



Građevinski fakultet J. J. Strossmayera u Osijeku
Zavod za materijale i konstrukcije
Prednapeti beton

PRIMJER PRORAČUNA SPREGNUTOG PREDNAPETOG NOSAČA

Predmetni nastavnik:

izv. prof. dr. sc. Damir Varevac, dipl. ing. građ.

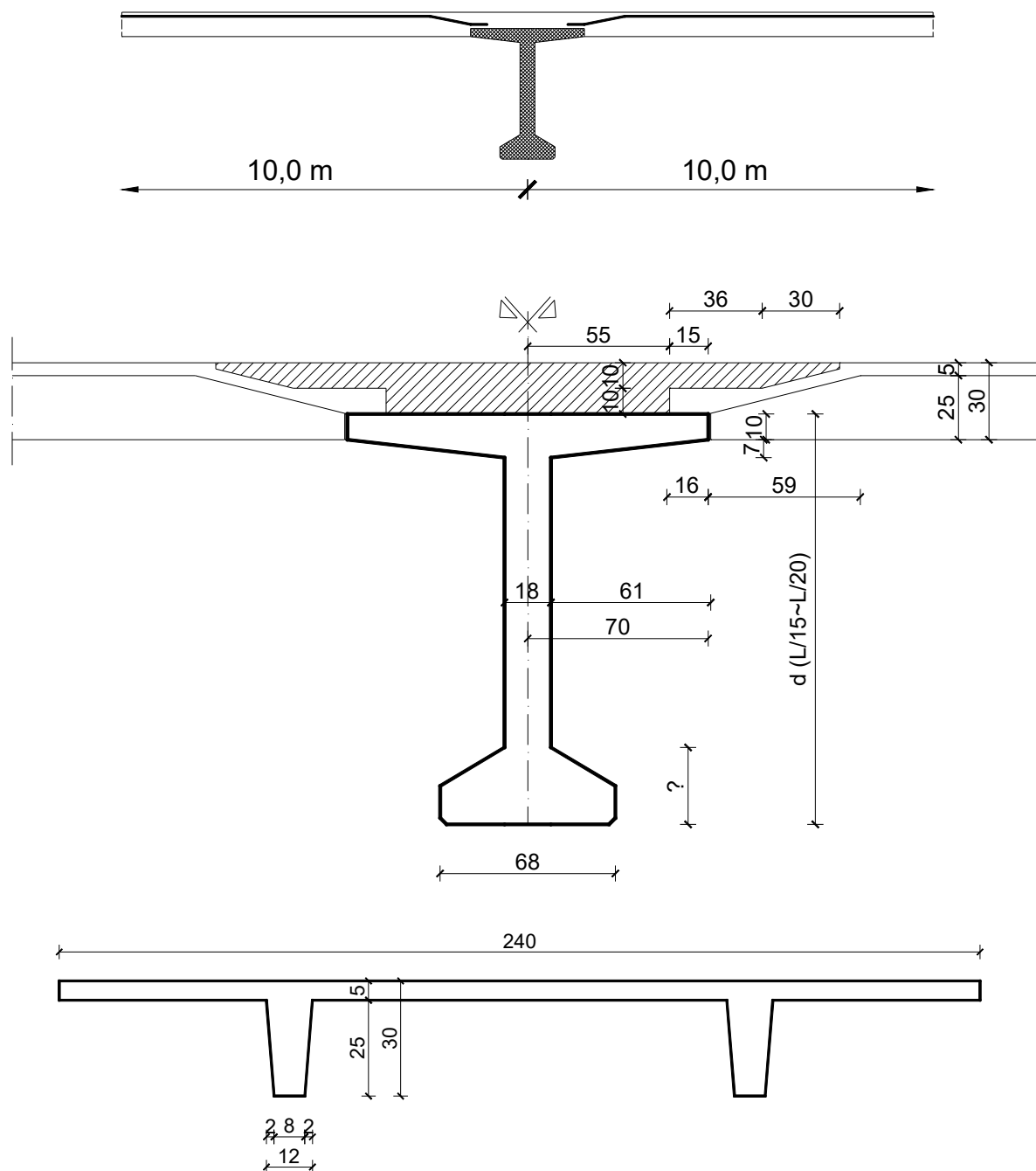
Asistent:

doc. dr. dr. Hrvoje Draganić, dipl. ing. građ.

Osijek, 2017.

ZADATAK

Potrebno je proračunati prethodno izrađeni prednapeti glavni stropni nosač proizvodne hale naknadno spregnut s poprečnim stropnim nosačima betonom ugrađenim u spojni žlijeb. Nakon očvrsnuća spojnog betona taj se beton zajedno s krajevima stropnih nosača uključuje u presjek spregnutog nosača. Napinjanje natega izvodi se u jednom navratu (fazi) uz primjenu djelomičnog prednapinjanja.



Slika 1. – Glavni i poprečni nosač; međusobni odnos i poprečni presjeci

ZADANO:

- raspon glavnog nosača: $L = 24,0 \text{ m}$
- poprečni razmak glavnih nosača (raspon poprečnih nosača): $I = 10,0 \text{ m}$
- beton glavnog nosača: C40/50
- spojni beton: C30/37
- natege: tipa DSI, Y1860 (oznaka 5905-5 užiadi poprečnoga presjeka 100 mm^2 (svako; u jednoj cijevi)
- nenapeta armatura (uzdužna i poprečna): B500B (rebrasta armatura poboljšane kvalitete)
- napinjanje natega pri starosti betona od: 14 dana
- promjenjivo (korisno) opterećenje: $6,0 \text{ kN/m}^2$
- dio promjenjivog opterećenja koji djeluje s najvećom učestalosti: 40% ($k_p = 0,4$)
- primjenjujemo djelomično prednapinjanje: prednapinjemo za puno stalno opterećenje i 40% promjenjivog

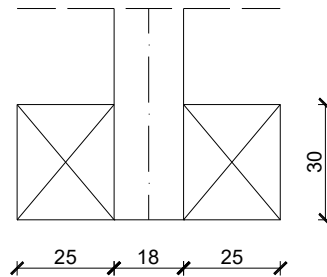
ODREDITI:

- opterećenje i rezne sile,
- potrebne izmjere i geometrijske pokazatelje poprečnoga presjeka,
- veličinu i položaj sile prednapinjanja,
- prostorni tijek natega,
- gubitak sile od trenja i prokliznuća klina te elastičnoga skraćanja betona,
- padove naprezanja zbog skupljanja i puzanja betona te opuštanja čelika,
- rubna naprezanja u polovištu raspona,
- potrebnu ploštinu nenapete armature iz uvjeta zajamčenja granične nosivosti,
- provjeriti djelovanje poprečnih sila pri napinjanju natega, u uporabnom stanju i graničnom stanju nosivosti,
- armaturu protiv sila cijepanja.

1 OPTEREĆENJE I REZNE SILE

1.1 Vlastita masa nosača

Izmjere poprečnoga presjeka nisu sve zadane pa ih moramo procijeniti. Uzet ćemo da je $d = \frac{L}{15}$, tj. $d = \frac{24}{15} = 1,60m$ te da je donja pojasnica kao što je predloženo na Slici 2. Ova pretpostavka služi i za lakše približno određivanje položaja težišta presjeka.



Slika 2. – Shema donje pojasnice glavnoga nosača

$$A = 0,18 \cdot 1,6 + 0,61 \cdot 0,07 + 2 \cdot (0,61 \cdot 0,1 + 0,25 \cdot 0,3) = 0,603 m^2$$

$$g_0 = 0,603 \cdot 25,0 = 15,1 kN / m$$

$$M_{g_0} = 0,125 \cdot 24,0^2 \cdot 15,1 = 1087 kNm$$

1.2 Dobetonirani dio i stropni nosači

$$A_{p1} = 2 \cdot (0,55 \cdot 0,20 + 0,36 \cdot 0,1) + 0,3 \cdot (0,1 + 0,03) = 0,331 m^2$$

$$g_{p1} = 0,331 \cdot 25,0 = 8,3 kN / m \rightarrow ploča$$

$$A_n = 2,4 \cdot 0,05 + (0,08 + 0,12) \cdot 0,25 = 0,17 m^2$$

$$g_n = \frac{0,17}{2,4} \cdot 25,0 \cdot (10,0 - 2 \cdot 0,65) = 15,4 kN / m \rightarrow \text{poprečni nosač}$$

$$\Delta g_1 = 8,3 + 15,4 = 23,7 kN / m \rightarrow \text{ploča} + \text{poprečni nosač}$$

$$M_{\Delta g_1} = \frac{\Delta g_1 \cdot l^2}{8} = \frac{23,7 \cdot 24,0^2}{8} = 1706 kNm$$

1.3 Preostalo stalno opterećenje

Ovdje pripadaju izolacijski slojevi, pod i instalacije (a ponekad i ovješene stropne maske).

$$\Delta g_2 = 0,5 \cdot 10,0 = 5,0 kN / m \rightarrow 0,5 kN / m^2 \text{ je procijenjena veličina}$$

$$M_{\Delta g_2} = 360 kNm$$

1.4 Promjenjivo (korisno) opterećenje

$$p = 6,0 \cdot 10,0 = 60,0 \text{ kN / m}$$

$$M_p = 4320 \text{ kNm}$$

Ovo opterećenje, međutim, ne djeluje uvijek u punom iznosu. Uzimamo da je dio ovog opterećenja s najvećom učestalošću 40% pa je $k_p = 0,4$:

$$k_p \cdot M_p = 0,4 \cdot 4320 = 1728 \text{ kNm} .$$

2 POTREBNE IZMJERE POPREČNOGA PRESJEKA

Polazi se od uvjetnih jednadžbi za naprezanja na donjem odnosno gornjem rubu presjeka.

