

# *Impuls sile i količina gibanja*

**FIZIKA  
PSS-GRAD  
25. listopada 2023.**

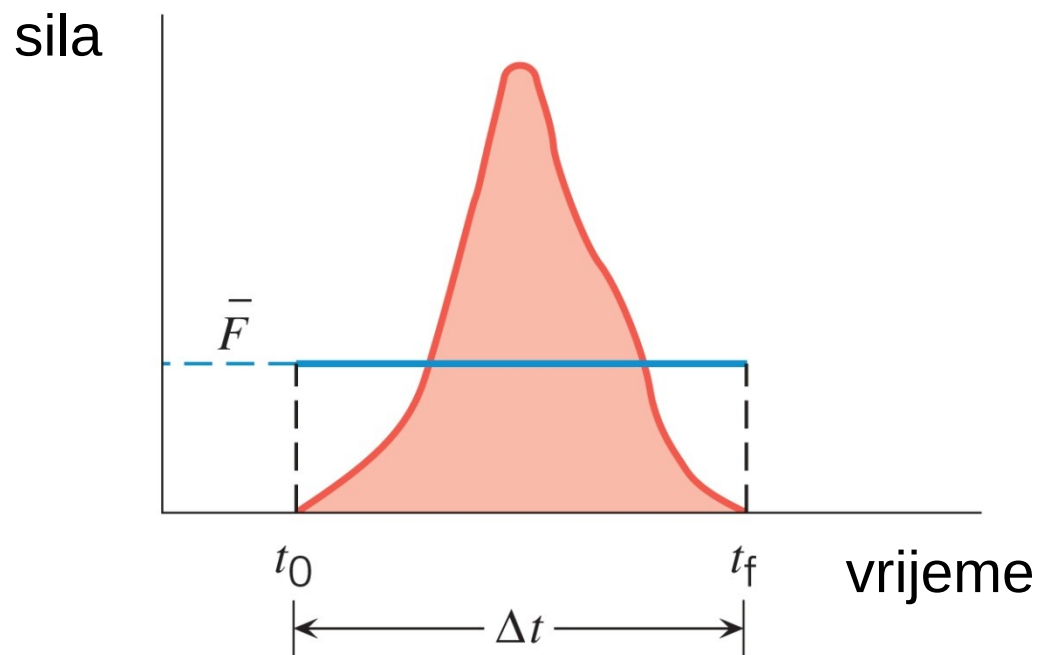
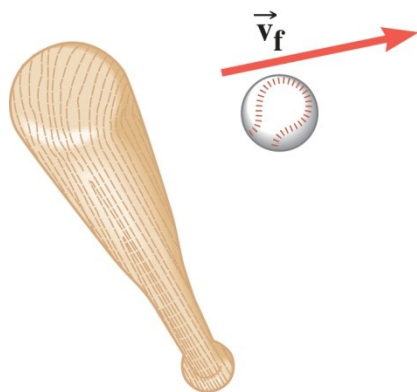
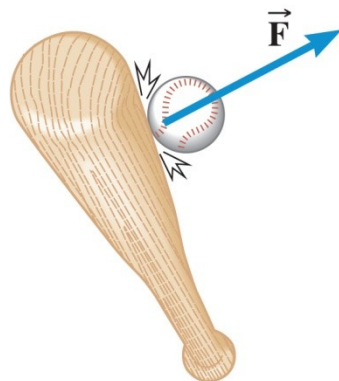


**Cutnell & Johnson PHYSICS 9e**

**WILEY**

Copyright © 2015 John Wiley & Sons, Inc. All rights reserved.

## 7.1 Teorem impulsa sile i količine gibanja



(b)

U mnogim slučajevima sila na tijelo **NIJE** konstantna.

WILEY

Copyright © 2015 John Wiley & Sons, Inc. All rights reserved.

## 7.1 Teorem impulsa sile i količine gibanja

### DEFINICIJA IMPULSA SILE

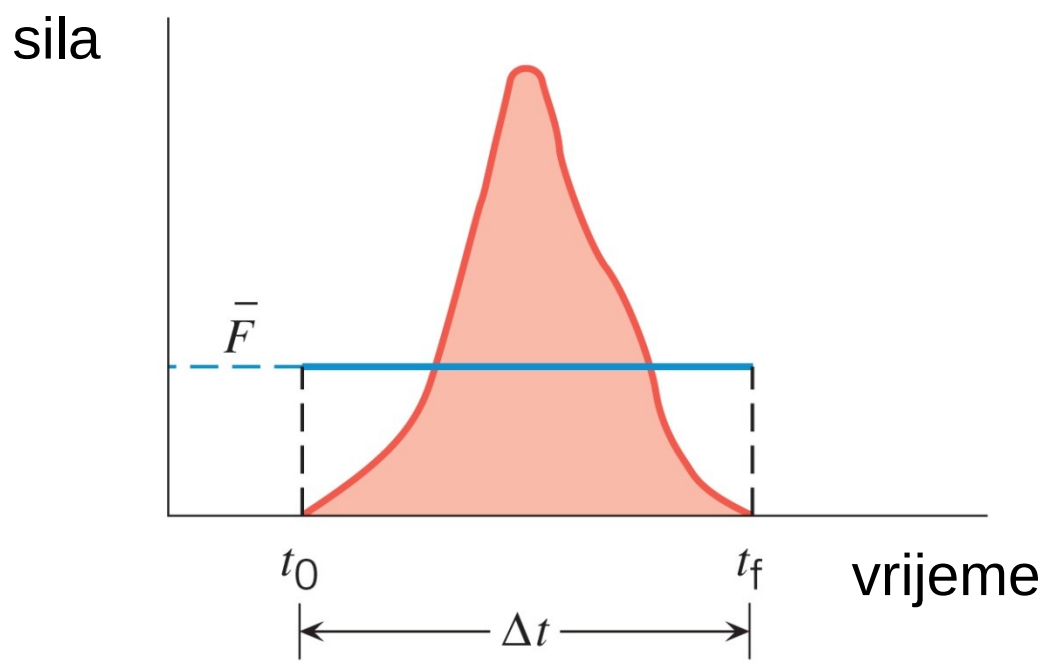
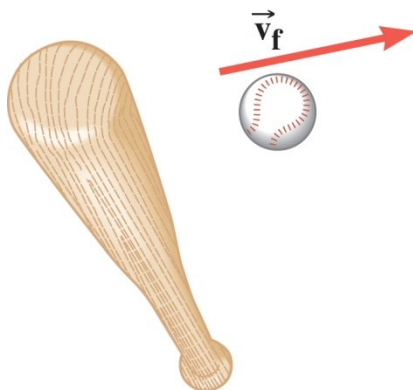
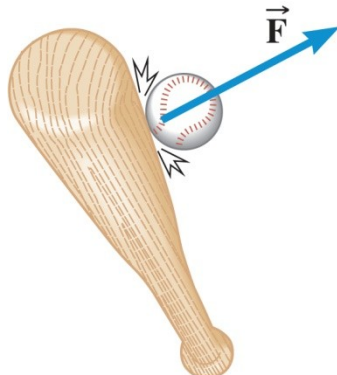
Impuls sile je umnožak prosječne sile i vremenskog intervala u kojem je ta sila djelovala:

$$I = \bar{F} \cdot \Delta t$$

Impuls sile je vektorska veličina, ima isti smjer kao i prosječna sila.

$$[I] = \text{N} \cdot \text{s} = \text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1} \quad (\text{jedinica nema posebnog naziva})$$

# 7.1 Teorem impulsa sile i količine gibanja



(b)

$$I = \bar{F} \cdot \Delta t$$

## DEFINICIJA KOLIČINE GIBANJA

Količina gibanja nekog tijela je umnožak njegove mase i brzine:

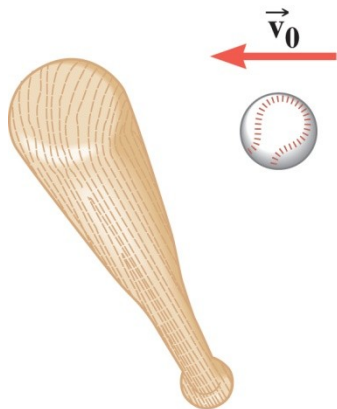
$$\mathbf{p} = m \mathbf{v}$$

Količina gibanja je vektorska veličina, ima isti smjer kao i brzina.

$$[p] = \text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1} \quad (\text{jedinica nema posebnog naziva})$$

