

FAKTORI IZBOČIVANJA I KRITIČNA NAPREZANJA POJASNICA ČELIČNIH NOSAČA OTVORENIH POPREČNIH PRESJEKA

BUCKLING FACTORS AND CRITICAL STRESSES OF OPEN CROSS SECTION STEEL BEAM FLANGES

Mateo ČAKARUN*, Mladen BULIĆ*

Sažetak

U radu je obrađena stabilnost pločastih elemenata čeličnih nosača otvorenih poprečnih presjeka koji su opterećeni u svojoj ravnini. Najprije su objašnjeni neki osnovni pojmovi vezani za izbočivanje pločastih elemenata te su pokazane vrijednosti faktora izbočivanja za različite rubne uvjete i različita opterećenja. Na konkretnom primjeru I poprečnog presjeka prikazano je određivanje faktora izbočivanja i kritičnog naprezanja za hrbat i pojasnicu primjenom specijaliziranog računalnog programa EBPlate te uporabom gotovih vrijednosti danih u postojećoj literaturi. Usporedbom dobivenih vrijednosti uočavaju se znatno manje vrijednosti faktora izbočivanja, a time i kritičkog naprezanja kod pojasnice u odnosu na vrijednosti kod hrpta.

Ključne riječi: faktor izbočivanja, kritično naprezanje, stabilnost pločastog elementa, računalni program EBPlate, eurokod

Abstract

The stability of steel plate elements of open cross section steel beams subjected to loading in their own plane is analyzed in the paper. First, some basic notions related to the buckling of plate elements are explained and the values of buckling factors for different boundary conditions and various loads are shown. For the specific example

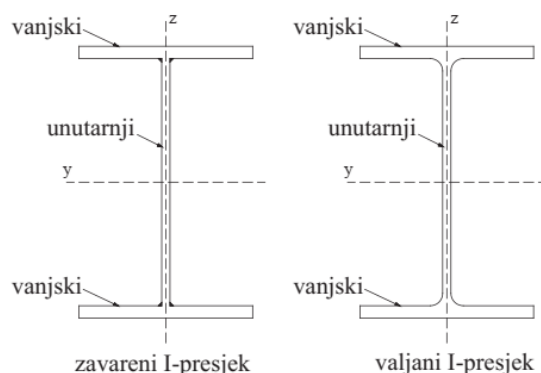
* Građevinski fakultet Sveučilišta u Rijeci, R. Matejčić 3, 51000 Rijeka
E-mail: {mateo.cakarun,mladen.bulic}@gradri.hr

of the I cross section, the buckling factors and the critical buckling stresses are determined for the web and the flange using a specialized software program EBPlate and by using the values provided in the existing literature. By comparing the obtained values, significantly lower values of the buckling factor, and thus of the critical stress of the flange regarding to the web, were observed.

Key words: buckling factor, critical stress, plate element stability, computer program EBPlate, eurocode

1. Uvod

Poprečni presjeci konstrukcijskih elemenata, bili oni unutarnji ili vanjski, mogu se razmatrati kao da su sastavljeni iz pločastih elemenata od kojih su neki unutarnji (hrptovi otvorenih poprečnih presjeka), a neki vanjski (pojasnice otvorenih poprečnih presjeka), Slika 1 [1].



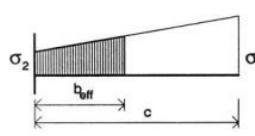
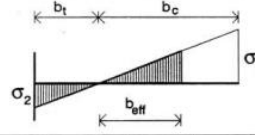
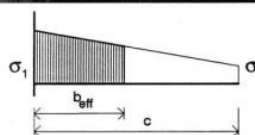
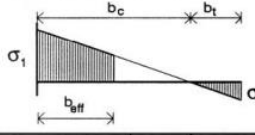
Slika 1. Pločasti elementi (zavareni ili valjani) od kojih je sastavljen I-nosač

Budući da su pločasti elementi poprečnih presjeka relativno tanki u usporedbi sa njihovom širinom, kada su tlačno naprezani (kao rezultat uzdužne tlačne sile ili savijanja), mogu se lokalno izbočiti [2]. Lokalno izbočivanje pločastog elementa, bez obzira radi li se o pojasnici ili hrptu, sprječava dosizanje tečenja presjeka te na taj način ograničava otpornost poprečnog presjeka na uzdužnu tlačnu silu ili otpornost poprečnog presjeka na savijanje. Fenomen lokalnog izbočivanja pločastih elemenata, a time i mogućnost preuranjenog otkazivanja, može se izbjeći ograničenjem odnosa širina-debljina pojedinog pločastog elementa ili dodavanjem ukrućenja. Navedeni problem lokalnog izbočivanja kontrolira se uvođenjem faktora izbočivanja.

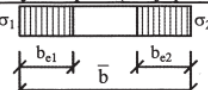
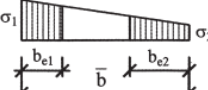
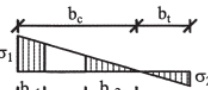
U postojećoj literaturi i u europskim normama vrijednosti faktora izbočivanja obično su dane kao gotove brojčane vrijednosti ovisno o rubnim uvjetima elemenata i raspodjeli naprezanja za vanjske i unutarnje elemente otvorenih poprečnih presjeka, a u posljednje vrijeme se koristi gotov specijalizirani računalni program EBPlate [3], koji je utemeljen na europskoj normi EN 1993-1-5 [4]. Cilj ovoga rada je pokazati kako se dobiju te vrijednosti faktora izbočivanja za proizvoljne rubne uvjete, raspodjelu naprezanja i odnos dužine i širine. Bitna razlika u odnosu na rad [5] je određivanje faktora izbočivanja i kritičnog naprezanja za pojasnicu otvorenog poprečnog presjeka, kao pločastog elementa s jednim slobodnim rubom.