- donji rub (stanje napinjanja)

$$\frac{P}{A_0} \cdot \left(1 + \frac{e_0}{j_{g0}}\right) - \frac{M_{g0}}{W_{d0}} - f_{tn} = 0 \rightarrow \text{djeluje samo sila napinjanja i vlastita težina}$$

- donji rub (uporabno stanje)

$$\frac{\eta_1 \cdot P}{A_0} \cdot \left(1 + \frac{e_0}{j_{g0}}\right) - \frac{M_{g0} + M_{\Delta g_1}}{W_{d0}} - \frac{\Delta \eta \cdot P}{A_s} \cdot \left(1 + \frac{e_s}{j_{gs}}\right) - \frac{M_{\Delta g_2} + k_p \cdot M_p}{W_{ds}} = 0$$

Značenje oznaka:

P - sila prednapinjanja u promatranom presjeku,

A_0 - ploština osnovnog poprečnog presjeka (prethodno izrađeni nosač),

j_{g0} - gornji odsječak jezgre osnovnoga presjeka,

e_0 - udaljenost između težišta svih natega i težišta osnovnoga presjeka,

W_{d0} - moment otpora osnovnog presjeka obzirom na donji rub,

f_{tn} - dopušteno tlačno naprezanje u stanju napinjanja,

η_1 - koeficijent priraštaja pada sile prednapinjanja izazvana skupljanjem i puzanjem betona te opuštanjem (relaksacijom) čelika do trenutka očvrsnuća naknadno izbetoniranoga dijela

$\Delta \eta$ - koeficijent pada sile prednapinjanja od trenutka očvrsnuća naknadno izbetoniranog dijela do konačne vrijednosti,

A_s - ploština presjeka spregnutog nosača,

e_s - udaljenost između težišta svih natega i težišta spregnutog presjeka,

j_{gs} - gornji odsječak jezgre spregnutog presjeka,

W_{ds} - moment otpora spregnutog presjeka obzirom na donji rub.

Valja uočiti da se u drugoj jednadžbi pojavljuje dopustivo vlačno naprezanje. To je zato što primjenjujemo tzv. djelomično prednapinjanje, tj. takvo da pri djelovanju momenta od svih stalnih opterećenja i dijela momenta od promjenjivog opterećenja, $k_p \cdot M_p$ tlačno naprezanje na donjem rubu presjeka izazvano prednapinjanjem iščezava. Ovaj moment zove se momentom rastlačenja ili dekompresije. Prva dva člana odnose se na osnovni presjek

nosača (presjek prethodno izrađenog nosača), a druga dva na spregnuti nosač (prethodno izrađeni nosač plus dobetonirani dio).

Ako se jednačba za uporabno stanje preuredi tako da se u njoj geometrijske značajke presjeka koje se odnose na spregnuti presjek izraze pomoću onih za osnovni presjek, dobiti će se:

$$\frac{\eta_1 \cdot P}{A_0} \cdot \left(1 + \frac{e_0}{j_{g0}}\right) \cdot \left\{1 - \frac{\Delta\eta}{\eta_1} \cdot \frac{A_0}{A_s} \cdot \frac{1 + \frac{e_s}{j_{gs}}}{1 + \frac{e_0}{j_{g0}}}\right\} - \frac{M_{g0} + M_{\Delta g_1}}{W_{d0}} - \frac{M_{\Delta g_2} + k_p \cdot M_p}{W_{d0}} \cdot \frac{W_{d0}}{W_{ds}} = 0.$$

Izraz u drugoj (velikoj) zagradi prvoga člana sadrži koeficijente pada sile i geometrijske veličine presjeka. Može se pokazati da za uvriježene odnose osnovnog i dobetoniranog dijela presjeka njegova vrijednost varira u veoma uskim granicama (između 0,84 i 0,9). Označiti ćemo ga s ψ_d . U trećem se članu pojavljuje omjer momenta otpora osnovnog i spregnutog presjeka koji ćemo označiti s r_{wd} . Uz ove zamjene jednačba poprima sljedeći oblik.

$$\frac{\eta_1 \cdot \psi_d \cdot P}{A_0} \cdot \left(1 + \frac{e_0}{j_{g0}}\right) - \frac{M_{g0} + M_{\Delta g_1} + r_{wd} \cdot (M_{\Delta g_2} + k_p \cdot M_p)}{W_{d0}} = 0.$$

Usporedi li se ova jednačba s onom za stanje napinjanja vidjet će se da su im prvi članovi slično građeni. Ovo se može iskoristiti za isključivanje dviju nepoznanica – treba samo prvu jednačbu pomnožiti s $\eta_1 \cdot \psi_d$ i to što se dobije odbiti od druge jednačbe. Tako se dobije:

$$\frac{(1 - \eta_1 \cdot \psi_d) \cdot M_{g0} + M_{\Delta g_1} + r_{wd} \cdot (M_{\Delta g_2} + k_p \cdot M_p)}{W_{d0}} - \eta_1 \cdot \psi_d \cdot f_{tn} = 0$$

Odavdje se može izravno dobiti potrebna veličina momenta otpora osnovnoga presjeka obzirom na donji rub:

$$W_{d0} = \frac{(1 - \eta_1 \cdot \psi_d) \cdot M_{g0} + M_{\Delta g_1} + r_{wd} \cdot (M_{\Delta g_2} + k_p \cdot M_p)}{\eta_1 \cdot \psi_d \cdot f_{tn}}$$

Na potpuno jednak način može se dobiti potreban moment otpora osnovnog presjeka obzirom na gornji rub:

$$W_{g0} = \frac{(1 - \eta_1 \cdot \psi_g) \cdot M_{g0} + M_{\Delta g_1} + r_{ws} \cdot (M_{\Delta g_2} + M_p)}{f_{tk} + \eta_1 \cdot \psi_g \cdot f_{vn}}$$

Nove su oznake analogne prethodnima. U gornjoj se jednačbi ne pojavljuje k_p uz M_p . Načela na kojima počiva ovaj postupak vrijede do trenutka raspucavanja betona na donjem

rubu. Međutim, za praktične potrebe može su uzeti da vrijedi i za cijelo područje radnih naprezanja, pa je u tom smislu gornji izraz ispravan.

Uspostavimo vezu između momenta otpora i ploštine presjeka s pomoću Guyon-ova koeficijenta djelotvornosti presjeka:

$$\rho = \frac{J_d + J_g}{d} = \frac{W_g + W_d}{A \cdot d}$$

U produžetku jednadžbe odsječci jezgre izraženi su pomoću momenta otpora i ploštine presjeka. Kao što je već rečeno, najčešće su oblik i visina presjeka zadani pa je prema tome poznata i vrijednost (približna) koeficijenta djelotvornosti presjeka. Zahvaljujući tomu možemo iz gornje jednadžbe neposredno izračunati potrebnu ploštinu presjeka:

$$A = \frac{W_g + W_d}{d \cdot \rho}$$

Sada još treba izraziti nepoznati moment tromosti pomoću poznatih momenata otpora presjeka:

$$I = W_d \cdot y_d, \quad \text{odnosno} \quad I = W_g \cdot y_g.$$

Udaljenost težišta od donjeg ruba presjeka, y_d , možemo izraziti kao $d - y_g$, a y_g kao $\frac{I}{W_g}$. Iz

toga slijedi da je:

$$I = W_d \cdot (d - y_g) = W_d \cdot \left(d - \frac{I}{W_g} \right)$$

Odakle se može neposredno izračunati potrebni moment tromosti:

$$I = \frac{W_d \cdot W_g}{W_d + W_g} \cdot d$$

Napokon, ostaju jednadžbe iz kojih se određuju nepoznate sastavnice presjeka. Uzimamo, radi jednostavnosti, da su nepoznate dvije veličine, širina i visina donje pojasnice: b_d i d_d . Ako ima još koja nepoznanica, postupak je načelno jednak – treba samo postaviti dodatne uvjete jednadžbe zbog čega se znatno povećava opseg računanja. Ploština poprečnoga presjeka izražava se jednostavno:

$$A = b_0 \cdot d + (b_d - b_0) \cdot d_d + (b_g - b_0) \cdot d_g,$$

A moment tromosti računamo služeći se Steinerovim stavkom:

$$I = \frac{1}{12} \cdot \left[(b_0 \cdot d^3) + (b_d - b_0) \cdot d_d^3 + (b_g - b_0) \cdot d_g^3 \right] + b_0 \cdot d \cdot (y_d - 0,5 \cdot d)^2 + (b_d - b_0) \cdot d_d \cdot (y_d - 0,5 \cdot d_d)^2 + (b_g - b_0) \cdot d_g \cdot (d - y_d - 0,5 \cdot d_g)^2$$

U ovom se izrazu pojavljuje još jedna nepoznata veličina: udaljenost težišta od donjeg ruba presjeka. Ona se može lako izračunati iz jednadžbe za statički moment presjeka obzirom na donji rub zahvaljujući jednom dopustivom pojednostavljenju:

$$S_d = 0,5 \cdot b_0 \cdot d^2 + 0,5 \cdot (b_d - b_0) \cdot d_d^2 + \left[(b_g - b_0) \cdot (d - 0,5 \cdot d_g) \right] \cdot d_g$$

Drugi se pribrojnik u ovoj jednadžbi može zanemariti (kvadrat male veličine pomnožen s polovinom druge također male veličine), pa se y_d može neposredno izračunati:

$$y_d = \frac{S_d}{A}$$

Sada su u izrazu za moment tromosti ostale samo dvije nepoznanice kao i u izrazu za ploštinu presjeka pa ih možemo izračunati rješavanjem ovih dviju jednadžba. Na kraju, shematizirani se presjek pretvara u stvarni u skladu s izvedbenim uvjetima, pri čemu se pojedine izmjere zaokružuju na **cijele centimetre**.