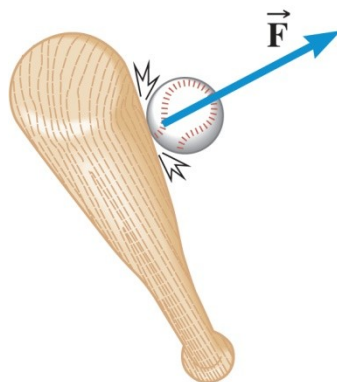
$$[p] = [I]$$

## 7.1 Teorem impulsa sile i količine gibanja

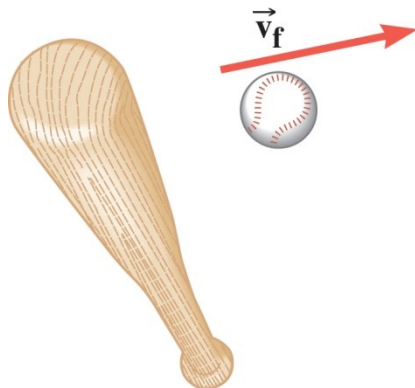


$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_f - \vec{v}_0}{\Delta t}$$

$$\Sigma \vec{F} = m \vec{a}$$



$$\Sigma \vec{F} = \frac{m \vec{v}_f - m \vec{v}_0}{\Delta t}$$



$$(\Sigma \vec{F}) \cdot \Delta t = m \vec{v}_f - m \vec{v}_0$$

## 7.1 Teorem impulsa sile i količine gibanja

### TEOREM IMPULSA SILE I KOLIČINE GIBANJA

Kad rezultantna sila djeluje na tijelo, impuls te sile jednak je promjeni količine gibanja tijela

impuls sile

$$\left(\sum \vec{F}\right) \cdot \Delta t = m \vec{v}_f - m \vec{v}_0$$

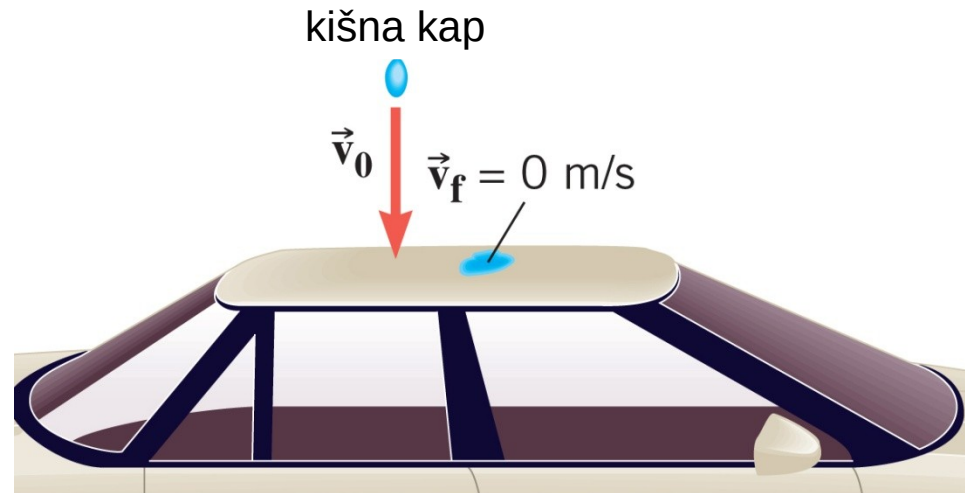
konačna količina gibanja      početna količina gibanja

## 7.1 Teorem impulsa sile i količine gibanja

### Primjer 2 Kiša

Kiša pada brzinom od  $-15 \text{ m/s}$  te pogađa krov automobila. Masa kiše koja na krov padne u jedinici vremena je  $0,060 \text{ kg/s}$ . Pretpostavite da pri udarcu o krov kap ostane mirovati. Odredite prosječnu silu kojom kap udara o krov.

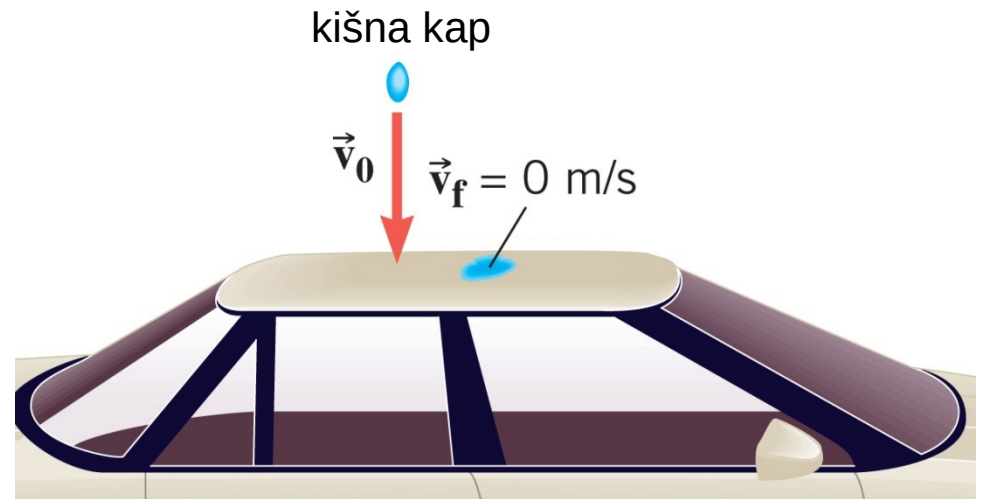
$$(\Sigma \vec{F}) \cdot \Delta t = m \vec{v}_f - m \vec{v}_0$$





## 7.1 Teorem impulsa sile i količine gibanja

Zanemarite težinu kapi te za rezultatnu silu uzmite samo silu krova na kap.



$$(\Sigma \vec{F}) \cdot \Delta t = m \cancel{\vec{v}_f} - m \vec{v}_0$$

$$\bar{F} \cdot \Delta t = -m \cdot v_0$$



$$\bar{F} = -\frac{m}{\Delta t} v_0$$

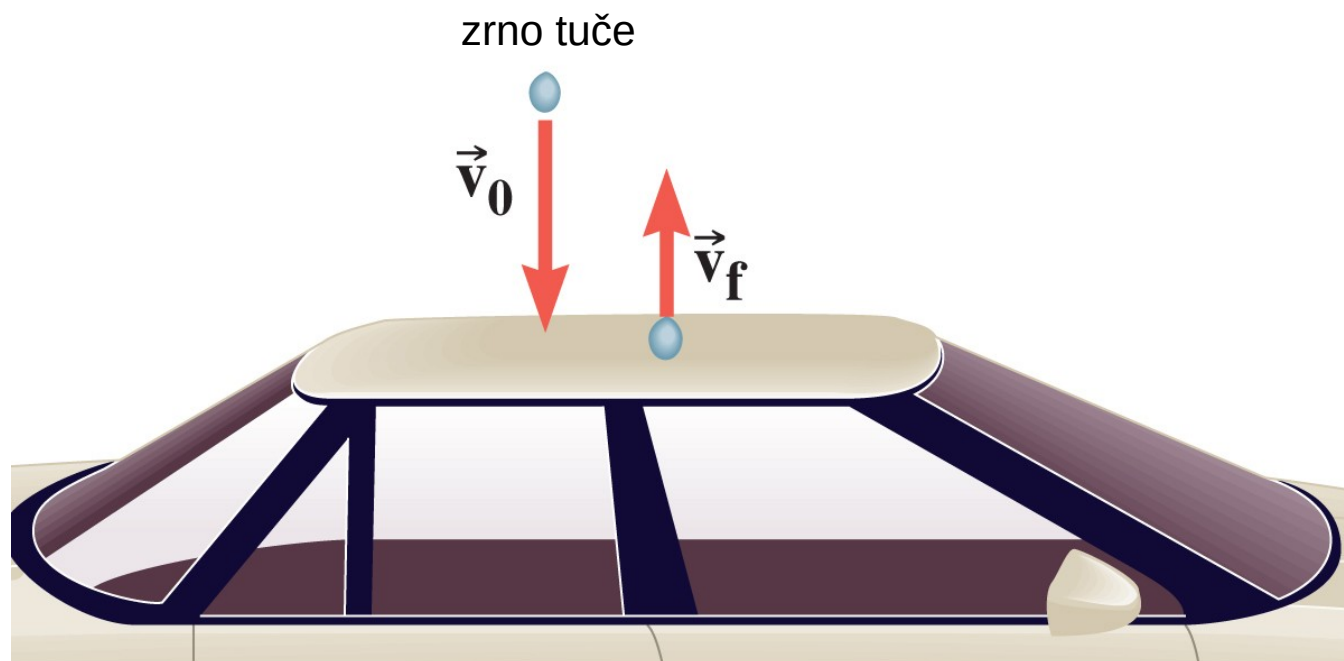
$$\bar{F} = -(0,060 \text{ kg/s}) \cdot (-15 \text{ m/s}) = +0.90 \text{ N}$$

## 7.1 Teorem impulsa sile i količine gibanja

### Konceptualni primjer 3 Zrno tuče nasuprot kišnoj kapi

Pretpostavite da umjesto kiše pada tuča. Za razliku od kapi kiše, zrna tuča se odbijaju od krova.

