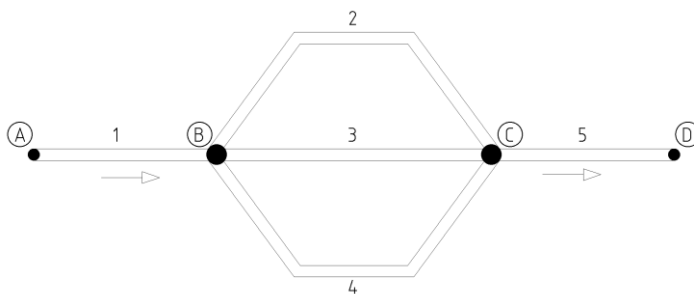


Zadatak 1

Potrebno je izračunati pad tlaka između točaka A i D te protoke u svim cijevima sa slike. Ukupan protok kroz cjevovod iznosi $0,5 \text{ m}^3/\text{s}$. Sve cijevi su od polietilena visoke gustoće (PEHD), dužine i promjera prema Tablici 1. Pretpostaviti i usvojiti vrijednost koeficijenta trenja $\lambda = 0,013$, a lokalne gubitke zanemariti. Cijevi su postavljene u horizontalnoj ravnini.

Tablica 1 Dužine i promjeri cijevi

Cijev	Dužina [m]	Promjer [mm]
1	800	600
2	1000	250
3	700	300
4	1100	350
5	500	600



Slika 1 Shematski prikaz cjevovoda

Rješenje:

Jednadžba očuvanja energije između točaka A i D:

$$\frac{p_A}{\rho g} + \frac{v_A^2}{2g} = \frac{p_D}{\rho g} + \frac{v_D^2}{2g} + \Delta h_{A-D} \quad (1)$$

Ukupan gubitak na dionici A-D:

$$\Delta h_{A-D} = \Delta h_{A-B} + \Delta h_{B-C} + \Delta h_{C-D} \quad (2)$$

$$\Delta h_{B-C} = \Delta h_{L2} = \Delta h_{L3} = \Delta h_{L4} \quad (3)$$

$$Q = Q_1 = Q_5$$

$$Q = Q_2 + Q_3 + Q_4 \quad (4)$$

$$\Delta h = \lambda \frac{L}{D} \frac{v^2}{2g} = \lambda \frac{8L}{D^5 g \pi^2} Q^2 \quad (5)$$

→ (3)

$$\lambda \frac{8L_2}{D_2^5 g \pi^2} Q_2^2 = \lambda \frac{8L_3}{D_3^5 g \pi^2} Q_3^2 = \lambda \frac{8L_4}{D_4^5 g \pi^2} Q_4^2$$

$$Q_3 = Q_2 \sqrt{\left(\frac{D_3}{D_2}\right)^5 \cdot \frac{L_2}{L_3}}$$

$$Q_4 = Q_2 \sqrt{\left(\frac{D_4}{D_2}\right)^5 \cdot \frac{L_2}{L_4}} \quad (6)$$

→ (4) + (6)

$$Q = Q_2 + Q_3 + Q_4$$

$$0,5 \text{ m}^3/\text{s} = Q_2 + Q_2 \sqrt{\left(\frac{D_3}{D_2}\right)^5 \cdot \frac{L_2}{L_3}} + Q_2 \sqrt{\left(\frac{D_4}{D_2}\right)^5 \cdot \frac{L_2}{L_4}}$$

$$0,5 = Q_2(1 + 1,885 + 2,211)$$

$$Q_2 = \mathbf{0,098 \text{ m}^3/\text{s}}$$

→ (6)

$$Q_3 = \mathbf{0,185 \text{ m}^3/\text{s}}$$

$$Q_4 = \mathbf{0,217 \text{ m}^3/\text{s}}$$

Gubici: → (2), (3), (5)

$$\Delta h_{A-B} = 2,76 \text{ m}$$

$$\Delta h_{B-C} = 10,6 \text{ m}$$

$$\Delta h_{C-D} = 1,728 \text{ m}$$

Ukupni gubici (2):

$$\Delta h_{A-D} = 2,76 \text{ m} + 10,6 \text{ m} + 1,728 \text{ m} = \mathbf{15,09 \text{ m}}$$