Udaljenost težišta od ruba presjeka može se izračunati i pomoću momenta otpora, ako i ne znamo moment tromosti. Polazi se od istih odnosa iz kojih je izračunat moment tromosti:

$$y_d = \frac{I}{W_d} = \frac{W_g \cdot y_g}{W_d} = \frac{W_g \cdot (d - y_d)}{W_d}$$

Odvajanjem nepoznanica dobiva se

$$y_d \cdot \left(1 + \frac{W_g}{W_d} \right) = \frac{W_g \cdot d}{W_d},$$

odakle je:

$$y_d = \frac{W_d \cdot d}{W_d + W_g}.$$

Primjenimo izloženi postupak na naš primjer. Uzet ćemo da je $\eta_f = 0,9$; $\psi_d = 0,85$; $r_{wd} = 0,8$ i nadalje $\psi_g = 0,9$; $r_{wg} = 0,6$. Dopustiva naprezanja predložena su u **Tablici 1**.

Tablica 1. – Dopustiva naprezanja u trenutku napinjanja i korištenja

C 30/37 (napinjanje)		C 40/50 (korištenje)	
$f_{tn} \text{ (N/mm}^2\text{)}$	$f_{vn} \text{ (N/mm}^2\text{)}$	$f_{tk} \text{ (N/mm}^2\text{)}$	$f_{vk} \text{ (N/mm}^2\text{)}$
$0,6 \cdot 30 = 18,0$	$0,3 \cdot \sqrt[3]{f_{ck}^2} = 0,3 \cdot \sqrt[3]{30^2} = 2,9$	$0,45 \cdot 40 = 18,0$	$0,3 \cdot \sqrt[3]{f_{ck}^2} = 0,3 \cdot \sqrt[3]{40^2} = 3,5$

Napomena: Uzima se da je u trenutku napinjanja beton dosegnuo C 30/37.

Budući da su izrazi za potrebne momente otpora veliki, posebno ćemo izračunati vrijednosti brojnika, a posebno vrijednosti nazivnika.

$$B_{wd} = (1 - 0,9 \cdot 0,85) \cdot 1,087 + 1,706 + 0,8 \cdot (0,360 + 1,728) = 3,631 \text{ MNm}$$

$$N_{wd} = 0,9 \cdot 0,85 \cdot 18,0 = 13,77 \text{ MN / m}^2$$

$$W_{d0} = \frac{3,631}{13,77} = 0,264 \text{ m}^3$$

$$B_{wg} = (1 - 0,9 \cdot 0,9) \cdot 1,087 + 1,706 + 0,6 \cdot (0,360 + 4,320) = 4,720 \text{ MNm}$$

$$N_{wg} = 18,0 + 0,9 \cdot 0,6 \cdot 2,9 = 19,566 \text{ MN / m}^2$$

$$W_{g0} = \frac{4,720}{19,566} = 0,241 \text{ m}^3$$

Da bismo izračunali potrebnu ploštinu presjeka moramo pretpostaviti veličinu Guyonova koeficijenta djelotvornosti. Za presjeke ovakva oblika on se kreće između 0,55 i 0,63. Uzimamo da je $\rho = 0,58$. Tada je:

$$A_0 = \frac{0,241 + 0,264}{0,58 \cdot 1,6} = 0,544 \text{ m}^2.$$

Dobivena vrijednost manja je od stvarne, ali to je zato što je gornja pojasnica preširoka (iz drugih razloga).

Izračunajmo potrebni moment tromosti osnovnoga presjeka:

$$I_0 = \frac{0,241 \cdot 0,264}{0,241 + 0,264} \cdot 1,6 = 0,202 \text{ m}^4.$$

Budući da je potrebni moment otpora obzirom na donji rub presjeka veći nego onaj obzirom na gornji, a za predloženi presjek očito vrijedi obrnuto, uputno je u jednadžbe za A_0 i I_0 iz kojih će se izračunati b_d uvrstiti ne naprijed izračunate vrijednosti nego nešto veće. Za A_0 uzet

ćemo približnu vrijednost iz točke 1.1., a upravo dobivenu vrijednost za l_0 povećati ćemo u istom omjeru.

$$I_0 = 0,202 \cdot \frac{0,603}{0,544} = 0,2239 m^4.$$

Valja najprije odrediti položaj težišta presjeka pomoću statičkog momenta presjeka obzirom na donji rub:

$$S_d = 0,5 \cdot 0,18 \cdot 1,6^2 + 0,5 \cdot 0,5 \cdot 0,3^2 + (1,4 - 0,18) \cdot 0,135 \cdot (1,6 - 0,5 \cdot 0,135) = 0,505 \text{ m}^3$$

$$y_d = \frac{0,505}{0.603} = 0,838m.$$

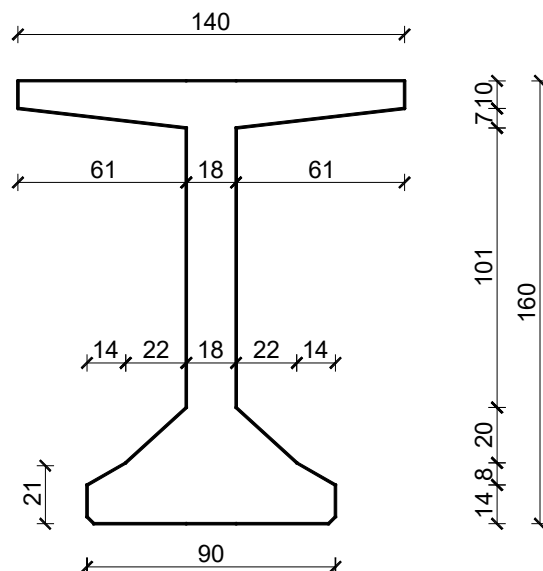
Sada jednađžbe za određivanje izmjera donje pojasnice glase:

$$0,603 = 0,18 \cdot 1,6 + (b_d - 0,18) \cdot d_d + (1,4 - 0,18) \cdot 0,135$$

$$0,2239 = \frac{1}{12} \cdot [0,18 \cdot 1,6^3 + (b_d - 0,18) \cdot d_d^3 + (1,4 - 0,18) \cdot 0,135^3] + 0,18 \cdot 1,6 \cdot (0,838 - 0,5 \cdot 1,6)^2 + \\ + (b_d - 0,18) \cdot d_d \cdot (0,838 - 0,5 \cdot d_d)^2 + (1,4 - 0,18) \cdot 0,135 \cdot (1,6 - 0,838 - 0,5 \cdot 0,135)^2$$

Rješenje ovih jednažbi su $d_d = 0,208m$ i $b_d = 0,896m$, odnosno nakon zaokruživanja na cio centimetar

$$d_d = 0,21m \text{ i } b_d = 0,9m.$$



Slika 3. – Poprečni presjek glavnog nosača s izračunatim izmjerama

Razmjerno velika potrebna širina donje pojasnice pokazuje da je trebalo odabrati veću visinu osnovnoga presjeka. Mi ćemo je u ovom primjeru zadržati. Uostalom, ona može biti i ograničena (iz tehnoloških, arhitektonskih i drugih razloga). Sada treba nacrtati presjek s

pravim izmjerama i izračunati sve geometrijske pokazatelje osnovnog i spregnutog presjeka (**Tablica 2.**). Budući da sprega između betona pokrovnoga nosača i dobetoniranog dijela nije posvuda pouzdana, pojednostavnit ćemo oblik dobetoniranog dijela na taj način što ćemo uzeti da je na potezu širine gornje pojasnice debeo 0,2 m, a na potezima širine 0,45 m uz rubove gornjega pojasa 0,1 m. Osim toga, valja uzeti u obzir činjenicu da su betoni prethodno izrađenoga nosača i dobetoniranoga dijela različiti:

- nosač: $E = 40000 \text{ N} / \text{mm}^2$

- dobetonirani dio: $E = 30000 \text{ N} / \text{mm}^2$

Omjer modula elastičnosti dvaju betona: $m = \frac{30}{40} = 0,75$

Tablica 2. – Geometrijske karakteristike osnovnog presjeka

Br. Ploštine	b	h	A	y_d	S_d	y_T	$y_T^2 \cdot A$	I_0
1	0,18	1,60	0,288	0,800	0,2304	0,007	0,0000	0,0614
2	0,72	0,14	0,101	0,070	0,0071	0,723	0,0527	0,0002
3	0,14	0,08	0,011	0,167	0,0019	0,626	0,0044	0,0000
4	0,22	0,08	0,035	0,180	0,0063	0,613	0,0132	0,0000
5	0,22	0,20	0,044	0,287	0,0126	0,506	0,0113	0,0000
6	0,61	0,10	0,122	1,550	0,1891	0,757	0,0700	0,0001
7	0,61	0,07	0,043	1,477	0,0631	0,684	0,0200	0,0000
$\Sigma A =$			0,644	$\Sigma S =$			0,1715	0,0617
							$I =$	0,2332

$$y_T = 0,793 \text{ m}$$

Tablica 3. – Geometrijske karakteristike spregnutog presjeka

Presjek	b	h	A	y_d	S_d	y_T	$y_T^2 \cdot A$	I_0
Osnovni	-	-	0,644	0,793	0,5106	0,2768	0,0493	0,2332
Dobetonirani dijelovi	1,40	0,20	0,2100	1,700	0,3570	0,6302	0,0834	0,0009
	0,90	0,10	0,0675	1,750	0,1181	0,6802	0,0312	0,0001
Spregnuti	--		0,9214		0,9857		0,1640	0,2342
							0,3982	

$$y_{Ts} = 1,0698 \text{ m}$$

y_d - udaljenost težišta od donjeg ruba

S_d - statički moment presjeka

y_T - udaljenost težišta dijela presjeka od težišta spregnutog presjeka.

Na kraju, napravimo preglednu križaljku svih potrebnih geometrijskih pokazatelja za osnovni i spregnuti presjek.