Je li sila manja, jednaka ili veća od sile u primjeru 2?



WILEY

## 7.2 Zakon očuvanja količine gibanja

TEOREM RADA I ENERGIJE ↔ OČUVANJE ENERGIJE

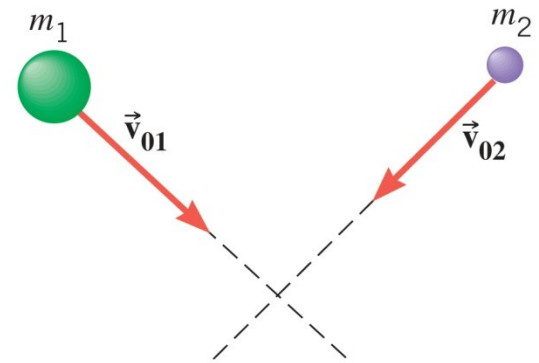
TEOREM IMPULSA I KOLIČINE GIBANJA ↔ ???

Primijenimo teorem impulsa sile i količine gibanja na sudar dva tijela u letu...

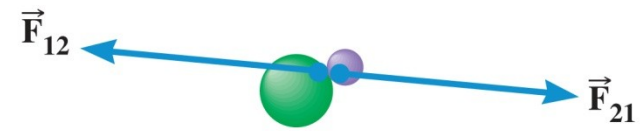
## 7.2 Zakon očuvanja količine gibanja

**Unutrašnje sile** – sile kojima tijela unutar sustava djeluju jedno na drugo.

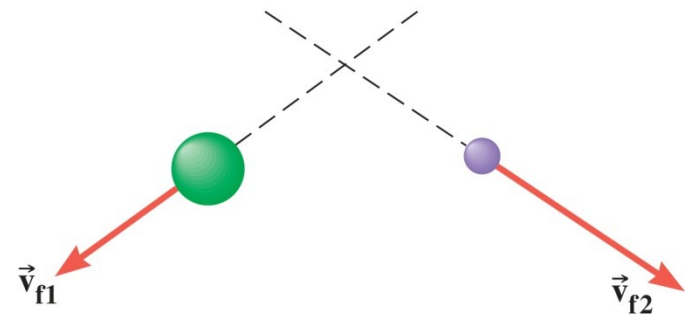
**Vanjske sile** – sile koje na tijela djeluju izvana.



(a) prije sudara



(b) za vrijeme sudara



(c) nakon sudara

**WILEY**

## 7.2 Zakon očuvanja količine gibanja

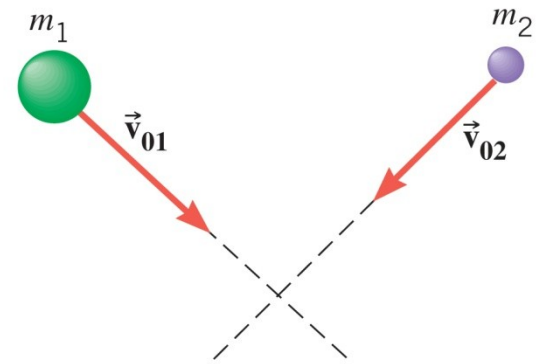
$$\left(\sum \vec{F}\right) \cdot \Delta t = m \vec{v}_f - m \vec{v}_0$$

TIJELO 1

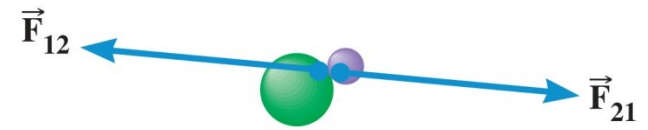
$$\left(W_1 + \vec{F}_{12}\right) \cdot \Delta t = m_1 \vec{v}_{f1} - m_1 \vec{v}_{01}$$

TIJELO 2

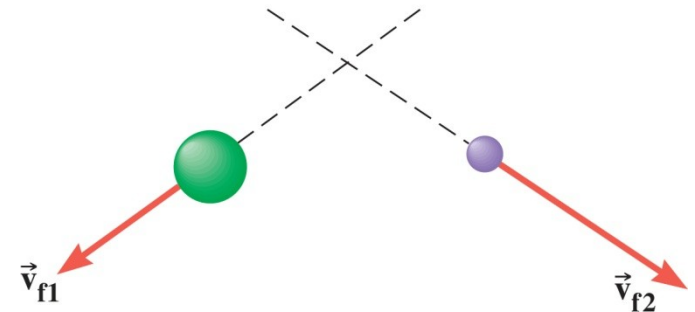
$$\left(W_2 + \vec{F}_{21}\right) \cdot \Delta t = m_2 \vec{v}_{f2} - m_2 \vec{v}_{02}$$



(a) prije sudara



(b) za vrijeme sudara



(c) nakon sudara

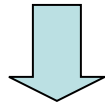
WILEY

## 7.2 Zakon očuvanja količine gibanja

$$(W_1 + \bar{F}_{12}) \cdot \Delta t = m_1 \vec{v}_{f1} - m_1 \vec{v}_{01}$$

+

$$(W_2 + \bar{F}_{21}) \cdot \Delta t = m_2 \vec{v}_{f2} - m_2 \vec{v}_{02}$$



$$(W_1 + W_2 + \cancel{\bar{F}_{12}} + \cancel{\bar{F}_{21}}) \cdot \Delta t = (m_1 \vec{v}_{f1} + m_2 \vec{v}_{f2}) - (m_1 \vec{v}_{01} + m_2 \vec{v}_{02})$$

$$\bar{F}_{12} = -\bar{F}_{21}$$

$$\mathbf{p}_f$$

$$\mathbf{p}_0$$

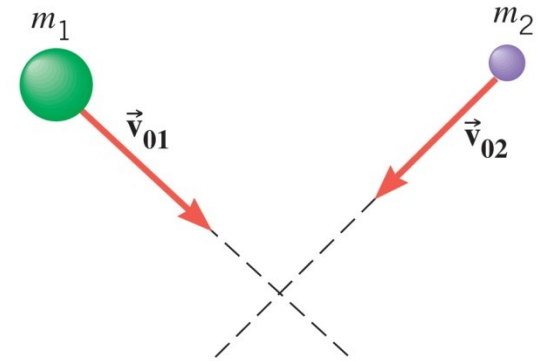
WILEY

## 7.2 Zakon očuvanja količine gibanja

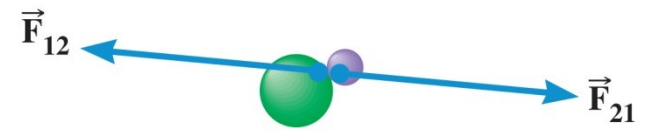
Unutrašnje se sile ponište.

$$(\mathbf{W}_1 + \mathbf{W}_2) \cdot \Delta t = \mathbf{p}_f - \mathbf{p}_0$$

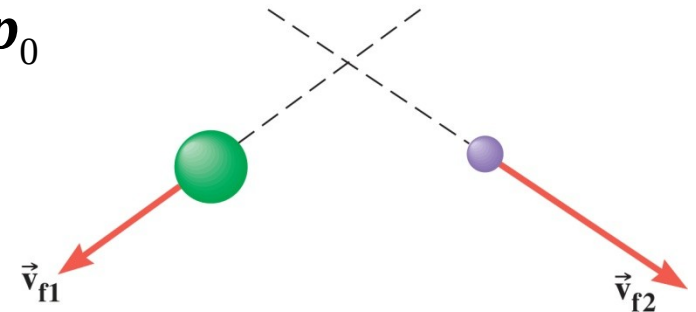
$$(\text{zbroy prosječnih vanjskih sila}) \cdot \Delta t = \mathbf{p}_f - \mathbf{p}_0$$



(a) prije sudara



(b) za vrijeme sudara



(c) nakon sudara

**WILEY**

## 7.2 Zakon očuvanja količine gibanja

$$(\text{zbroy prosječnih vanjskih sila}) \cdot \Delta t = \mathbf{p}_f - \mathbf{p}_0$$

Ako je zbroj vanjskih sila jednak nuli, onda vrijedi

$$0 = \mathbf{p}_f - \mathbf{p}_0 \quad \longrightarrow \quad \mathbf{p}_f = \mathbf{p}_0$$

### ZAKON OČUVANJA KOLIČINE GIBANJA

Ukupna količina gibanja zatvorenog sustava je stalna (očuvana). Zatvoreni sustav je sustav za koji je zbroj prosječnih vanjskih sila na sustav jednak nuli.

