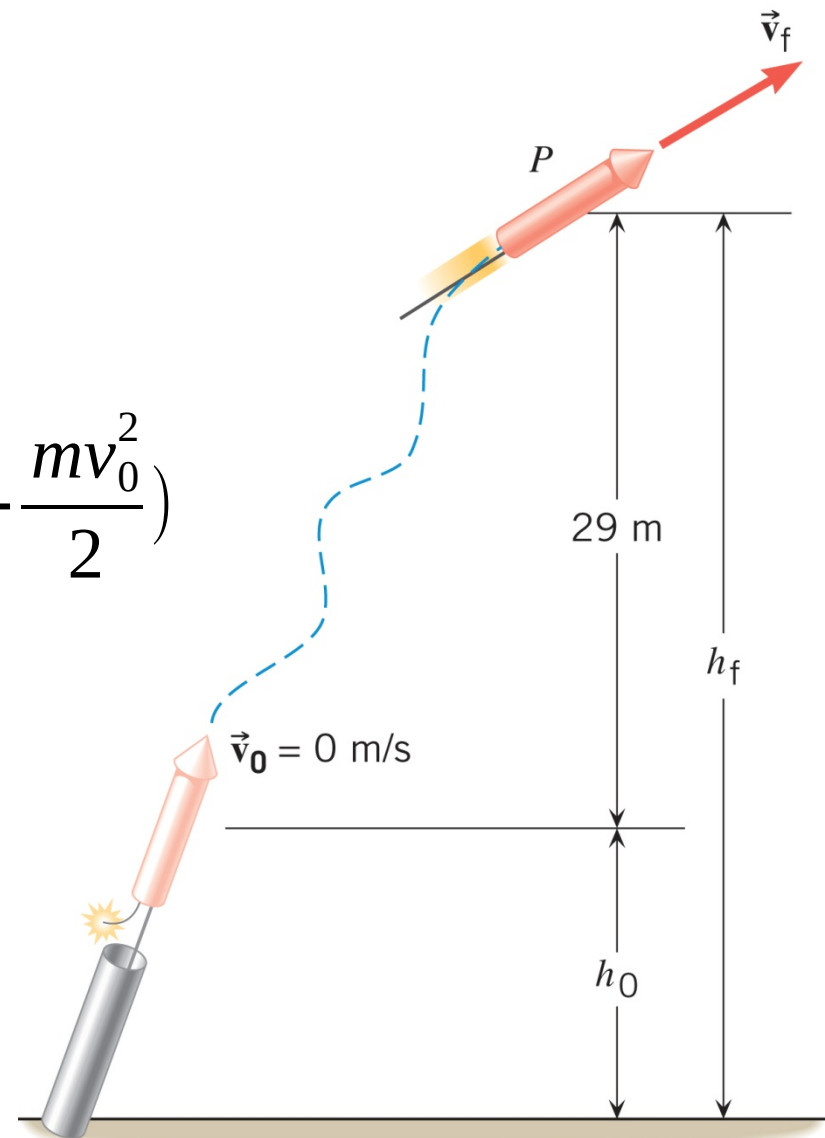
WILEY

## 6.6 Nekonzervativne sile i teorem rada i energije

### TEOREM RADA I ENERGIJE

$$W_{\text{nekonz}} = E^{\text{kon}} - E^{\text{poč}}$$

$$W_{\text{nekonz}} = \left( mgh_f + \frac{mv_f^2}{2} \right) - \left( mgh_0 + \frac{mv_0^2}{2} \right)$$