Tablica 4. – Geometrijske karakteristike

Presjek	A	I	y_d	y_g	$W_d=I/y_d$	$W_g=I/y_g$	$j_d=W_g/A$	$j_g=W_d/A$
Osnovni	0,644	0,2332	0,793	0,807	0,294	0,289	0,449	0,457
Spregnuti	0,9214	0,3982	1,0698	0,7302	0,372	0,545	0,592	0,404

3 VELIČINA I POLOŽAJ SILE PREDNAPINJANJA

Najprije treba proračunati moment savijanja od vlastite mase nosača.

$$g_0 = 0,644 \cdot 25,0 = 16,1 \text{ kN} / \text{m}$$

$$M_{g_0} = 1,159 \text{ MNm}$$

Služit ćemo se jednadžbama kao u točki 2. samo ćemo ih preoblikovati tako da se razluče nepoznanice. U tu ćemo svrhu podijeliti s P pa ćemo $\frac{1}{P}$ smatrati nepoznanicom. Tako se dobije:

- donji rub (stanje napinjanja):

$$\frac{1}{P} = \frac{1 + \frac{e_0}{j_{g0}}}{A_0 \cdot \left(\frac{M_{g_0}}{W_{d0}} + f_{tn} \right)} \dots\dots\dots n_d$$

- gornji rub (stanje napinjanja):

$$\frac{1}{P} = \frac{\frac{e_0}{j_{d0}} - 1}{A_0 \cdot \left(\frac{M_{g_0}}{W_{g0}} + f_{vn} \right)} \dots\dots\dots n_g$$

- donji rub (uporabno stanje):

$$\frac{1}{P} = \frac{\frac{\eta_1}{A_0} \cdot \left(1 + \frac{e_0}{j_{g0}} \right) - \frac{\Delta\eta}{A_s} \cdot \left(1 + \frac{e_0 + \Delta y}{j_{gs}} \right)}{\frac{M_{g_0} + M_{\Delta g_1}}{W_{d0}} + \frac{M_{\Delta g_2} + k_p \cdot M_p}{W_{ds}}} \dots\dots\dots k_d$$

$\Delta y = e_s - e_0$ - udaljenost težišta spregnutog i osnovnog presjeka

- gornji rub (uporabno stanje) – iako je očito da gornji rub ne može biti ugrožen:

$$\frac{1}{P} = \frac{\frac{\eta_1}{A_0} \cdot \left(\frac{e_0}{j_{d0}} - 1 \right) - \frac{\Delta\eta}{A_s} \cdot \left(\frac{e_0 + \Delta y}{j_{ds}} - 1 \right)}{\frac{M_{g_0} + M_{\Delta g_1}}{W_{g0}} + \frac{M_{\Delta g_2} + M_p}{W_{gs}} - f_{tk}} \dots\dots\dots k_g$$

Naprijed ispisani izrazi predstavljaju jednačbe Magnelovih pravaca. Za ovaj primjer poprimaju oblik:

$$\frac{1}{P} = 0,155 \cdot e_0 + 0,071 \dots\dots\dots n_d$$

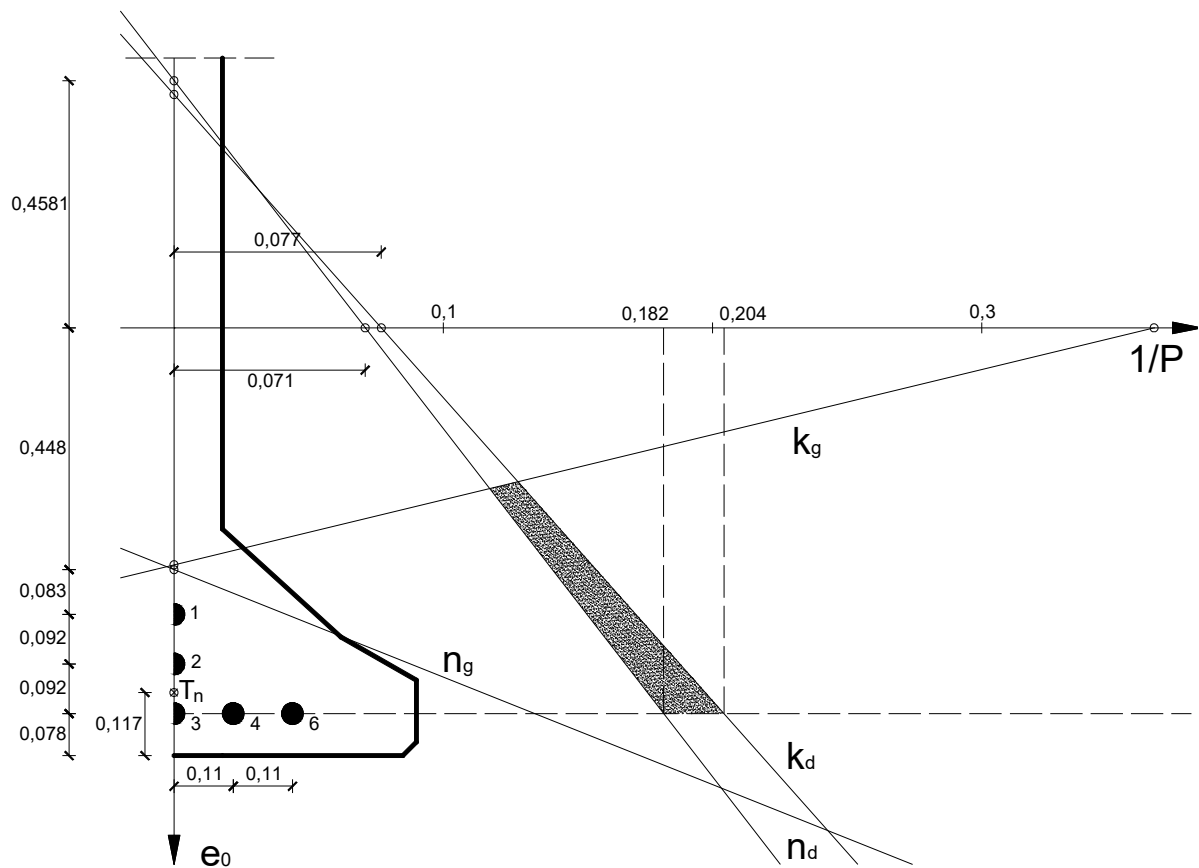
$$\frac{1}{P} = 0,502 \cdot e_0 - 0,225 \dots\dots\dots n_g$$

$$\frac{1}{P} = 0,178 \cdot e_0 + 0,077 \dots\dots\dots k_d$$

$$\frac{1}{P} = -0,829 \cdot e_0 + 0,364 \dots\dots\dots k_g$$

Kako su određene jednačbe Magnelovih pravaca valja ih nacrtati u prikladnom mjerilu. Budući da prva dva pravca nužno prolaze kroz rubove središnje jezgre presjeka, mjerilo osi e_0 odabire se tako da se na istom crtežu može predočiti i raspored natega u polovištu raspona – stoga se obično crta i obris (polovice) donjega dijela natega nosača.

Mjerilo recipročne vrijednosti sile $\frac{1}{P}$ najlakše je odrediti tako da se k_d izračuna za $e = e_{\max}$ pa se po raspoloživom mjestu na papiru vidi koje je mjerilo najprikladnije. Kada se ucrtavaju svi pravci, određena je tkz. kućica parova vrijednosti $\frac{1}{P}$; e_0 . Sjecište pravaca $e = e_{\max}$ i k_d daje najmanju moguću vrijednost sile prednapinjanja. Sjecište pravaca $e = e_{\max}$ i n_d daje najveću moguću vrijednost sile prednapinjanje.



Slika 4. – Određivanje prednapinjanja i njezina položaja u polovištu raspona s rasporedom natega

Da bi sila bila u ovim granicama odabiremo užad vlačne čvrstoće 1860 N/mm^2 (oznaka 5905-5 užadi poprečnoga presjeka 100 mm^2 (svako) u jednoj cijevi). Užad naprežemo s najvećim dopuštenim naprezanjem od $0,8 \cdot f_{pk} = 0,8 \cdot 1860 = 1488 \text{ N/mm}^2$. Potrebno je ukupno 7 natega navedenog tipa pa početna sila iznosi:

$$P = n_1 \cdot (n_2 \cdot A_j \cdot 0,8 \cdot f_{pk}) = 7 \cdot (5 \cdot 100 \cdot 1488) = 5,208 \text{ MN} \rightarrow \text{sila na preši.}$$

4 SHEMA POLOŽAJA NATEGA

Vidimo na Slici 4. da potez duž kojega možemo smjestiti težišta presjeka svih natega može biti veoma kratak (ako slučajno izađe prirodan broj natega pridružen $e_{\max}$, on se steže u točku). Stoga najčešće nije velik broj mogućih rasporeda natega u polovištu raspona. Pri raspoređivanju natega moram udovoljiti dvama proturiječnim zahtjevima:

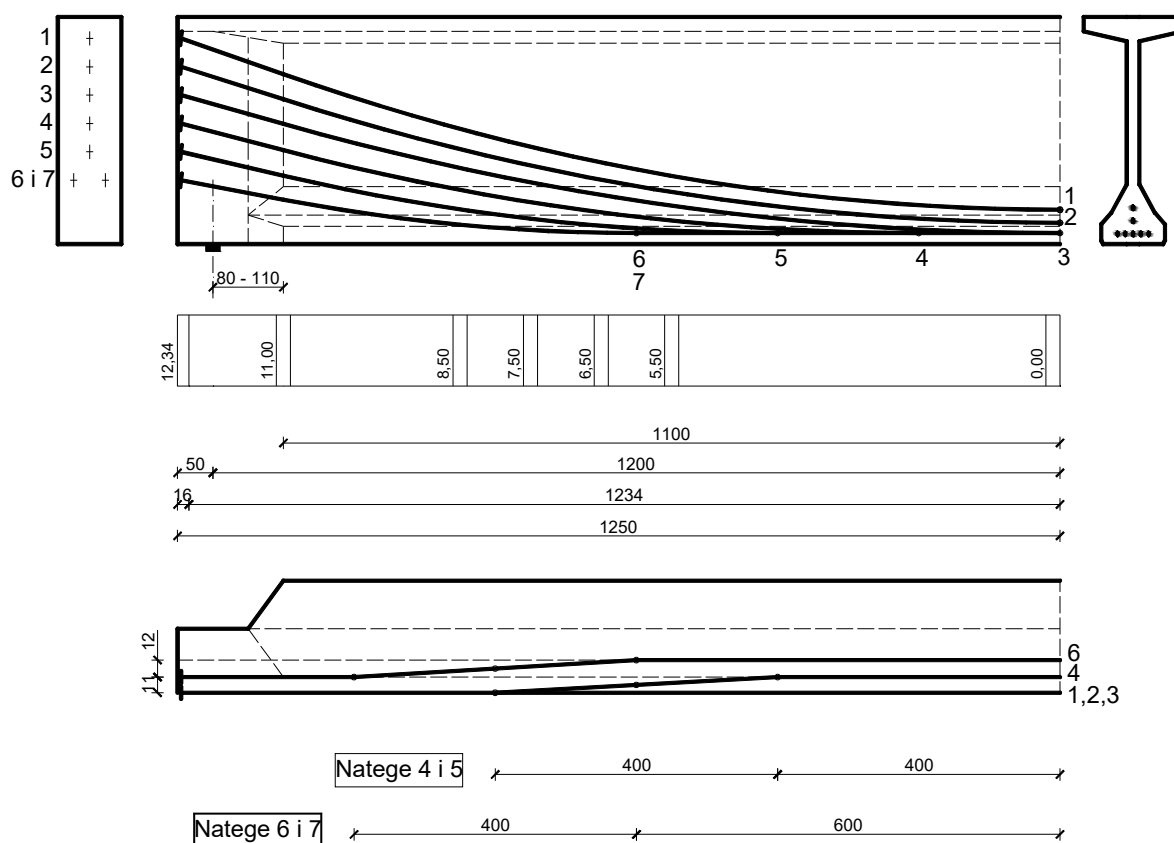
- Natege treba položiti što niže (po mogućnosti u jedan vodoravan red) kako bi bili što djelotvorniji (i obzirom na savijanje i obzirom na poprečnu silu),
- Što veći broj natega treba staviti u srednju ravninu kako bi se ublažile poteškoće s vođenjem njihovih osi do čela nosača (gdje ih je većina raspoređena u srednjoj ravnini nosača).

Ako se žele izbjeći poteškoće s vođenjem osi natega, u donji red ih ne treba stavljati više od pet. S druge strane, geometrija je donje pojasnice takva da se dvije donje natege mogu na čelu nosača postaviti jedna do druge u vodoravnom smjeru što olakšava vođenje njihove osi. Treća stvar o kojoj treba voditi računa jesu tjemena parabola pojedinih natega. Naime, zamjenjujuća natega ima tjeme parabole udaljeno za desetinu raspona od sredine polja pa tjemena parabola pojedinačnih natega valja tako rasporediti da im težište bude približno u spomenutoj desetinskoj točki. Prve tri natege imaju tjemena u polovištu raspona kako bi što prije oslobodili prostor za vođenje ostalih nategaa. Tjemena dvaju zadnjih (najnižih) natega valja maknuti što dalje prema čelu nosača iz istih razloga. Preostala tjemena određena su iz uvjeta težišta.

Što se tiče vodoravnog skretanja, moraju se poštovati tri uvjeta:

- Natege skreću vodoravno u parovima i simetrično (inače bi se pojavilo nepredviđeno poprečno savijanje),
- Najviša natega (od onih koji skreću vodoravno) mora biti u srednjoj ravnini počevši od točke u kojoj izranja iz donje pojasnice,
- Polumjer zakrivljenosti osi natega na potezu skretanja ne smije biti manji od najmanjeg dopuštenog (taj je podatak obično naveden u proizvođačevu prospektu).

Duljina poteza vodoravnog skretanja obično se zaokružuje na cio broj metara.



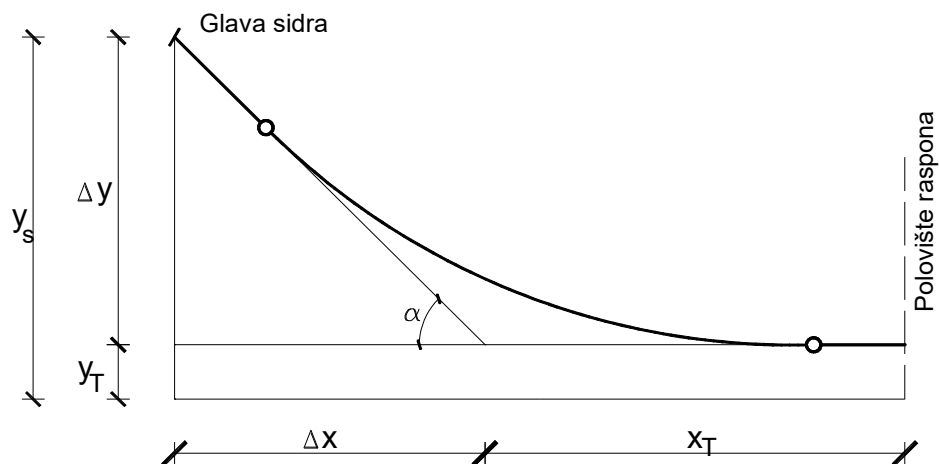
Slika 5. – Prostorni tijek natega

4.1 Proračun prosječnog kuta skretanja u vertikalnoj ravnini

Tablica 5. – Vertikalni kut skretanja

Natega	y_s	y_T	Δy	x_T	Δx	tga
1	1,45	0,262	1,188	5,5	6,84	0,1737
2	1,25	0,17	1,080	5,5	6,84	0,1579
3	1,05	0,078	0,972	5,5	6,84	0,1421
4	0,85	0,078	0,772	6,5	5,84	0,1322
5	0,65	0,078	0,572	7,5	4,84	0,1182
6 i 7	0,45	0,078	0,372	8,5	3,84	0,0969
						$tga_{Vpr}=0,1311$ $\alpha_{Vpr}=0,1304$

Koristimo postupak zamjenske natega koja svojim prosječnim vrijednostima predstavlja sve ugrađene natega (svih 7).



Slika 6. – Zamjenska natega

4.2 Proračun prosječnog kuta skretanja u horizontalnoj ravnini

- natege 4 i 5:

$$\operatorname{tg} \alpha_{H1} = \frac{0,11}{2,0} = 0,055 \quad \rightarrow \quad \alpha_{H1} = 0,0549$$

- natege 6 i 7:

$$\operatorname{tg} \alpha_{H2} = \frac{0,12}{2,0} = 0,06 \quad \rightarrow \quad \alpha_{H1} = 0,0599$$

- prosječni kut skretanja

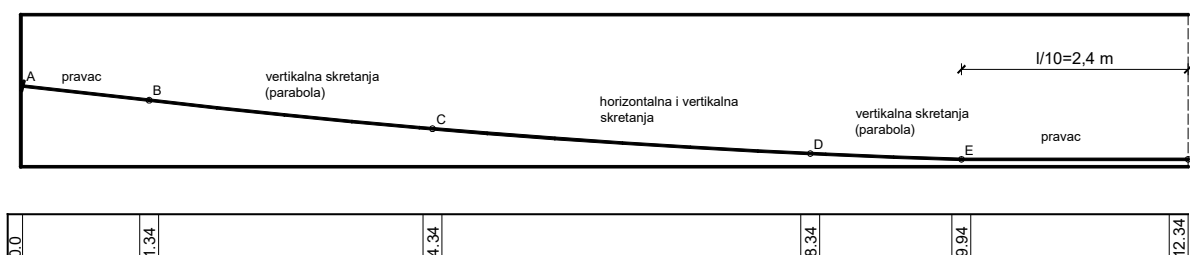
$$\alpha_{Hpr} = \frac{2 \cdot (0,0549 + 0,0599)}{7} = 0,0328$$

4.3 Proračun prosječnog prostornog kuta skretanja

$$\alpha_{pr} = \sqrt{(0,1304^2 + 0,0328^2)} = 0,134$$

5 PRORAČUN GUBITAKA OD TRENJA, PROKLIZNUĆA KLINA I ELASTIČNOG SKRAĆENJA

Valja računati s zamjenskom nategom. Tjeme njegove parabole nalazi se na udaljenosti $\frac{L}{10}$ od polovišta raspona. Može se uzeti da ima vodoravna skretanja na istom mjestu gdje i natege 4 i 5.



Slika 7. – Shema zamjenjujuće natege s podjelom na odsječke duž kojih djeluju različiti otpori trenja

Os zamjenjujuće natege podjeljena je na pet odsječaka:

- AB pravac
- BC skretanje samo u vertikalnoj ravnini (parabola)
- CD prostorna skretanja
- DE skretanja samo u vertikalnoj ravnini (parabola)
- EF pravac

Naravno, duž cijele natege valja računati s neizbježivim skretanjima zbog odstupanja od pravaca izazvanih nesavršenošću izvedbe, nejednolikim tlakom svježega betona itd. Promjene kuta skretanja rastu postupno tako da je, primjerice u točki C ta promjena jednaka:

$$\alpha_C = \frac{x_C - x_B}{x_E - x_B} \cdot \alpha_{Vpr}.$$

Da bi se izračunao kut skretanja u točki D, mora se uzeti u skretanje:

$$\alpha_D = \sqrt{\left(\frac{x_D - x_B}{x_E - x_B} \cdot \alpha_{Vpr} \right)^2 + \alpha_{Hpr}^2}.$$

Točla E:

$$\alpha_E = \sqrt{\left(\frac{x_E - x_B}{x_E - x_B} \cdot \alpha_{Vpr} \right)^2 + \alpha_{Hpr}^2} = \sqrt{\alpha_{Vpr}^2 + \alpha_{Hpr}^2} = \alpha_{pr}.$$

5.1 Gubitci od trenja:

Tablica 6. – Gubitci od trenja

Točka	x	$k \cdot x$	α	$\mu \cdot \alpha$	$k \cdot x + \mu \cdot \alpha$	$e^{-(k \cdot x + \mu \cdot \alpha)}$	$1 - e^{-(k \cdot x + \mu \cdot \alpha)}$
A	0	0	-	-	-	-	-
B	1,34	0,0067	-	-	0,0067	0,9930	0,0070
C	4,34	0,0217	0,0455	0,0086	0,0303	0,9700	0,0300
D	8,34	0,0417	0,1111	0,0211	0,0628	0,9390	0,0610
E	9,94	0,0497	0,1340	0,0255	0,0752	0,9270	0,0730
F	12,34	0,0617	0,1340	0,0255	0,0872	0,9170	0,0830

$$k = 0,005 \quad 1/m$$

$$\mu = 0,19$$

5.2 Gubici od prokliznuća klina:

Pretpostavimo da uvlačenje klina na čelu nosača iznosi 8 mm. Iznos prokliznuća čiji utjecaj seže do polovišta raspona (pretpostavka) je:

$$\Delta l_{sl} \left(\frac{l}{2} \right) = \frac{0,8 \cdot f_{pk}}{E_s} \cdot A_x$$

$$\Delta l_{sl} \left(\frac{l}{2} \right) = \frac{0,8 \cdot 1860}{190} \cdot 0,5 \cdot [0,166 \cdot 1,34 + 0,152 \cdot (1,34 + 3,0) + 0,106 \cdot (3,0 + 4,0) + 0,044 \cdot (4,0 + 1,6) + 0,02 \cdot (1,6 + 2,4)] =$$

$$\Delta l_{sl} \left(\frac{l}{2} \right) = 7,64 \text{ mm}$$

Najveće dopušteno naprezanje u čeliku za prednapinjanje 1488 N/mm^2 .