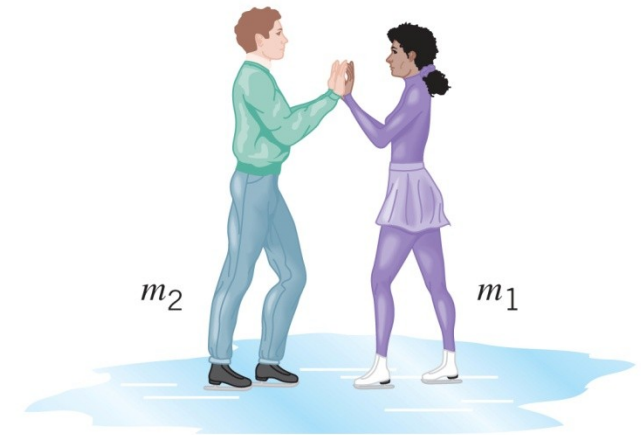
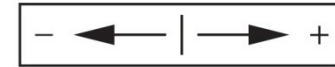


## 7.2 Zakon očuvanja količine gibanja

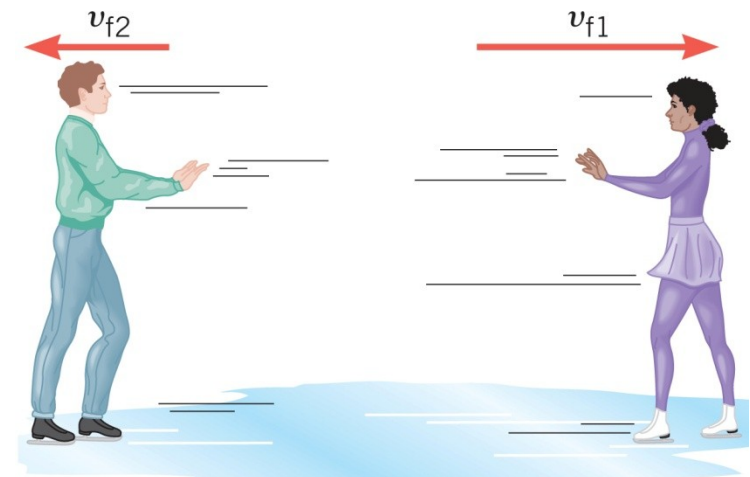
### Primjer 6 Klizači na ledu

Dvoje klizača, koji početno miruju, odgurnu se jedno od drugoga na ledu zanemarivoga trenja.

Klizačica ima masu 54 kg, a klizač 88 kg. Nakon što se odgurnu, klizačica dobije brzinu od +2,5 m/s. Koju brzinu dobije klizač?



(a) prije nego se odgurnu



(b) nakon što se odgurnu

**WILEY**

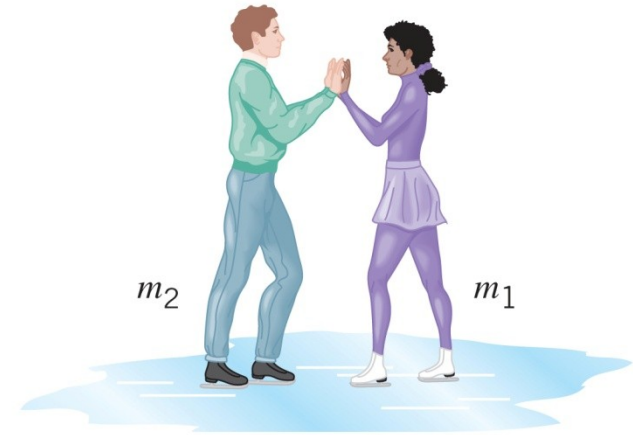
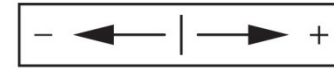
## 7.2 Zakon očuvanja količine gibanja

$$\mathbf{p}_f = \mathbf{p}_0$$

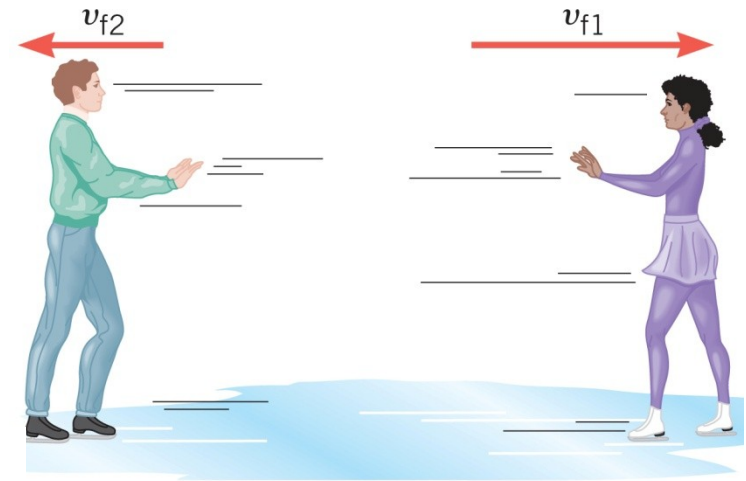
$$m_1 \cdot v_{f1} + m_2 \cdot v_{f2} = 0$$

$$v_{f2} = -\frac{m_1 \cdot v_{f1}}{m_2}$$

$$v_{f2} = -\frac{54 \text{ kg} \cdot (+2,5 \text{ m/s})}{88 \text{ kg}} = -1,5 \text{ m/s}$$



(a) prije nego se odgurnu



(b) nakon što se odgurnu

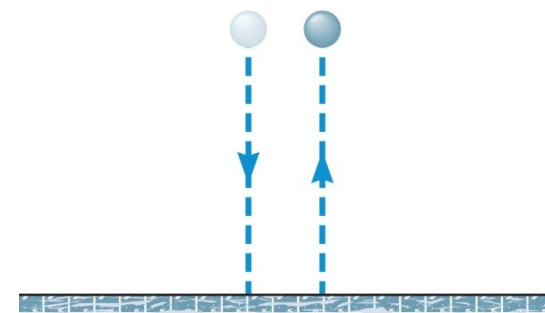
**WILEY**

## 7.3 Sudari u jednoj dimenziji

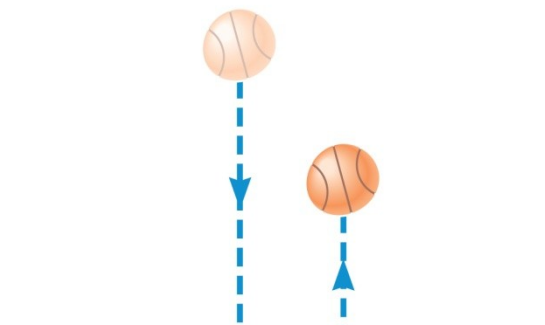
Ako je pri sudaru dvaju tijela ukupna količina gibanja očuvana, to znači da tijela čine zatvoreni sustav.

**Elastični sudar** — sudar pri kojem je ukupna kinetička energija sustava nakon sudara jednaka ukupnoj kinetičkoj energiji sustava prije sudara.

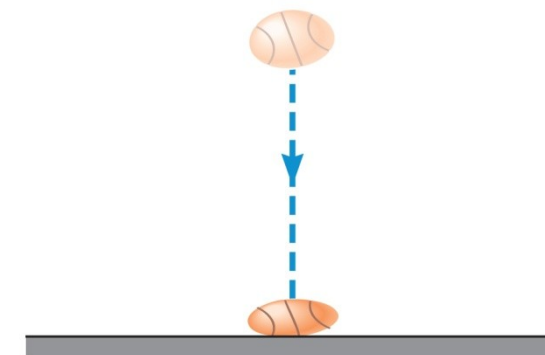
**Nelastični sudar** — sudar pri kojem ukupna kinetička energija sustava nakon sudara **nije** jednaka ukupnoj kinetičkoj energiji sustava prije sudara; ako tijela nakon sudara ostanu slijepljena, sudar nazivamo potpuno nelastičnim.