Pad tlaka između točaka A i D (1):

$$v_A = v_1 = \frac{Q}{A_1} = 1,77 \text{ m/s} = v_D = v_5$$

$$\frac{p_A}{\rho g} - \frac{p_D}{\rho g} = \Delta h_{A-D}$$

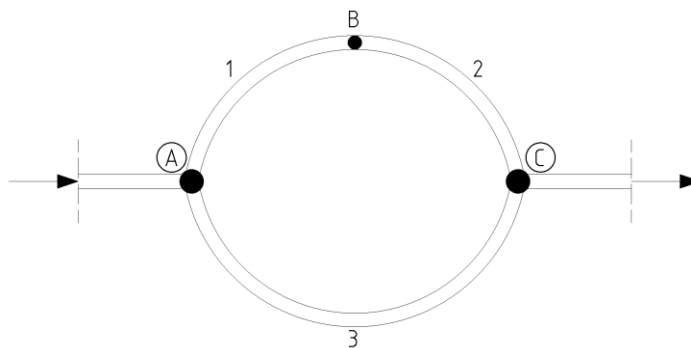
$$p_A - p_D = \rho g(\Delta h_{A-D}) = \mathbf{1,48 \text{ bara}}$$

Zadatak 2

Potrebno je izračunati ukupan protok i raspodjelu protoka po cijevima ako je poznato da pad tlaka između točaka A i C iznosi 3 bara. Cijevi su od polietilena visoke gustoće (PEHD), apsolutne hrapavosti $\varepsilon(k) = 0,2$ mm. Cijevi su postavljene u horizontalnoj ravnini. Promjeri i dužine cijevi zadane su u Tablici 2. Usvojiti koeficijent kinematičke viskoznosti $\nu = 1 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$.

Tablica 2 Dužine i promjeri cijevi

Cijev	Dužina [m]	Promjer [mm]
1	420	150
2	530	100
3	740	125



Slika 2 Shematski prikaz cjevovoda

Rješenje:

Jednadžba očuvanja energije između točaka A i C:

$$\left(z + \frac{p}{\rho g} + \frac{v^2}{2g}\right)_A = \left(z + \frac{p}{\rho g} + \frac{v^2}{2g}\right)_C + \Delta h_{A-C} \quad (1)$$

$$z_A = z_C; v_A = v_C$$

$$\Delta h_{A-C} = \frac{p_A - p_C}{\rho g} = \frac{3 \cdot 10^5}{\rho g} = 30,58 \text{ m} \quad (2)$$

$$\Delta h_{A-C} = \Delta h_3 = \Delta h_1 + \Delta h_2 \quad (3)$$

$$\Delta h_{A-C} = 30,58 \text{ m} = \Delta h_3 = \lambda_3 \frac{L_3}{D_3} \frac{v_3^2}{2g} \rightarrow v_3 = \sqrt{\frac{\Delta h_3 2g D_3}{\lambda_3 L_3}} \quad (4)$$

Protok kroz cijev 3 dobit će se uz pomoć jednadžbe (4). U jednadžbi su dvije nepoznanice, λ_3 i v_3 . Problem će se riješiti iteracijskim putem:

$$1. \text{ pretpostavka: } \lambda_3 = 0,027 \rightarrow v_3 = 1,93 \text{ m/s} \rightarrow Re_3 = \frac{v_3 D_3}{\nu} = 241250; \frac{\varepsilon}{D_3} = \frac{0,2}{125} = 0,0016;$$

$$\lambda_3 = \frac{1,325}{\left(\ln\left(\frac{k}{3,7D_3} + \frac{5,74}{Re_3^{0,9}}\right)\right)^2} = 0,0231$$

2. pretpostavka: $\lambda_3 = 0,0231 \rightarrow v_3 = 2,1 \text{ m/s} \rightarrow Re_3 = \frac{v_3 D_3}{\nu} = 262500; \frac{\varepsilon}{D_3} = \frac{0,2}{125} = 0,0016;$

$$\lambda_3 = \frac{1,325}{\left(\ln \left(\frac{k}{3,7 D_3} + \frac{5,74}{Re_3^{0,9}} \right) \right)^2} = 0,0230$$