Modul elastičnosti čelika za prednapinjanje iznosi 190000 N/mm^2 .

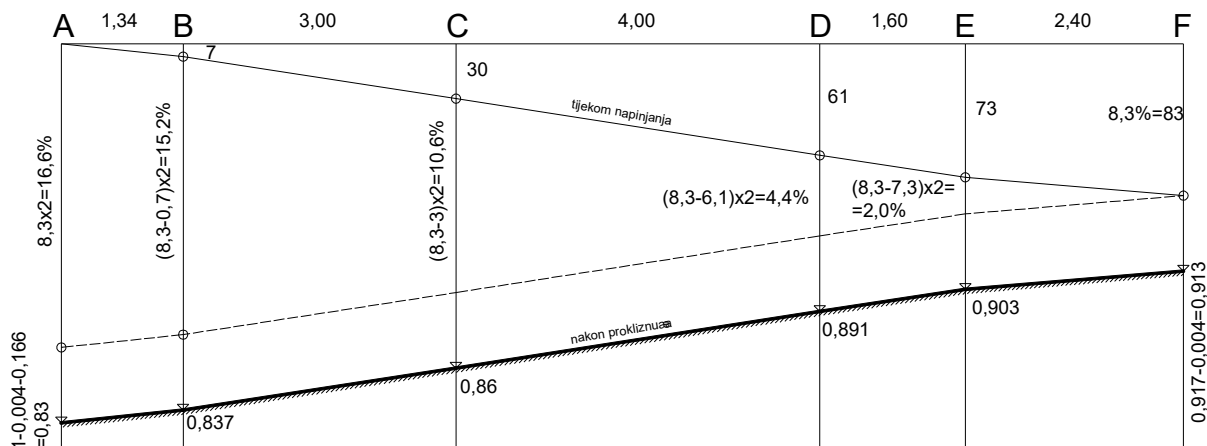
Dodatni pad naprezanja u polovištu raspona:

$$\Delta l_{sl}(0) - \Delta l_{sl} \left(\frac{l}{2} \right) = 8,0 - 7,64 = 0,36 \text{ mm} \rightarrow \text{duljina prokliznuća je nešto veća od } \frac{l}{2}$$

$$\Delta \sigma_{sl} = \frac{E_p \cdot \left(\Delta l_{sl}(0) - \Delta l_{sl} \left(\frac{l}{2} \right) \right)}{l_{sl}} = \frac{190000 \cdot 0,36}{12340} = 5,54 \text{ N/mm}^2$$

$$\frac{\Delta \sigma_{sl}}{\sigma} = \frac{5,54}{1488} = 0,0037 \approx 0,004$$

Slijedi prikaz preostale sile u nosaču:



Slika 8. – Dijagram naprezanja duž nosača

5.3 Gubici od elastičnog skraćivanja betona:

U trenutku napinjanja (pri starosti betona od 14 dana) dosegnuta je čvrstoća betona od 30 N/mm^2 (na valjku) $\rightarrow E = 30000 \text{ N/mm}^2$.

$$e_0 = 0,793 - 0,117 = 0,676 \text{ m}$$

$$i_0^2 = \frac{I_0}{A_0} = \frac{0,233}{0,644} = 0,362 \text{ m}^2$$

$$\sigma_p = \frac{\eta_1 \cdot P}{A_0} \cdot \left(1 + \frac{e_0^2}{i_0^2}\right) = \frac{0,913 \cdot 5,208}{0,644} \cdot \left(1 + \frac{0,676^2}{0,362}\right) = 16,7 \text{ N/mm}^2 - \text{naprezanje u visini natega od sile prednapinjanja}$$

$$\sigma_{g0} = \frac{M_{g0} \cdot e_0}{I_0} = \frac{1,159 \cdot 0,676}{0,233} = 3,36 \text{ N/mm}^2 - \text{naprezanje u visini natega od vlastite težine}$$

$$\sigma_b = \sigma_p - \sigma_{g0} = 16,7 - 3,36 = 13,34 \text{ N/mm}^2 - \text{rezultantno naprezanje u visini natega}$$

Deformacija betona:

$$\varepsilon_c = \frac{\sigma_b}{E_b} = \frac{13,34}{30000} = 0,00044 = 0,44\text{‰}$$

Deformacija čelika:

$$\varepsilon_s = \frac{\eta_1 \cdot f_{pd}}{E_s} = \frac{0,913 \cdot 1488}{190000} = 0,00715 = 7,15\text{‰}$$

Ukupno skraćanje tada iznosi:

$$\Delta e_u = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_s} = \frac{0,44}{7,15} = 0,06$$

Zbog postupnog napinjanja, gubitak iznosi:

$$\Delta p_n = 0,5 \cdot \left(1 - \frac{1}{n}\right) \cdot \Delta e_u = 0,5 \cdot \left(1 - \frac{1}{7}\right) \cdot 0,06 = 0,026$$

n - broj natega

Konačni omjer sile u polovištu raspona i sile na preši:

$$a = 0,913 - 0,026 = 0,887$$

- trenutno naprezanje u nategama iznosi:

$$\sigma = 0,887 \cdot 1488 = 1319,86 \text{ N} / \text{mm}^2$$

6 PRORAČUN GUBITAKA OD SKUPLJANJA, PUZANJA I RELAKSACIJE ČELIKA

6.1 Skupljanje betona

Prethodno izrađen nosač sam:

$$O = 0,9 + 1,4 + 2 \cdot \left(0,14 + 1,01 + \sqrt{0,14^2 + 0,08^2} + \sqrt{0,22^2 + 0,2^2} \sqrt{0,61^2 + 0,07^2} + 0,1 \right) = 6,94 \text{ m}$$

$$A_b = 0,644 \text{ m}^2$$

$$d_m = \frac{2 \cdot A}{O} = \frac{2 \cdot 0,644}{6,94} = 0,19 \text{ m} \rightarrow \epsilon_{s\infty} = 0,33\text{‰}$$

Prethodno izrađen nosač pod svježim betonom dobetoniranoga dijela:

$$O = 6,94 - 1,4 = 5,54 \text{ m}$$

$$A_b = 0,644 \text{ m}^2$$

$$d_m = \frac{2 \cdot A}{O} = \frac{2 \cdot 0,644}{5,54} = 0,23 \text{ m} \rightarrow \epsilon_{s\infty} = 0,32\text{‰}$$

Dobetonirani dio do očvrnuća betona:

$$O = 2,4 \text{ m}$$

$$A_b = 1,1 \times 0,2 + 2 \cdot 0,05 \cdot 0,1 = 0,32 \text{ m}^2$$

$$d_m = \frac{2 \cdot A}{O} = \frac{2 \cdot 0,32}{2,4} = 0,27 \text{ m} \rightarrow \epsilon_{s\infty} = 0,32\text{‰}$$

Spregnuti:

$$O = 5,54 + 2,4 = 7,94 \text{ m}$$

$$A_b = 0,644 + 0,32 = 0,96 \text{ m}^2$$

$$d_m = \frac{2 \cdot A}{O} = \frac{2 \cdot 0,96}{7,94} = 0,24 \text{ m} \rightarrow \epsilon_{s\infty} = 0,32\text{‰}$$

Da bi se mogao izračunati iznos skupljanja u pojedinim fazama izvedbe i ukupni (konačni) iznos skupljanja potrebno je poznavati ili pretpostaviti slijed pojedinih izvedbenih faza. Niže je predložen vjerojatni (najnepovoljniji sa stajališta utjecaja skupljanja) slijed tih faza.

Tablica 7. – Faze izvedbe

Vrijeme protéklo od betoniranja nosača	TJEDNI							
	2	3	4	5	6	7	8	9
Faza izvedbe	Napinjanje natega							
			Polaganje nosača					
				Polaganje stropnih nosača				
					Betoniranje spojnog žlijeba			
							Očvrscenje novog betona	
								Dodatno stalno opt.

Za izračun deformacija uslijed skupljanja vidi Prilog 1.

Tablica 8. – Deformacije skupljanja po fazama izvedbe

Vremenski razmak	Početak faze [dani]	$\varepsilon_{cs}(t_0)$	Kraj faze [dani]	$\varepsilon_{cs}(t)$	$\varepsilon_{cs}(t_0) - \varepsilon_{cs}(t)$ [‰]
Δt_1	14	0,000033	28	0,000046	0,013
Δt_2	28	0,000046	35	0,000051	0,005
Δt_3	35	0,000051	42	0,000056	0,005
Δt_4	42	0,000056	49	0,000060	0,004
Δt_5	49	0,000060	56	0,000064	0,004
Δt_6	56	0,000064		0,00032	0,256
					$\Sigma=0,287$

6.2 Puzanje betona

Proračun padova naprezanja u čeliku za prednapinjanje rasčlanili smo u tri vremenska odsječka.