(a) elastični sudar



(b) neelastični sudar



(c) potpuno nelastični sudar

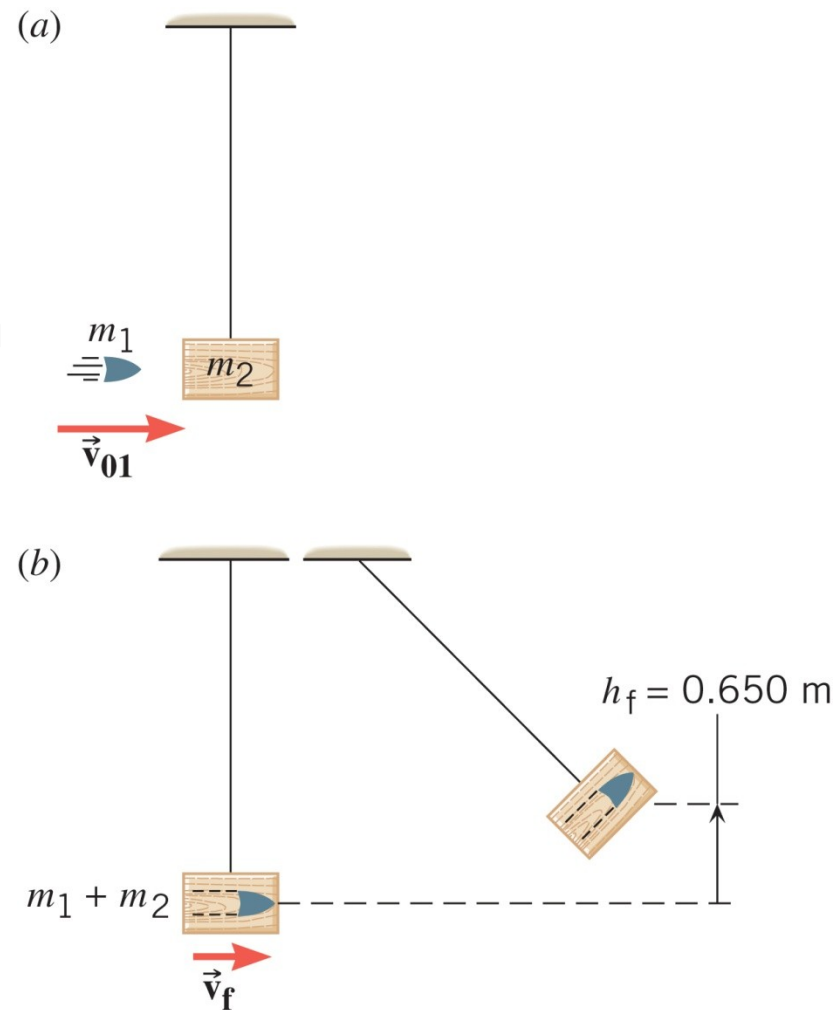
WILEY

## 7.3 Sudari u jednoj dimenziji

### Primjer 8 Balističko njihalo

Masa drvenog bloka je 2,50 kg, a masa zrna 0,0100 kg. Najveća visina koju blok dosegne, s obzirom na početni položaj, je 0,650 m.

Odredite početnu brzinu zrna.



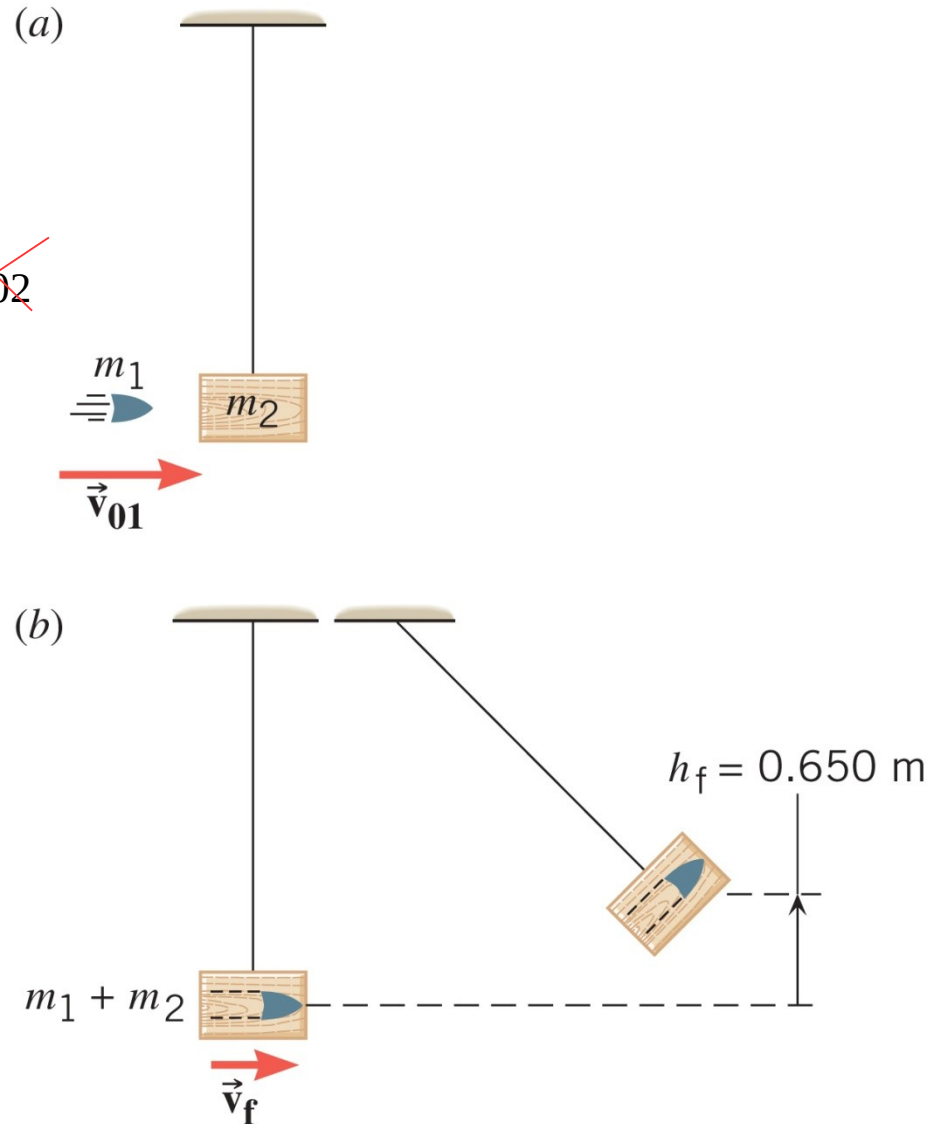
### 7.3 Sudari u jednoj dimenziji

Za sudar primijenimo zakon očuvanja količine gibanja:

$$m_1 \cdot v_{f1} + m_2 \cdot v_{f2} = m_1 \cdot v_{01} + m_2 \cdot v_{02}$$

$$(m_1 + m_2) \cdot v_f = m_1 \cdot v_{01}$$

$$v_{01} = \frac{(m_1 + m_2) \cdot v_f}{m_1}$$



## 7.3 Sudari u jednoj dimenziji

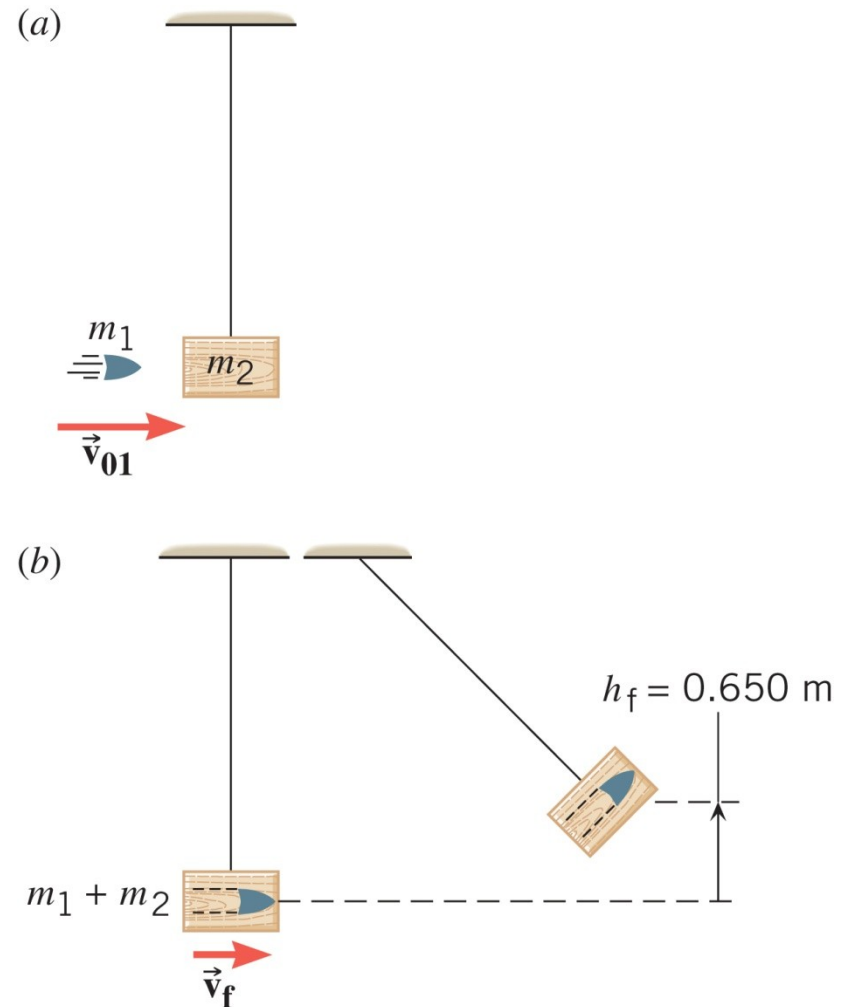
Za njihanje primijenimo zakon očuvanja energije:

$$m g h = \frac{m \cdot v^2}{2}$$

$$\cancel{(m_1 + m_2)} g h_f = \frac{\cancel{(m_1 + m_2)} \cdot v_f^2}{2}$$

$$g h_f = \frac{1}{2} v_f^2$$

$$v_f = \sqrt{2 g h_f} = \sqrt{2 \cdot 9,80 \text{ m/s}^2 \cdot 0,650 \text{ m}}$$