Usvojen je koeficijent trenja $\lambda_3 = 0,023$ te brzina u cijevi $v_3 = 2,1 \text{ m/s}$. Prema tome, protok kroz cijev 3 iznosi:

$$Q_3 = v_3 \cdot A_3 = \mathbf{0,0257 \text{ m}^3/\text{s}}$$

Protok kroz cijevi 1 i 2 dobit će se uz pomoć jednadžbi (2) i (3):

$$\Delta h_{A-C} = 30,58 \text{ m} = \Delta h_1 + \Delta h_2 = \lambda_1 \frac{L_1}{D_1} \frac{v_1^2}{2g} + \lambda_2 \frac{L_2}{D_2} \frac{v_2^2}{2g}$$

$$Q_1 = Q_2 \rightarrow v_2 = \left(\frac{D_1}{D_2} \right)^2 v_1$$

$$2g \cdot 30,58 = \lambda_1 \frac{L_1}{D_1} v_1^2 + \lambda_2 \frac{L_2}{D_2} \left(\frac{D_1}{D_2} \right)^4 v_1^2$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{600}{2800\lambda_1 + 26831,25\lambda_2}}$$

Iteracijski postupak, pretpostavljaju se vrijednosti λ_1 i λ_2 :

1. pretpostavka:

$$\begin{array}{llllll} \lambda_1 = 0,027 \rightarrow & v_1 = 0,867 \text{ m/s} & Re_1 = 129900,3 & \frac{\varepsilon}{D_1} = \frac{0,2}{150} = 0,0013 & \lambda_1 = 0,0229 \\ \lambda_2 = 0,027 \rightarrow & v_2 = 1,948 \text{ m/s} & Re_2 = 194850,4 & \frac{\varepsilon}{D_2} = \frac{0,2}{100} = 0,002 & \lambda_2 = 0,0245 \end{array}$$

2. pretpostavka:

$$\begin{array}{llllll} \lambda_1 = 0,0229 \rightarrow & v_1 = 0,912 \text{ m/s} & Re_1 = 136789,6 & \frac{\varepsilon}{D_1} = \frac{0,2}{150} = 0,0013 & \lambda_1 = 0,0229 \\ \lambda_2 = 0,0245 \rightarrow & v_2 = 2,052 \text{ m/s} & Re_2 = 205184,4 & \frac{\varepsilon}{D_2} = \frac{0,2}{100} = 0,002 & \lambda_2 = 0,0245 \end{array}$$

Usvojeni su koeficijenti trenja $\lambda_1 = 0,0229$ i $\lambda_2 = 0,0245$ te brzina u cijevima $v_1 = 0,912 \text{ m/s}$ i $v_2 = 2,052 \text{ m/s}$. Prema tome, protok kroz cijev 1 i 2 iznosi:

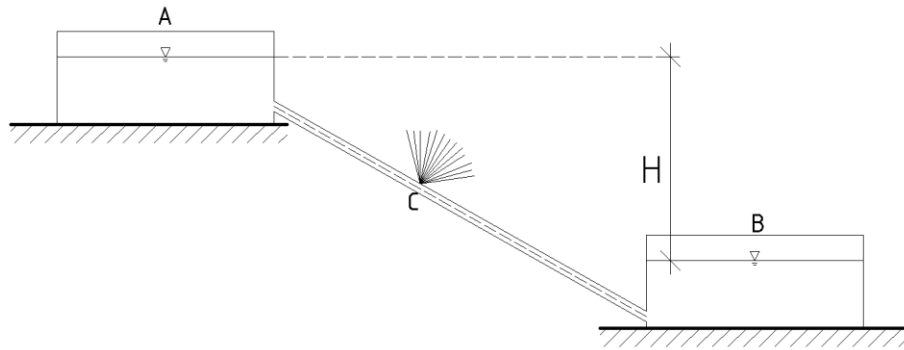
$$Q_1 = v_1 \cdot A_1 = Q_2 = v_2 \cdot A_2 = \mathbf{0,0161 \text{ m}^3/\text{s}}$$