WILEY

## 6.6 *Nekonzervativne sile i teorem rada i energije*

### **Primjer 11** Vatromet

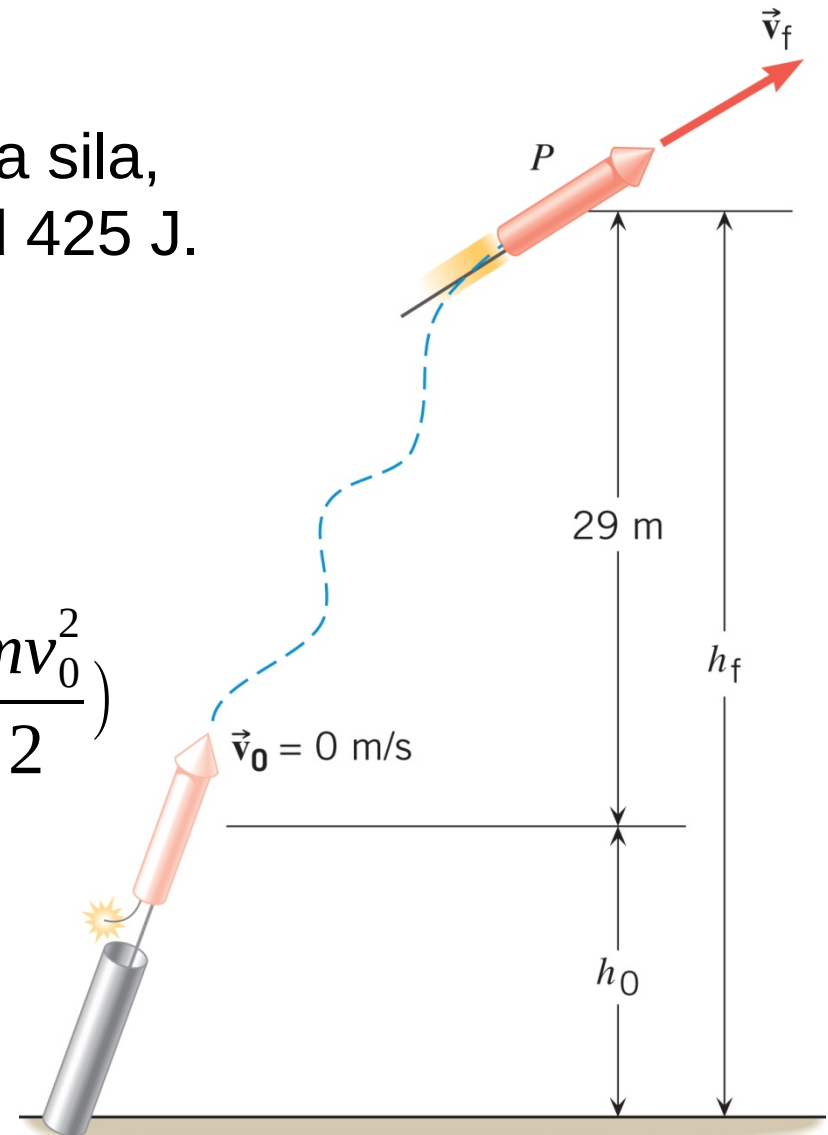
Pretpostavite da nekonzervativna sila, nastala izgaranjem, obavi rad od 425 J.

Koja je konačna brzina rakete?

Masa rakete je 0,20 kg.

Otpor zraka zanemarite.

$$W_{\text{nekonz}} = \left( mgh_f + \frac{mv_f^2}{2} \right) - \left( mgh_0 + \frac{mv_0^2}{2} \right)$$