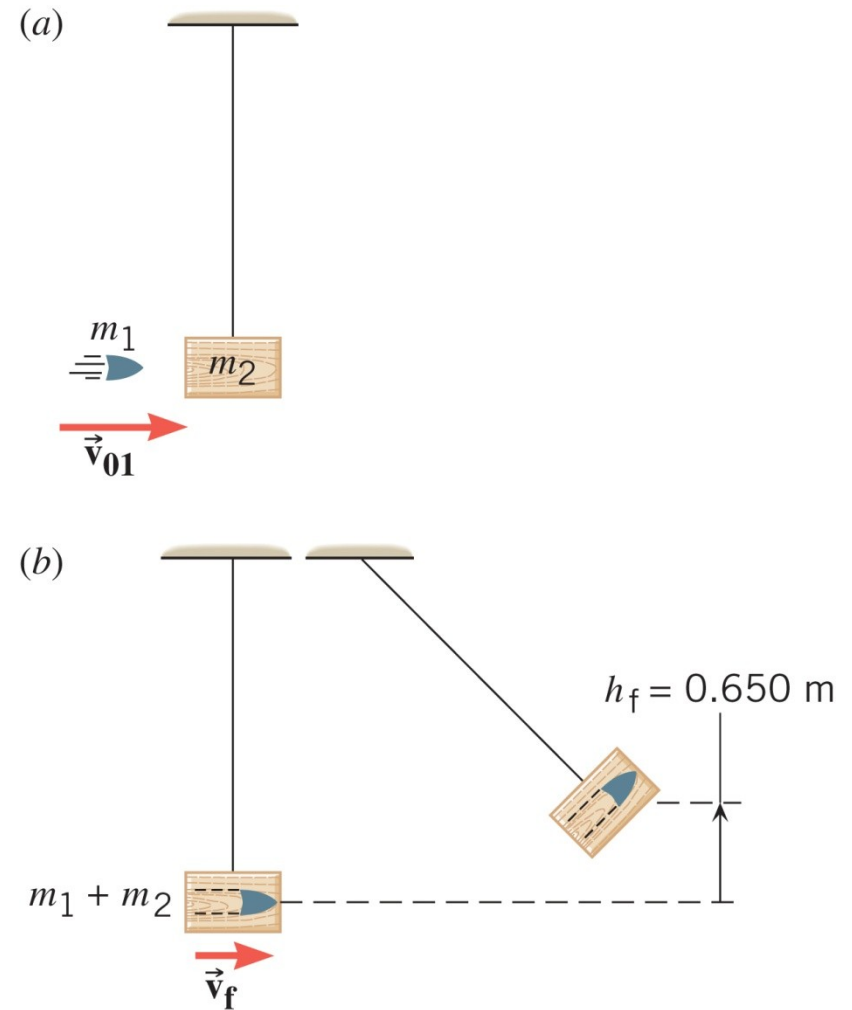


### 7.3 Sudari u jednoj dimenziji

$$v_f = \sqrt{2 \cdot 9,80 \text{ m/s}^2 \cdot 0,650 \text{ m}}$$

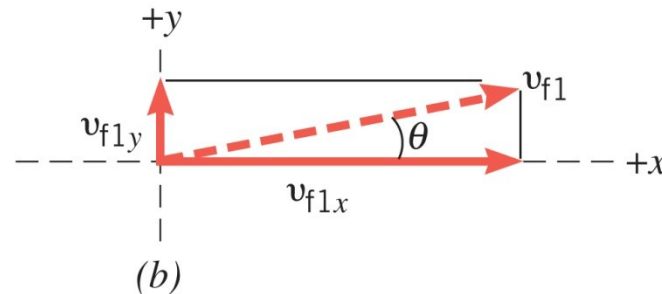
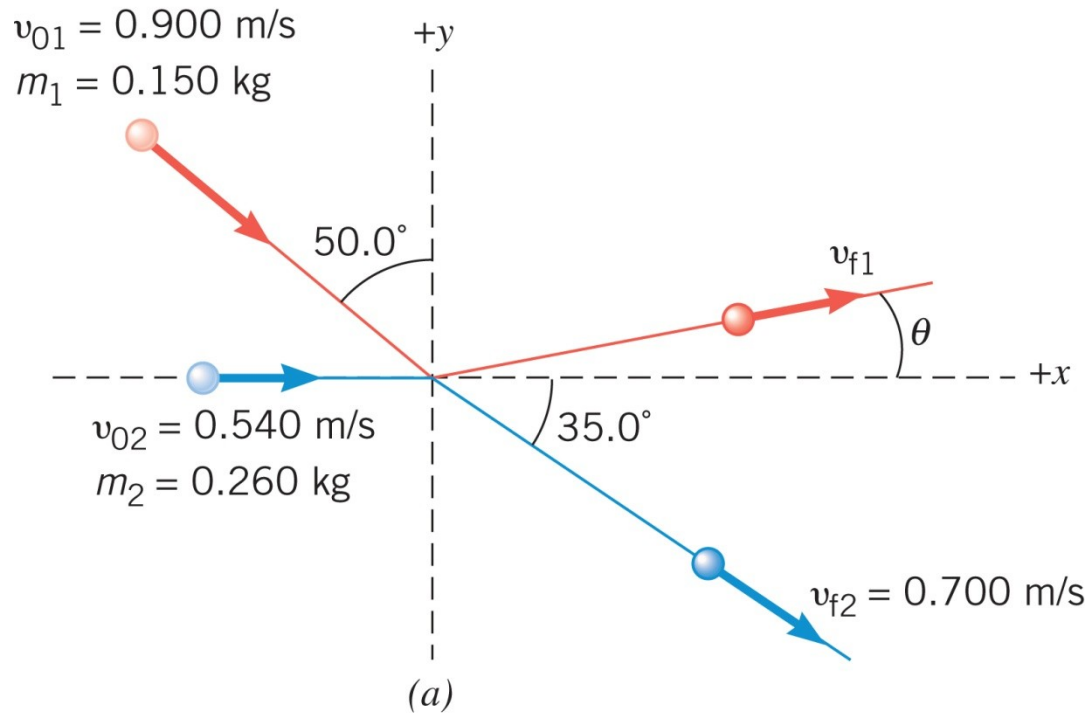
$$v_{01} = \frac{(m_1 + m_2) v_f}{m_1}$$