Ukupan protok kroz sustav iznosi:

$$Q = Q_1 + Q_3 = \mathbf{0,0418 \text{ m}^3/\text{s}}$$

Zadatak 3

Dva su rezervoara povezana cjevovodom promjera 300 mm, ukupne dužine 5,3 km. Manningov koeficijent hrapavosti cijevi iznosi $n = 0,013 \text{ m}^{-1/3}\text{s}$. Visinska razlika između rezervoara iznosi 75 m. Na udaljenosti 2 km od gornjeg rezervoara došlo je slabljenja vara na spoju dvije cijevi što je izazvalo pad tlaka od 1,8 bara na tom mjestu (točka C). Izračunati koliko se povećalo istjecanje vode iz gornjeg rezervoara i koliki je gubitak vode na mjestu kvara. Lokalne gubitke zanemariti.



Slika 3 Shematski prikaz cjevovoda s naznačenim mjestom kvara

Rješenje:

Protok kroz sustav na slici moguće je izračunati postavljenjem *Jednadžbe očuvanja energije* između promatranih rezervoara (na njihovo vodno lice). Nakon toga moguće je izračunati gubitak energije od gornjeg rezervoara (A) do točke (C) gdje se dogodio kvar, kao i od te točke do donjeg rezervoara (B).

$$H = \lambda \frac{L_{AB}}{D} \frac{v^2}{2g}$$

$$\lambda = 124,6 \frac{n^2}{\sqrt[3]{D}} = 0,031$$

$$75 \text{ m} = 0,031 \frac{5300}{0,3} \frac{v^2}{2g}$$

$$v = 1,64 \text{ m/s}$$

$$Q = 0,116 \text{ m}^3/\text{s} = 116 \text{ l/s}$$

Gubitak energije između točaka A i C:

$$\Delta h_{A-C} = 0,031 \frac{2000}{0,3} \frac{1,64^2}{2g} = 28,33 \text{ m}$$

Gubitak energije između točaka C i B:

$$\Delta h_{C-B} = H - \Delta h_{A-C} = 75 \text{ m} - 28,33 \text{ m} = 46,67 \text{ m}$$

Gubitak energije između točaka A i C u trenutku kvara – u točki C je tlak smanjen za $\Delta p = 1,8$ bara

$$\Delta h = \frac{\Delta p}{\rho g} = \frac{1,8 \cdot 10^5}{\rho g} = 18,35 \text{ m}$$

$$\Delta h_{A-C} = 28,33 \text{ m} + 18,35 \text{ m} = 46,68 \text{ m}$$

Kada se zna ukupan gubitak na dionici A – C moguće je odrediti brzinu i protok na toj dionici:

$$46,68 \text{ m} = 0,031 \frac{2000}{0,3} \frac{v_{A-C}^2}{2g}$$

$$v_{A-C} = 2,1 \text{ m/s}$$

$$Q_{A-C} = 0,149 \text{ m}^3/\text{s} = 149 \text{ l/s}$$

U slučaju kvara u točki C iz rezervoara istječe **33 l/s** više vode nego u normalnim okolnostima.

Gubitak energije između točaka C i B u slučaju kvara:

$$\Delta h_{C-B} = H - \Delta h_{A-C} = 75 \text{ m} - 46,68 \text{ m} = 28,32 \text{ m}$$

Iz *Jednadžbe očuvanja energije*, tj. poznate vrijednosti gubitka energije, moguće je odrediti brzinu i protok od točke C do točke B:

$$\Delta h_{C-B} = \lambda \frac{L_{CB}}{D} \frac{v_{C-B}^2}{2g}$$

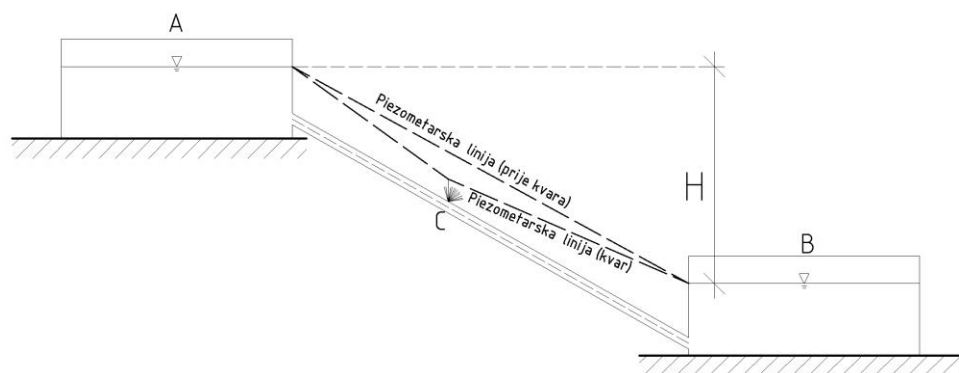
$$28,32 \text{ m} = 0,031 \frac{3300}{0,3} \frac{v_{C-B}^2}{2g}$$

$$v_{C-B} = 1,27 \text{ m/s}$$

$$Q_{C-B} = 0,089 \text{ m}^3/\text{s} = 89 \text{ l/s}$$

Iz *Jednadžbe kontinuiteta* moguće odrediti gubitak vode u točki C:

$$Q_G = Q_{A-C} - Q_{C-B} = 149 \text{ l/s} - 89 \text{ l/s} = \mathbf{60 \text{ l/s}}$$



Slika 4 Piezometarske linije za slučaj prije i za vrijeme kvara

Zadatak 4.5 Usporedba varijantnih rješenja opskrbe vodom naselja

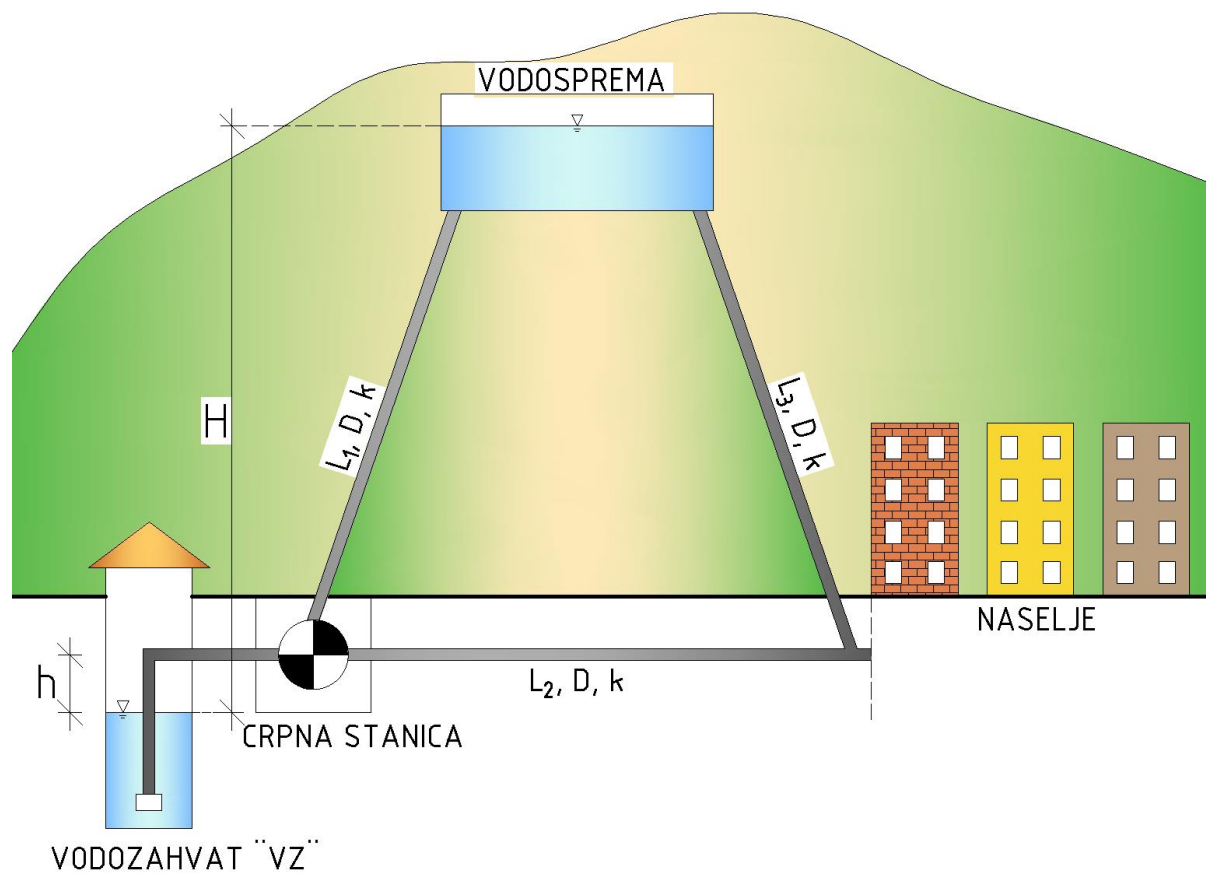
Naselje se opskrbljuje vodom s vodozahvata "VZ" koje se nalazi na otprilike 5 km udaljenosti od naselja. Potrebno je usporediti dva varijantna rješenja opskrbe vodom naselja u vidu troškova pogona i radnih tlakova ispred naselja:

Varijanta 1: naselje se tijekom 24 sata opskrbljuje vodom iz vodozahvata – 16 sati se za pogon crpke koristi električna energija standardne cijene, 8 sati električna energija 35 % jeftinija.

Varijanta 2: naselje se 16 sati opskrbljuje vodom iz vodospreme smještene iznad naselja, a 8 sati (za vrijeme jeftinije cijene električne energije) crpka s vodozahvata istovremeno opskrbljuje naselje te puni vodospremu. U tom periodu izlaz iz vodospreme se zatvara.

Pretpostaviti da je potrošnja vode u naselju konstantna tijekom 24 sata i iznosi 30 l/s. Traženi tlak na ulazu u naselje treba iznositi 3,5 bara.

Zadano je: $H=45$ m, $h=5$ m, $L_1=2,5$ km, $L_2=4,7$ km, $L_3=2,6$ km, $DN\ ID=250$ mm, $k(\varepsilon)=0,016$ mm, $\nu=1,6\cdot 10^{-6}$ m²/s. Lokalne gubitke zanemariti.



Slika 4.1 Shematski prikaz vodoopskrbnog sustava

Rješenje:

Potrebno je odrediti snagu crpke za obje varijante opskrbe vodom. Da bi se odredila manometarska visina dizanja, a posljedično i snaga crpke, potrebno je riješiti *Jednadžbu očuvanja energije* između presjeka postavljenih kod vodozahvata, ispred naselja i u vodospremi (ovisno od varijante) te odrediti manometarsku visinu (potisnu visinu).

Varijanta 1

Jednadžba očuvanja energije između vodozahvata i naselja (referentna ravnina postavljena je na razinu vode u vodozahvatu „VZ“:

$$H_{\text{man},1} = z_{\text{naselje}} + \left(\frac{p}{\rho g} \right)_{\text{naselje}} + \lambda_2 \frac{L_2}{D} \frac{v^2}{2g}$$

$$v = \frac{Q}{A} = \frac{30 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}}{0,049 \text{ m}^2} = 0,61 \text{ m/s}$$

$$Re_2 = \frac{vD}{\nu} = \frac{0,61 \text{ m/s} \cdot 0,25 \text{ m}}{1,6 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}} = 95312,5$$

$$\lambda_2 = \frac{1,325}{\left(\ln \left(\frac{k}{3,7D} + \frac{5,74}{Re_2^{0,9}} \right) \right)^2} = 0,0184$$

$$H_{\text{man},1} = 5 \text{ m} + \left(\frac{3,5 \cdot 10^5 \text{ Pa}}{\rho g} \right)_{\text{naselje}} + 0,0184 \frac{4700}{0,25} \frac{0,61^2}{2g} = \mathbf{47,23 \text{ m}}$$