**WILEY**

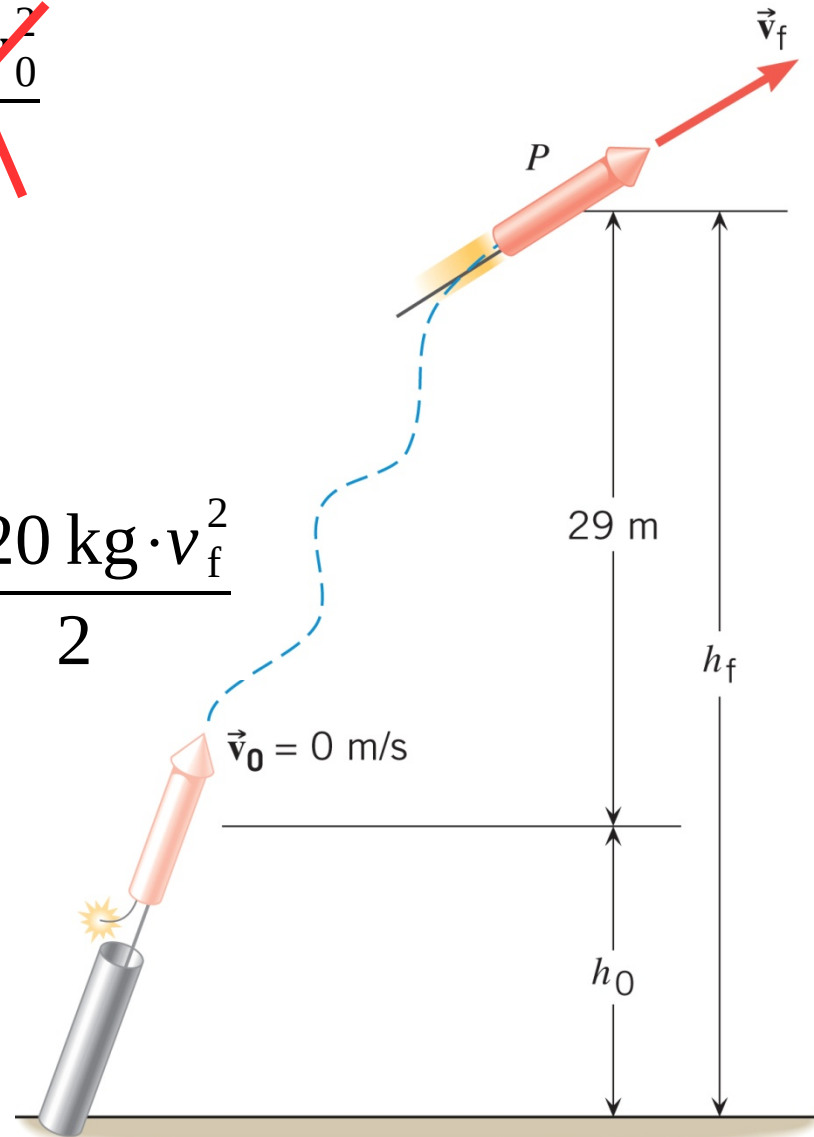
## 6.6 Nekonzervativne sile i teorem rada i energije

$$W_{\text{nekonz}} = mgh_f - mgh_0 + \frac{mv_f^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2}$$

$$W_{\text{nekonz}} = mg(h_f - h_0) + \frac{mv_f^2}{2}$$

$$425 \text{ J} = 0,20 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot 29 \text{ m} + \frac{0,20 \text{ kg} \cdot v_f^2}{2}$$

$$v_f = 61 \text{ m/s}$$



**WILEY**

### DEFINICIJA PROSJEČNE SNAGE

Prosječna snaga je brzina kojom se obavlja rad. Dobije se dijeljenjem rada s vremenom potrebnim da se obavi taj rad.

$$\bar{P} = \frac{\text{rad}}{\text{vrijeme}} = \frac{\Delta W}{\Delta t}$$

$$\frac{\text{J}}{\text{s}} = \text{W} \quad \text{vat}$$




James Watt (1736.-1819.)



## Trenutačna snaga

$$P = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta W}{\Delta t}$$


$$P = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta (F \cdot s)}{\Delta t} = F \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = F \cdot v$$

## 6.8 *Drugi oblici energije i očuvanje energije*

### ZAKON OČUVANJA ENERGIJE

**Energija ne može nastati niti nestati, samo se može pretvarati iz jednog oblika u drugi.**

Tvrdnja vrijedi za **zatvoreni sustav** (sustav koji ne izmjenjuje materiju ni energiju s okolinom).

$$\Delta E = 0$$

## 6.9 Rad koji obavlja promjenjiva sila

stalna sila

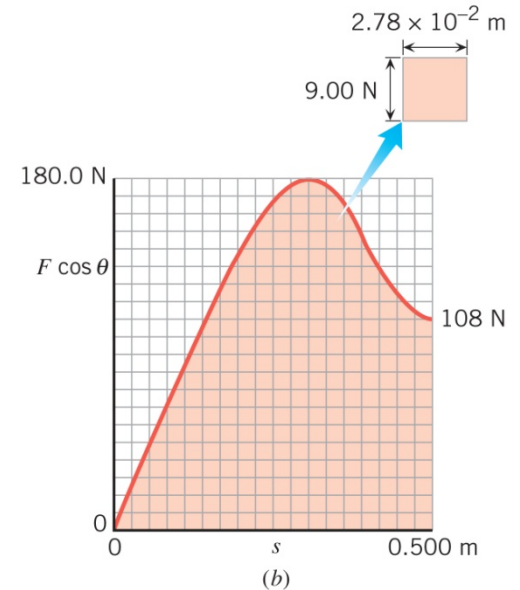
$$W = Fs \cos \theta$$

promjenjiva sila

$$W \approx (F \cos \theta)_1 \cdot \Delta s_1 + (F \cos \theta)_2 \cdot \Delta s_2 + \dots$$



(a)



(b)

**WILEY**

# ZADACI ZA VJEŽBU

1. Silom od  $3,0 \cdot 10^3$  N, kočnice uzrokuju usporavanje kamiona na putu od 850 m. Koliki rad obavi ta sila kočenja?