$$v_{01} = +896 \text{ m/s}$$



## 7.4 Sudari u dvije dimenzije

### Sudar u dvije dimenzije

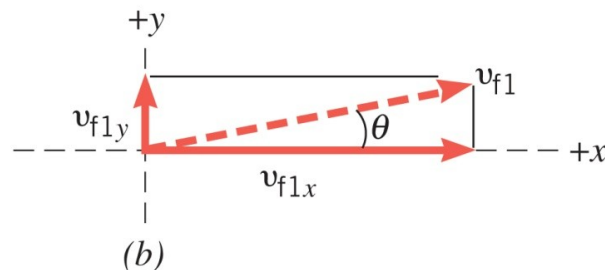
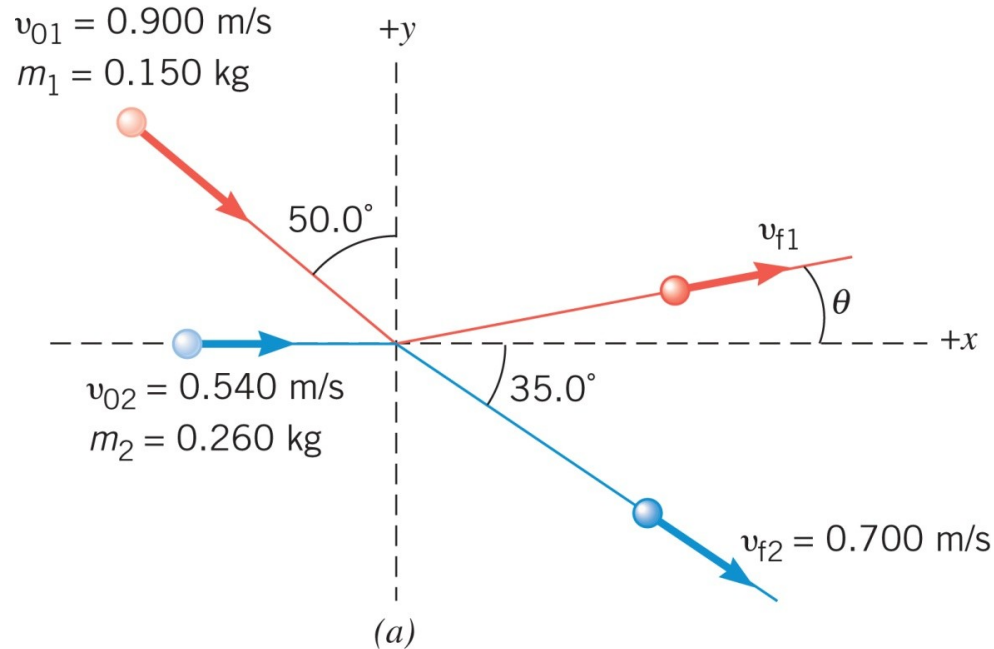




## 7.4 Sudari u dvije dimenzije

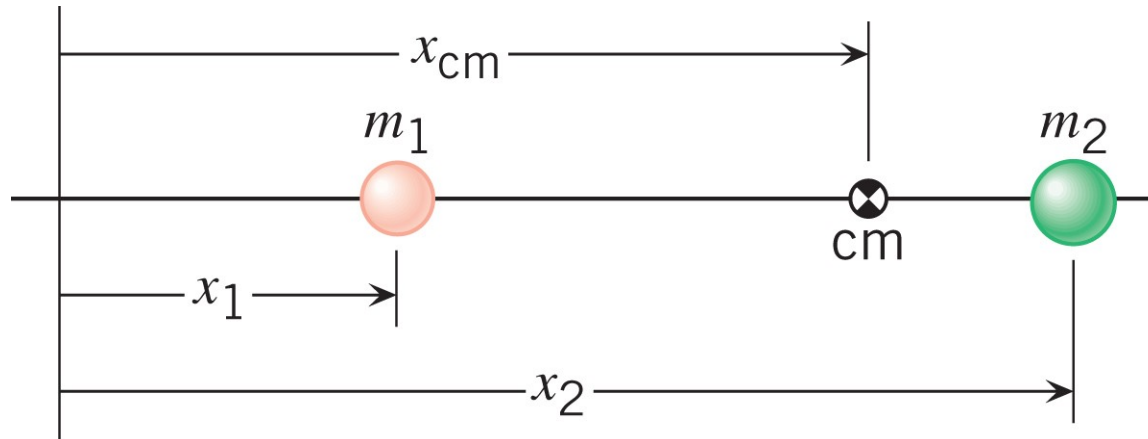
$$m_1 \cdot v_{f1x} + m_2 \cdot v_{f2x} = m_1 \cdot v_{01x} + m_2 \cdot v_{02x}$$

$$m_1 \cdot v_{f1y} + m_2 \cdot v_{f2y} = m_1 \cdot v_{01y} + m_2 \cdot v_{02y}$$



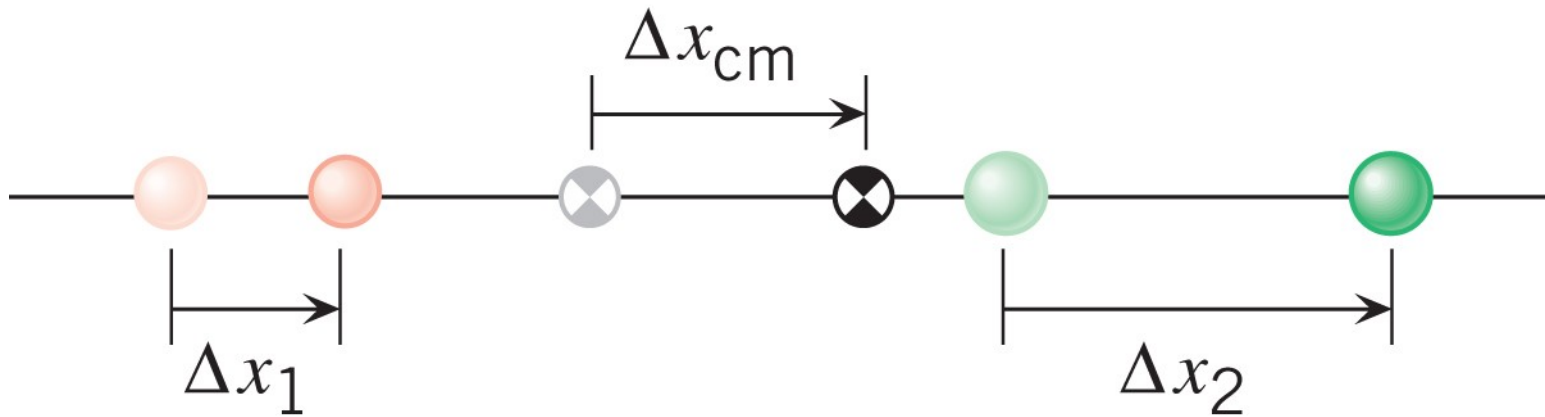
## 7.5 Središte mase

Središte mase je točka koja predstavlja prosječno mjesto na kojem je smještena ukupna masa sustava.



$$x_{cm} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$$

## 7.5 Središte mase



$$\Delta x_{\text{cm}} = \frac{m_1 \cdot \Delta x_1 + m_2 \cdot \Delta x_2}{m_1 + m_2}$$



$$v_{\text{cm}} = \frac{m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2}{m_1 + m_2}$$

WILEY

## 7.5 Središte mase

$$v_{\text{cm}} = \frac{m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2}{m_1 + m_2}$$

U zatvorenom sustavu, ukupna se količina gibanja ne mijenja pa se ne mijenja ni brzina središta mase.

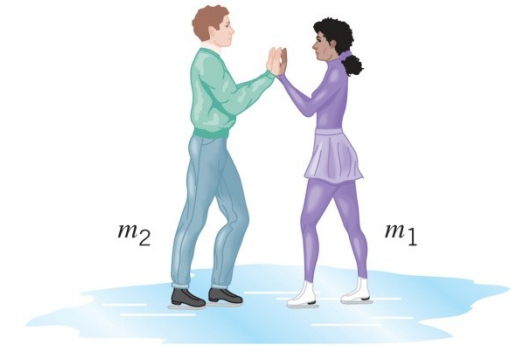
## 7.5 Središte mase

PRIJE

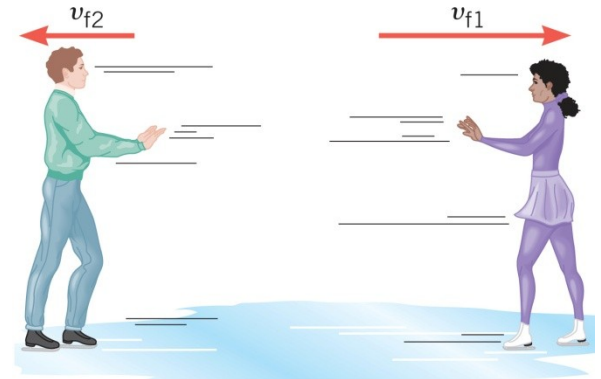
$$v_{\text{cm}} = \frac{m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2}{m_1 + m_2} = 0$$

POSLIJE

$$v_{\text{cm}} = \frac{88 \text{ kg} \cdot (-1,5 \text{ m/s}) + 54 \text{ kg} \cdot (+2,5 \text{ m/s})}{88 \text{ kg} + 54 \text{ kg}} = 0$$