Varijanta 2

Crpka u ovoj varijanti radi s protokom 3 puta većim od protoka iz Varijante 1. Budući da situacija zahtijeva da se tijekom 16 h (kada crpka ne radi) naselje opskrbljuje vodom iz vodospreme, tu istu vodospremu je potrebno napuniti za 8 h. Za isti volumen vode crpka mora tlačiti dvostruko veći protok prema vodospremi u odnosu na onaj koji otječe iz vodospreme (kada crpka ne radi, a naselje se opskrbljuje iz vodospreme). Također, opskrba vodom naselja ne smije stati pa jedna trećina ukupnog protoka kojeg crpka tlačí prolazi kroz cijev L_2 prema naselju (naselje zahtijeva konstantnu opskrbu vodom tijekom dana u iznosu od 30 l/s).

Jednadžba očuvanja energije između vodozahvata i vodospreme:

$$H_{\text{man},2} = H + \lambda_1 \frac{L_1}{D} \frac{v_1^2}{2g}$$

$$v_1 = \frac{Q}{A} = \frac{60 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}}{0,049 \text{ m}^2} = 1,22 \text{ m/s}$$

$$Re_1 = \frac{v_1 D}{\nu} = \frac{1,22 \text{ m/s} \cdot 0,25 \text{ m}}{1,6 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}} = 190625$$

$$\lambda_1 = \frac{1,325}{\left(\ln \left(\frac{k}{3,7D} + \frac{5,74}{Re_1^{0,9}} \right) \right)^2} = 0,0162$$

$$H_{\text{man},2} = 45 + 0,0162 \frac{2500}{0,25} \frac{1,22^2}{2g} = \mathbf{57,29 \text{ m}}$$

Vrijednost tlaka ispred naselja u slučaju Varijante 2:

Tijekom 16 h opskrbe iz vodospreme:

$$H = z_{\text{naselje}} + \left(\frac{p}{\rho g} \right)_{\text{naselje}} + \lambda_3 \frac{L_3}{D} \frac{v^2}{2g}$$

$$\lambda_3 = \lambda_2 = 0,0184$$

$$p_{\text{naselje}} = \rho g \left(H - z_{\text{naselje}} - \lambda_3 \frac{L_3}{D} \frac{v^2}{2g} \right) = 3,568 \text{ bara}$$

Tijekom 8 h opskrbe iz vodozahvata:

$$H_{\text{man},2} = z_{\text{naselje}} + \left(\frac{p}{\rho g} \right)_{\text{naselje}} + \lambda_2 \frac{L_2}{D} \frac{v^2}{2g}$$

$$p_{\text{naselje}} = \rho g \left(H_{\text{man},2} - z_{\text{naselje}} - \lambda_2 \frac{L_2}{D} \frac{v^2}{2g} \right) = 4,48 \text{ bara}$$

Relativna ušteda u troškovima pogona odredit će se iz odnosa uloženih snaga crpki pomnoženih s relativnom cijenom električne energije:

$$\eta = \frac{H_{\text{man},2}(3 \cdot Q \cdot 8 \cdot 0,65)}{H_{\text{man},1} \cdot Q(16 + 8 \cdot 0,65)} = \frac{26,81}{30,04} = 0,892$$

Iz rezultata je vidljivo da ušteda u Varijanti 2 iznosi oko 10,8 %. Također, vidljivo je da tlak ispred naselja u Varijanti 2 oscilira tijekom dana (od 3,568 bara do 4,48 bara) u odnosu na Varijantu 1 gdje je on konstantan. Postavlja se pitanje isplativosti uključivanja vodospreme u vodoopskrbni sustav s obzirom na malu vrijednost uštede, ali i neravnomjernost pritiska u cjevovodu tijekom dana. Kako bi se došlo do konačnog odgovora potrebno je izvršiti daljnje analize te odrediti vrijednost investicijskih troškova izgradnje obje varijante te ih usporediti s troškovima pogona i održavanja sustava za planirani projektni period. Tek nakon tako provedene cjelovite analize može se donijeti konačna odluka o odabiru optimalne opskrbe vodom naselja.