**RJEŠENJE:  $-2,6 \cdot 10^6$  J**

2. Da bi automobil ubrzao od 23,0 m/s do 28,0 m/s njegov motor mora obaviti rad od 185 kJ. Kolika je masa automobila?

**RJEŠENJE: 1450 kg**

3. Asteroid mase  $4,5 \cdot 10^4$  kg giba se pravocrtno. Sila, usporedna s pomakom, usporava asteroid te mu smanji brzinu od 7100 m/s na 5500 m/s. (a) Koliko rad obavi ta sila? (b) Koliki je iznos sile ako asteroid usporava na putu od  $1,8 \cdot 10^6$  m?

**RJEŠENJE:  $-4,5 \cdot 10^{11}$  J;  $2,5 \cdot 10^5$  N**



## ZADACI ZA VJEŽBU

4. Djevojčica mase 35 kg skače na trampulinu. Nakon što se odvoji od površine trampulina, njezina se energija – u određenom intervalu – smanji s početnih 440 J na 210 J. Za koji se iznos poveća njezina visina u tom intervalu?

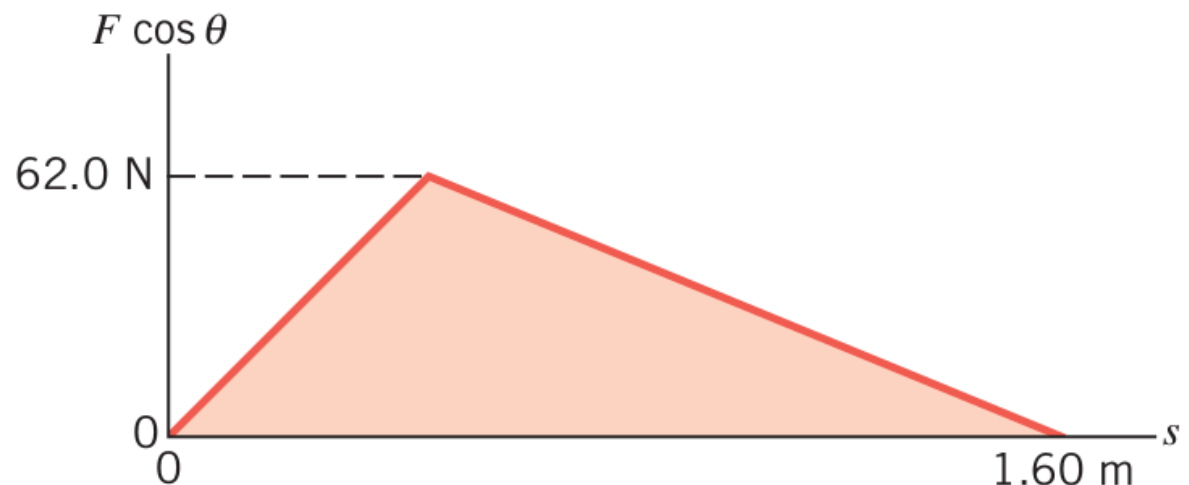
**RJEŠENJE: 0,67 m**

5. Skakač mase 67,0 kg skoči u vodu s visine 3,00 m. Kolikom prosječnom silom voda djeluje na skakača ako se on zaustavi na dubini od 1,10 m. Zanemarite otpor zraka.

**RJEŠENJE: 2450 N**

6. Graf pokazuje kako se komponenta sile mijenja u smjeru pomaka. Odredite rad koji obavi ta sila.

**RJEŠENJE: 49.6 J**



## ZADACI ZA VJEŽBU

7. Automobil jednoliko ubrzava po ravnoj cesti. Od mirovanja do brzine 20,0 m/s treba mu 5,6 s. Izračunajte njegovu prosječnu snagu u kilovatima ako je njegova masa (a) 918 kg; (b) 1430 kg.