(a) prije nego se odgurnu



(b) nakon što se odgurnu

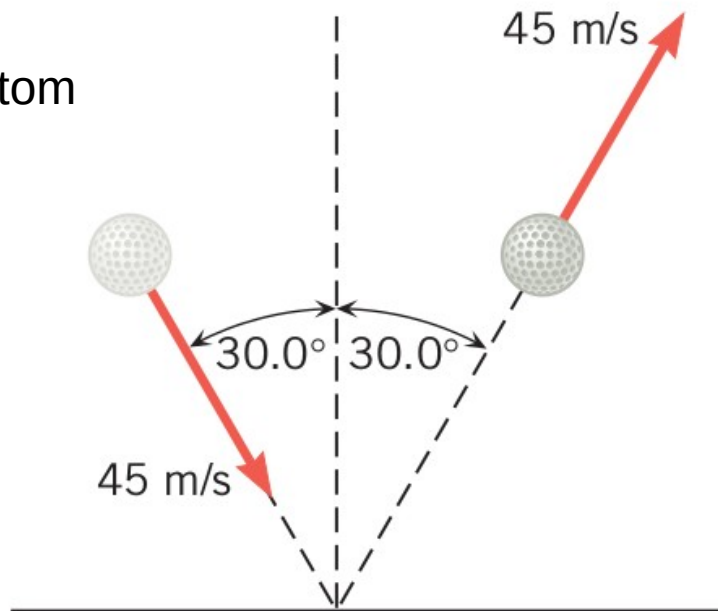
WILEY

# ZADACI ZA VJEŽBU

1. Pri testiranju performanci, dva različita automobila za isto ubrzanje (od mirovanja do brzine 27 m/s) trebaju 9,0 s. Prvi automobil ima masu 1400 kg, a drugi 1900 kg. Kolika je bila prosječna sila koja je svakom od tih automobila dala ubrzanje?  
**RJEŠENJE: 4200 N; 5700 N**

2. Košarkaška lopta (mase 0,60 kg) slobodno pada. Prije udarca o pod količina gibanja joj je 3,1 kg m/s. S koje je visine lopta ispuštena?  
**RJEŠENJE: 1,4 m**

3. Loptica za golf udari u ravni, tvrdi pod pod kutom od 30 stupnjeva i odbije se pod istim kutom. Masa loptice je 0,047 kg, a njezina brzina neposredno prije udara je 45 m/s. Odredite impuls sile poda. Težinu loptice zanemarite.  
**RJEŠENJE: 3,7 N s**



## ZADACI ZA VJEŽBU

4. Batman (mase 91 kg) skače s mosta ravno dolje na čamac (mase 510 kg) koji se giba brzinom 11 m/s. Kojom će se brzinom čamac gibati nakon što batman padne na njega?

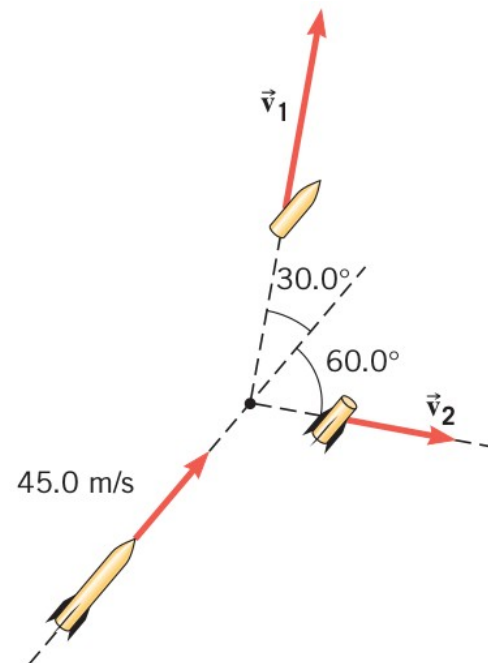
**RJEŠENJE: 9,3 m/s**

5. Dvije zvijezde dvojnog sustava zvijezda orbitiraju oko zajedničkog središta mase. Središta zvijezda međusobno su udaljena  $7,17 \cdot 10^{11}$  m. Veća zvijezda ima masu  $3,70 \cdot 10^{30}$  kg, a od zajedničkog središta je udaljena  $2,08 \cdot 10^{11}$  m. Kolika je masa manje zvijezde?

**RJEŠENJE:  $1,51 \cdot 10^{30}$  kg**

6. Raketa za vatromet giba se brzinom od 45,0 m/s. U jednom se trenutku raketa raspadne na dva dijela jednakih masa, koji se razlete kao što je prikazano na slici. Odredite brzine pojedinih fragmenata rakete.

**RJEŠENJE: 77,9 m/s; 45,0 m/s**



## ZADACI ZA VJEŽBU

7. Molekula ugljikovog monoksida sastoji se od jednog atoma ugljika i jednog atoma kisika, koji su međusobno udaljeni  $1,13 \cdot 10^{-10}$  m. Omjer masa atoma ugljika i kisika je 0,750. Koliko je središte mase molekule udaljeno od atoma ugljika?  
**RJEŠENJE:  $6,46 \cdot 10^{-11}$  m**

8. Osoba mase 60,0 kg, koja trči po vodoravnoj podlozi brzinom 3,80 m/s, skoči na mirne saonice čija je masa 12,0 kg. (a) Kojom se brzinom počinju gibati saonice (zajedno s osobom na njima)? (b) Izračunajte faktor trenja između saonica i snijega ako se saonice zaustave nakon 30,0 m klizanja?  
**RJEŠENJE: 3,17 m/s; 0,0171**

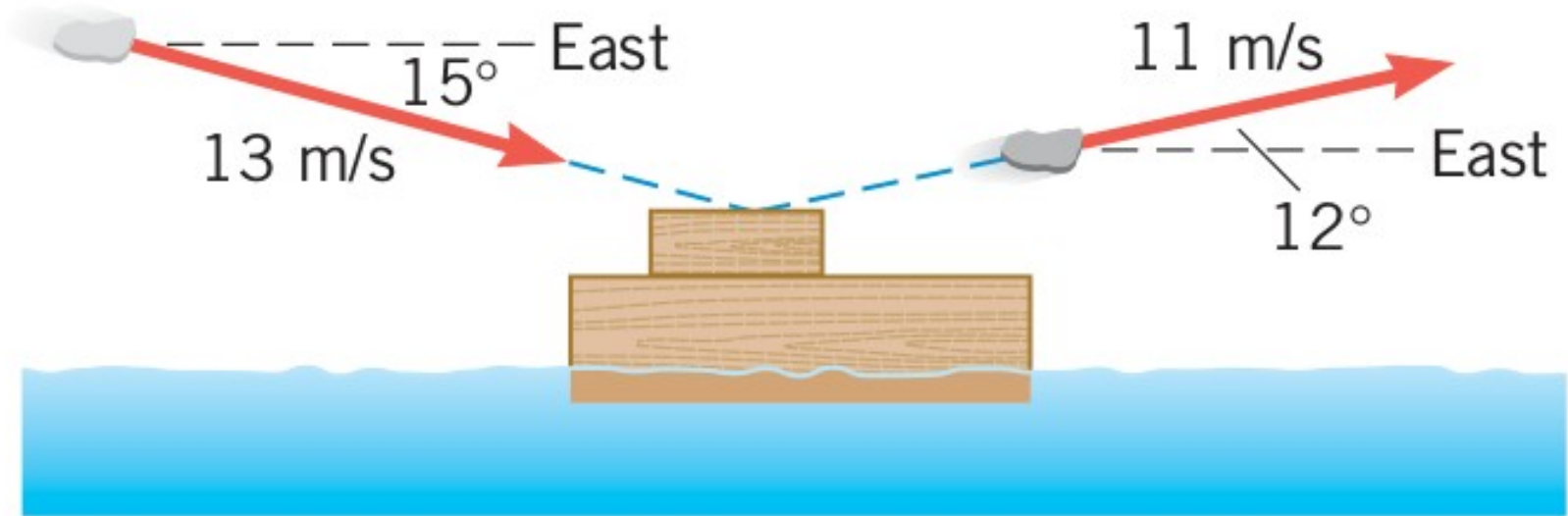
9. Elektron se elastično sudara s mirnim atomom vodika. Masa vodikovog atoma je 1837 puta veća od mase elektrona. Pretpostavite da se sva gibanja, prije i poslije sudara, odvijaju na istom pravcu. Koliki je omjer kinetičke energije vodikovog atoma nakon sudara i kinetičke energije elektrona prije sudara?  
**RJEŠENJE:  $2,175 \cdot 10^{-3}$**



## ZADACI ZA VJEŽBU

10. Djevojčica baca plosnate kamenčice na mirnu površinu jezera (radi "žabice"). Jedan kamen (mase 0,072 kg) slučajno pogodi brod igračku koji je mirovao na površini. Nakon pogotka njegova brzina, u smjeru istoka, je 2,1 m/s. Kolika mu je masa? Zanemarite silu otpora vode. Brzine i smjerovi kamena prije i poslije udara prikazani su na slici.

**RJEŠENJE: 0,062 kg**



# PITANJA ZA PONAVLJANJE

1. Količina gibanja
2. Impuls sile
3. Veza impulsa sile i količine gibanja
4. Zračni jastuk
5. Elastični sudar
6. Neelastični sudar
7. Zakon očuvanja količine gibanja
8. Centar mase
9. Brzina centra mase
10. Dva zakona očuvanja za rješavanje sudara