- Prvih 6 tjedana uzimamo da na nosač ne djeluje vanjsko opterećenje (iako se u četvrtom tjednu polažu poprečni stropni nosači). Kako je na početku ovog odsječka beton star 14 dana, koeficijent puzanja u tom periodu iznosi $\phi = 0,696$ (vidi prilog 2.)
- Sljedeća dva tjedna uzimamo da na nosač djeluje masa poprečnih stropnih nosača i betona spojnoga žlijeba (dakle kao da je sve položeno odjedanput). Na početku odsječka beton je star 42 dana, a na kraju 56 dana. Koeficijent puzanja u ovom razdoblju iznosi $\phi = 0,438$. Sva opterećenja prenosi još uvijek samo prethodno izrađeni nosač.
- U trećem odsječku koji se proteže od trenutka kada beton spojnoga žlijeba potpuno očvrscne do kraja vijeka trajanja građevine na nosač djeluje još i dodatno stalno opterećenje (masa izolacijskih slojeva, podne konstrukcije, instalacija) Koeficijent puzanja u ovom razdoblju iznosi $\phi = 1,378$. U prenošenju opterećenja sudjeluje spregnuti nosač.

Tablica 9. – Periodi izvedbe za proračun puzanja

Period	TJEDNI							
	2	3	4	5	6	7	8	9
	I					II		III

Slijed računanja:

- ♣ odredi se dio skupljanja koji se odigra po pojedinim periodima:

$$\varepsilon_{csi} = 0,056 - 0,033 = 0,023\text{‰}$$

$$\varepsilon_{csII} = 0,064 - 0,056 = 0,008\text{‰}$$

$$\varepsilon_{csIII} = 0,256\text{‰}$$

te odgovarajući dio pada naprezanja zbog opuštanja čelika i koeficijent puzanja,

- ♣ izračunaju se naprezanja u razini težišta natega od vlastite mase nosača i sile prednapinjanja, s tim što naprezanje od sile prednapinjanja treba pomnožiti s omjerom sile koja djeluje nakon gubitka zbog elastičnog skraćanja betona i one prije toga gubitka,
- ♣ izračuna se brojnik izraza za pad naprezanja u čeliku za prednapinjanje,
- ♣ izračuna se nazivnik spomenutog izraza,
- ♣ izračuna se pad naprezanja u čeliku za prednapinjanje u prvom odsječku kao omjer brojnika i nazivnika
- ♣ nastavlja se na potpuno jednak način u drugom odsječku. Sada je naprezanje u čeliku jednako početnom naprezanju u prvom vremenskom odsječku umanjeno za pad naprezanja u istom odsječku,
- ♣ potpuno jednak proračun za treći odsječak,
- ♣ usporedba pretpostavljenih i izračunanih vrijednosti padova naprezanja. Ako je razlika veća od 5%, treba ponoviti proračun sile prednapinjanja i ostatak proračuna.

Izračunajmo najprije naprezanja od stalnih opterećenja $\left(\sigma_{g+\Delta g} = \frac{M \cdot e}{I} \right)$.

Tablica 10. – Naprezanja od stalnih opterećenja

Opterećenje	M [MNm]	I [m ⁴]	e [m]	$\sigma_{g+\Delta g}$ [N/mm ²]
g ₀	1,159	0,233	0,676	3,36
g ₀ + Δg ₁	1,706	0,233	0,676	3,36+4,95=8,31
g ₀ + Δg ₁ +Δg ₂	0,36	0,398	0,9528	8,31+0,86=9,17

Izračunajmo naprezanje od sile prednapinjanja u L/2 $\left(\sigma_p = \frac{\eta \cdot P}{A} \cdot \left(1 + \frac{e^2}{i^2} \right) \right)$.

Tablica 11. – Naprezanja od sile prednapinjanja

η	Sila	e [m]	i [m]	A [m ²]	σ _p [N/mm ²]
0,887	4,619	0,676	0,602	0,644	16,22
0,945	4,365	0,676	0,602	0,644	15,33
0,987	4,313	0,953	0,657	0,922	14,52

Vremenski gubici se izračunavaju kao:

$$\Delta\sigma_{p,c+s+r} = \frac{B}{N} = \frac{\varepsilon_s \cdot E_s + \Delta\sigma_{pr} + n \cdot \phi(t, t_0) \cdot (\sigma_{g+\Delta g} - \sigma_p)}{1 + n \cdot \frac{\sigma_p}{\sigma_{p,t}} \cdot (1 + 0,8 \cdot \phi(t, t_0))}$$

n -omjer modula elastičnosti $\frac{E_s}{E_b}$

$\phi(t, t_0)$ -koeficijent puzanja

Omjer modula elastičnosti čelika i betona: $n = \frac{190}{40} = 4,75$

Proračun po gore navedenim vremenskim odsječcima provesti ćemo tabelarno.

Tablica 12. – Proračun vremenskih gubitaka

Period	ε_s	$\varepsilon_s \cdot E_s$	$\Delta\sigma_{pr}$	φ	$\sigma_{g+\Delta g}$	σ_p	B	$\sigma_{p,t}$	N	B/N
	‰	N/mm ²			N/mm ²					N/mm ²
I	0,023	4,37	33,00	0,696	3,36	16,22	79,88	1319,89	1,09	73,23
II	0,008	1,52	-	0,438	8,31	15,33	16,13	1246,63	1,08	14,95
III	0,256	48,64	70,21	1,378	9,17	14,93	156,55	1231,68	1,12	139,64

Tablica 13. – Pomoćna tablica 1

Period	$\sigma_{p,t}$		$\sigma_{p,t}-\Delta\sigma_p$		$(\sigma_{p,t}-\Delta\sigma_p)/\sigma_{p,t}$	
	N/mm ²		N/mm ²			
I	0,887·1488 =	1319,86	1319,89 – 73,23 =	1246,63	1246,63/1319,89 =	0,945
II	1246,63		1231,68		0,988	
III	1231,68		1092,04		0,887	

Tablica 14. – Pomoćna tablica 2

Period	$\sigma_{p,t}$	$\sigma_{p,t} / f_{pk}$	$\Delta\sigma_{pr}$	
	N/mm ²		N/mm ²	
I	1319,86	1319,86 / 1860 =	0,71	(2,5 · 1319,89) / 100 =
II	1246,63	0,67	-	
III	1231,68	0,66	3 · (1,9 · 1231,68) / 100 =	70,21

Tablica 15. – Usporedba pretpostavljenih i izračunatih gubitaka

Gubici	Pretpostavljeni	Izračunati
η_1	0,9	0,945
$\Delta\eta$	0,12	0,945 - 0,887 = 0,058

7 RUBNA NAPREZANJA U POLOVIŠTU RASPONA

Tablica 16. – Provjera naprezanja

Djelovanje	P/A	(1+e/j _g)	(1-e/j _d)	σ _d	σ _g	σ _{dop} [N/mm ²]	
	N/mm ²			N/mm ²	N/mm ²	tlak	vlak
P = 4,619 MN	7,17	2,479	-0,509	17,78	-3,65	18	-2,9
M _{g0} = 1,159 MNm				-3,94	4,01		
1				13,842	0,360		
(1-η ₁)P = -0,254 MN	-0,395	2,479	-0,509	-0,98	0,20	18	-3,5
M _{Δg1} = 1,706 MNm				-5,80	5,90		
2				7,061	6,464		
ΔηP = -0,268 MN	-0,291	3,358	-0,170	-0,98	-0,05	18	0
M _{Δg2} +k _p M _p = 2,088 MNm				-5,61	2,433		
3				0,471	8,847		
		2+3					

$$^* \sigma_{g0} = \sigma_{gs} \cdot \frac{y_{gs} - d_{\text{dobetonirani}}}{y_{gs}}$$

$$^{**} \left(1 - \frac{e_s \cdot (y_{gs} - d_{\text{dobetonirani}})}{i_s^2} \right)$$

8 POTREBNA POVRŠINA BETONSKOG ČELIKA

Proračunska vrijednost momenta savijanja od ukupnog vanjskog opterećenja iznosi:

$$M_{sd} = 1,35 + (1,159 + 1,706 + 0,36) + 1,5 \cdot 4,32 = 10,83 \text{ MNm}$$

Dimenzioniranje se provodi pomoću tablica za presjeke oblika T. Srednja statistička visina betonskog čelika (pretpostavimo 16φ19) i čelika za prednapinjanje iznosi:

$$d_m = 1,8 - \frac{\frac{16 \cdot 2,835}{80,36} + \frac{35 \cdot 11,7}{80,36}}{100} = 1,7 \text{ m}$$

Efektivna širina nosača (s dobetoniranom pločom):

$$b_{eff} = 2 \cdot (0,55 + 0,36 - 0,09) + 0,18 = 1,82 \text{ m}$$

$$\frac{b_{eff}}{b_w} = \frac{1,82}{0,18} = 10,11 > 5$$

$$RA \rightarrow h_f < 0,264 \cdot d_m \\ 0,34 \text{ m} < 0,264 \cdot 1,7 = 0,45 \text{ m}$$

Potrebna armatura tada iznosi:

$$\sigma_{pd} = 0,9 \cdot \frac{1860}{1,15} = 1456 \text{ N / mm}^2$$

$$f_{yd} = \frac{500}{1,15} = 435 \text{ N / mm}^2$$

$$z = d_m - \frac{h_f}{2} = 1,7 - \frac{0,34}{2} = 1,53 \text{ m}$$

$$A_s = \frac{M_{sd}}{z \cdot f_{yd}} - \frac{A_p \cdot \sigma_{pd}}{f_{yd}} = \frac{10,83}{1,53 \cdot 435} - \frac{0,0035 \cdot 1456}{435} = 0,0045 \text{ m}^2 = 45 \text{ cm}^2$$

→ potrebno je 16φ19 ($A_s = 45,36 \text{ cm}^2$)