**RJEŠENJE: 33 kW; 51 kW**

8. Kamen mase 2,00 kg ispušten je s visine 20,0 m. Odredite kinetičku energiju, gravitacijsku potencijalnu energiju i ukupnu mehaničku energiju na početnoj visini, na polovici puta te neposredno prije udara o tlo. Otpor zraka zanemarite.

**RJEŠENJE:**

| $h$ (m) | KE (J) | PE (J) | E (J) |
|---------|--------|--------|-------|
| 20.0    | 0      | 392    | 392   |
| 10.0    | 196    | 196    | 392   |
| 0       | 392    | 0      | 392   |

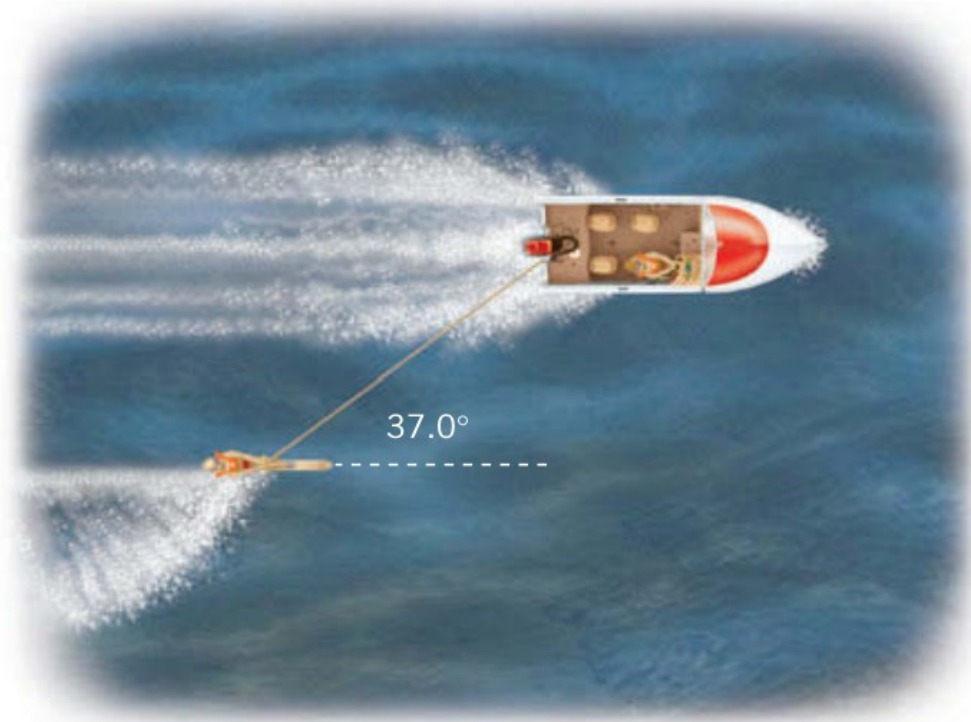
9. Surfer na vrhu vala ima brzinu 1,4 m/s. Nakon što se po valu spusti 2,7 m niže, njegova brzina poraste na 9,5 m/s. Koliki rad obavi (neKonzervativna) sila vala? Masa surfera je 59 kg.

**RJEŠENJE: 1,0 kJ**

## ZADACI ZA VJEŽBU

10. Skijaš na vodi giba se brzinom od  $9,30 \text{ m/s}$ . Smjer užeta je  $37$  stupnjeva u odnosu na smjer gibanja. Izračunajte rad koji u  $12,0 \text{ s}$  obavi sila napetosti užeta, koja iznosi  $135 \text{ N}$ .

**RJEŠENJE:  $12,0 \text{ kJ}$**



# PITANJA ZA PONAVLJANJE

1. Rad stalne sile
2. Kinetička energija
3. Rad gravitacijske sile
4. Gravitacijska potencijalna energija
5. Konzervativne sile
6. Ukupna mehanička energija
7. Zakon očuvanja mehaničke energije
8. Snaga
9. Zakon očuvanja energije
10. Rad promjenjive sile





ZNANOST

# ABECEDA FIZIKE #6: ENERGIJA – OD ŠARLATANSKOG RJEČNIKA DO SIMETRIJE NA POMAK U VREMENU