9 DJELOVANJE POPREČNIH SILA

Najugroženiji je presjek na početku proširenja hrpta (udaljen za 1,25 m , tj. približno L/20, od osi ležaja).

a) Poprečne sile od opterećenja:

$$q = 16,1 + 23,7 + 5,0 + 60,0 = 104,8 \text{ kN / m}$$

$$V_i = 0,9 \cdot V_0 \rightarrow \text{sila na udaljenosti 1,25 m od ležaja}$$

$$V_{gi} = 0,9 \cdot \frac{16,1 \cdot 24,0}{2} = 174 \text{ kN}$$

$$V_{qi} = 0,9 \cdot \frac{104,8 \cdot 24,0}{2} = 1132 \text{ kN}$$

b) Poprečne sile od sile prednapinjanja:

$$P_0 = 0,887 \cdot 5,208 = 4,62 \text{ MN}$$

$$P_\infty = 0,887 \cdot 4,62 = 4,10 \text{ MN}$$

$$V_{p0} = 0,13 \cdot 4,62 = 0,601 \text{ MN}$$

$$V_{p\infty} = 0,13 \cdot 4,10 = 0,533 \text{ MN}$$

c) Rezultirajuće poprečne sile:

$$V_0 = 0,601 - 0,174 = 0,427 \text{ MN}$$

$$V_\infty = 0,533 - 1,132 = -0,599 \text{ MN}$$

d) Uzdužna naprezanja u težištu presjeka (osnovnog i spregnutog):

$$N_0 = 4,62 \text{ MN} \rightarrow \sigma_{xT0} = \frac{4,62}{0,644} = 7,17 \text{ N / mm}^2$$

$$N_\infty = 4,10 \text{ MN} \rightarrow \sigma_{xT\infty} = \frac{4,10}{0,981} = 4,18 \text{ N / mm}^2$$

Položaj težišta natega u ravnini sidrenja u odnosu na gornji rub nosača:

$$y = \frac{0,15 + 0,35 + 0,55 + 0,75 + 0,95 + 2 \cdot 1,15}{7} = 0,722 \text{ m}$$

Položaj težišta natega u promatranom presjeku (na udaljenosti $(0,5 - 0,16) + 1,25 = 1,59 \text{ m}$ od ravnine sidrenja):

$$y = 0,722 + 1,59 \cdot 0,13 = 0,9287 \text{ m}$$

$$e_0 = 0,9287 - 0,807 = 0,1217 \text{ m} \rightarrow \text{udaljenost težišta natega u odnosu na težište osnovnog presjeka}$$

$$e_\infty = e_0 + (y_{ds} - y_{d0}) = 0,1217 + 0,2768 = 0,3985 \text{ m} \rightarrow \text{udaljenost težišta natega u odnosu na težište spregnutog presjeka}$$

Naprezanje u betonu u razini težišta kritičnog presjeka - spregnutog, od sile prednapinjanja:

$$\sigma_{x\infty} = \sigma_{xT\infty} \cdot \left(1 - \frac{e_0 \cdot (y_{ds} - y_{d0})}{i_0^2} \right) = 4,18 \cdot \left(1 - \frac{0,1217 \cdot 0,2768}{0,362} \right) = 3,79 \text{ N / mm}^2$$

e) Statički moment gornjeg dijela presjeka s obzirom na težište osnovnog i složenog presjeka

Presjek	A_i [m ²]	y_{go} [m]	S_{igo} [m ³]	A_i [m ²]	y_{gs} [m]	S_{igs} [m ³]
osnovni	$0,18 \cdot 0,807 = 0,145$	0,404	0,0586	$0,18 \cdot (0,7302 - 0,2) = 0,145$	0,2651	0,025
	$1,22 \cdot 0,07 = 0,122$	0,757	0,0924	$1,22 \cdot 0,1 = 0,122$	0,4802	0,059
	$0,61 \cdot 0,07 = 0,043$	0,684	0,0294	$0,61 \cdot 0,07 = 0,043$	0,407	0,0175
			S=0,18			Σ=0,15015
spregnuti	0,28				0,6302	0,1765
	0,09				0,6802	0,0612
						Σ=0,3392

f) Glavna naprezanja u visini težišta spregnutog presjeka

$b = 0,18 - 0,5 \cdot 0,117 = 0,1215 \text{ m}$ (0,117 m promjer zaštitne cijevi, očitano iz prospekta)

$$\tau = \frac{V_{\infty} \cdot S_s}{b \cdot I} = \frac{0,599 \cdot 0,3392}{0,1215 \cdot 0,3983} = 4,19 \text{ N / mm}^2$$

$$\sigma_{1,2} = \frac{4,28}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{4,28}{2} \right)^2 + 4,19^2} = 2,14 \pm 4,71 \text{ [N / mm}^2 \text{]}$$

$$\sigma_1 = 6,85 \text{ N / mm}^2 \quad \rightarrow \text{tlačno naprezanje}$$

$$\sigma_2 = -2,57 \text{ N / mm}^2 \quad \rightarrow \text{vlačno naprezanje}$$

Potrebna ploština armature po visini hrpta:

$$A_w = \frac{\sigma_2 \cdot b}{f_{yd}} = \frac{2570 \cdot 0,1215}{43,5} = 7,18 \text{ cm}^2 / \text{m} \rightarrow \text{potrebno je rasporediti obostrano po visini hrpta}$$

$$\phi 10 / 15 \text{ cm } (A_s = 10,47 \text{ cm}^2)$$

g) Armatura za sprezanje prethodno izrađenog nosača i dobetoniranog dijela

$q_1 = 5,0 + 60,0 = 65,0 \text{ kN / m}$ - opterećenje koje dolazi nakon očvrnuća betona

$$V_{q1} = 0,9 \cdot \frac{65,0 \cdot 24,0}{2} = 702 \text{ kN} \text{ - sila u kritičnom presjeku}$$

$$S_1 = 0,3392 - 0,15015 = 0,18905 \text{ m}^3$$

Posmična sila po metru duljine spoja:

$$\tau = \frac{V_{q1} \cdot S_1}{I_s} = \frac{702 \cdot 0,18905}{0,3983} = 333 \text{ kN / m}$$

Potrebna ploština presjeka vezne armature:

$$A_v = \frac{\tau}{f_{yd}} = \frac{333}{43,5} = 7,66 \text{ cm}^2 / \text{m} \rightarrow \text{potrebno je } 2\phi 8 / 20 \text{ cm } (A_s = 10,1 \text{ cm}^2)$$

h) Proračun potrebne poprečne armature

$$V_{Rd1} = [\tau_{Rd} \cdot k \cdot (1,2 + 40 \cdot \rho_l) + 0,15 \cdot \sigma_{cp}] \cdot b_{eff} \cdot d$$

$$\tau_{Rd} = 0,41 \text{ N / mm}^2$$

$$k = 1,6 - d = 1,6 - 1,73 \not\geq 1 \rightarrow k = 1$$

$$\rho_l = \frac{0,0045}{0,9215} = 0,005$$

$$\sigma_{cp} = \frac{4102}{0,9215} = 4,45 \text{ N / mm}^2 \rightarrow \text{sila u kritičnom presjeku}$$

$$V_{Rd1} = [0,41 \cdot 1 \cdot (1,2 + 40 \cdot 0,005) + 0,15 \cdot 4,45] \cdot 121,5 \cdot 1730 = 260,96 \text{ kN}$$

Nosivost tlačnih članaka:

$$V_{Rd2} = 0,5 \cdot \nu \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot z$$

$$\nu = 0,7 - \frac{f_{ck}}{200} = 0,7 - \frac{40}{200} = 0,5$$

$$V_{Rd2} = 0,5 \cdot 0,5 \cdot \frac{40}{1,5} \cdot 121,5 \cdot 0,9 \cdot 1730 = 1261 \text{ kN}$$

Sila od ukupnog djelovanja:

$$V_{Sd} = V_{g+\Delta q1+\Delta q2+p} - V_{pd}$$

$$V_{g+\Delta q1+\Delta q2+p} = 0,9 \cdot \left(1,35 \cdot \frac{(16,1 + 23,7 + 5,0) \cdot 24,0}{2} + 1,5 \cdot \frac{60,0 \cdot 24,0}{2} \right) = 1625,2 \text{ kN} \rightarrow \text{poprečna sila u kritičnom}$$

presjeku od stalnih i promjenjivih opterećenja

$$V_{pd} = 5208 \cdot \sin 0,13 = 677,2 \text{ kN} \rightarrow \text{poprečna sila u kritičnom presjeku od sile prednapinjanja}$$

$$V_{Sd} = 1625,2 - 677,2 = 948 \text{ kN}$$

Sila koju trebaju primiti poprečna armatura:

$$V_{wd} = V_{Sd} - V_{Rd1} = 948 - 261 = 687 \text{ kN}$$

$$V_{Sd} > \frac{2}{3} \cdot V_{Rd2} \rightarrow s_{w,max} = 0,3 \cdot 1,73 = 0,52 \text{ m} = 52 \text{ cm} \leq 20 \text{ cm} \rightarrow s_{w,usv} = 10 \text{ cm}$$

$$A_{sw} = \frac{V_{wd} \cdot s_w}{z \cdot f_{yd}} = \frac{687 \cdot 0,1}{0,9 \cdot 1,73 \cdot 434782} = 1,01 \text{ cm}^2 / \text{m} \rightarrow \text{usvojene dvorezne spone } \phi 12 / 10 \text{ cm} (A_{sw} = 2,26 \text{ cm}^2)$$

10 ARMATURA PROTIV CIJEPANJA

$$A_{sc} = \frac{0,3 \cdot P_1}{f_{yk}} = \frac{0,3 \cdot 4,102}{43,5} = 28,29 \text{ cm}^2 / \text{m} \rightarrow \text{potrebno je } \phi 16 / 5 \text{ cm} (A_{sc} = 40,0 \text{ cm}^2) \text{ u sve tri ravnine}$$

(ukosnice) na duljini jednakoj visini nosača