U nastavku će se pokazati kako su nastale vrijednosti faktora izbočivanja iz Tablice 1 i Tablice 2, zatim će se uraditi primjer s takvim rubnim uvjetima koji odgovaraju hrptu i pojasnici odabranog I poprečnog presjeka (Tablice 1 i 2 izrađene su prema tablicama 4.1. i 4.2 u normi EN 1993-1-5) [4].

Tablica 1. Vrijednosti faktora izbočivanja za vanjski element u tlaku [1]

TLAČNI ELEMENTI PRIDRŽANI NA JEDNOM KRAJU (VANJSKI ELEMENTI)					
RASPODJELA NAPONA (TLAK POZITIVAN)			SUDJELUJUĆA ŠIRINA b_{eff}		
			$1 > \psi \geq 0$ $b_{eff} = \rho \cdot c$		
			$\psi < 0$ $b_{eff} = \rho \cdot b_c = \frac{\rho \cdot c}{1 - \psi}$		
$\psi = \sigma_2/\sigma_1$	+1	0	-1	$+1 \geq \psi \geq -1$	
KOEFICIJENT IZBOČAVANJA k_σ	0.43	0.57	0.85	$0.57-0.21\cdot\psi+0.07\cdot\psi^2$	
			$1 > \psi \geq 0$ $b_{eff} = \rho \cdot c$		
			$\psi < 0$ $b_{eff} = \rho \cdot b_c = \frac{\rho \cdot c}{1 - \psi}$		
$\psi = \sigma_2/\sigma_1$	+1	$+1 > \psi > 0$	0	$0 > \psi > -1$	-1
KOEFICIJENT IZBOČAVANJA k_σ	0.43	$0.578 / (\psi + 0.34)$	1.70	$1 - 7 - 5\psi + 17.1\psi^2$	23.8

Tablica 2. Vrijednosti faktora izbočivanja za unutarnji element u tlaku [1]

Raspodjela napona (tlak je pozitivan)				Efektivna širina b_{eff}		
				$\psi = 1:$ $b_{eff} = \rho \bar{b}$ $b_{e1} = 0,5b_{eff}$ $b_{e2} = 0,5b_{eff}$		
				$1 > \psi \geq 0:$ $b_{eff} = \rho \bar{b}$ $b_{e1} = \frac{2}{5-\psi} b_{eff}$ $b_{e2} = b_{eff} - b_{e1}$		
				$\psi < 0:$ $b_{eff} = \rho b_c = \rho \bar{b} / (1 - \psi)$ $b_{e1} = 0,4 b_{eff}$ $b_{e2} = 0,4 b_{eff}$		
$\psi = \sigma_2 / \sigma_1$	1	$1 > \psi > 0$	0	$0 > \psi > -1$	-1	$-1 > \psi > -3$
Faktor k_σ	4,0	$8,2 / (1,05 + \psi)$	7,81	$7,81 - 6,29\psi + 9,78\psi^2$	23,9	$5,98 (1 - \psi)^2$

Europski centar za normizaciju CEN prepoznao je važnost normizacije proračuna i dimenzioniranja tlačno opterećenih pločastih nosača te je uvedena posebna norma EN 1993-1-5 [4] pod nazivom PLATED STRUCTURAL ELEMENTS za čiju primjenu su izrađeni posebni komentari i riješeni primjeri [6, 7]. Budući da je primjena te norme relativno zahtjevnja, za lakšu uporabu navedene norme izrađen je specijalizirani računalni program EBPlate [3] koji se temelji na teoriji tankih ploča opterećenih u svojoj ravnini. Računalni program određuje faktore izbočivanja k_σ i kritična naprezanja σ_{cr} vezano za elastično izbočivanje pločastih nosača različitih rubnih uvjeta, s ukrućenjem ili bez ukrućenja limova opterećenih u svojoj ravnini [5]. Računalni program EBPlate ima mogućnost određivanja faktora izbočivanja i kritičnog naprezanja pločastih elemenata slobodno oslonjenih, upetih ili elastično upetih na sva svoja 4 ruba (npr. hrptovi otvorenih poprečnih presjeka) te ne podržava mogućnost određivanja faktora izbočivanja k_σ i kritičnog naprezanja σ_{cr} pločastih elemenata s jednim ili više slobodnih rubova (npr. kao što je pojasnica otvorenih poprečnih presjeka).

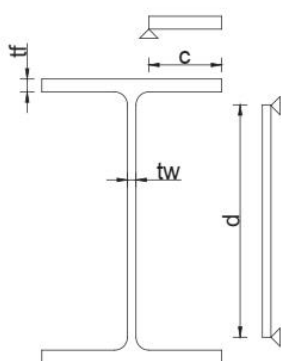
Primjenom računalnog programa EBPlate (engl. Elastic Buckling of Plate) [3] odredit će se faktor izbočivanja k_σ i kritično naprezanje σ_{cr} za hrbat IPE450 profila, dok će se faktor izbočivanja k_s i kritično naprezanje σ_{cr} pojasnice odrediti pomoću tablica i dijagrama.

Nepoznavanje ponašanja čeličnih ploča najčešće proizlazi iz nedovoljnog razumijevanja temeljnih pojmova vezanih uz problematiku ploča, pa je stoga nužno čitateljima najprije objasniti što je to izbočivanje, kako do njega dolazi, a potrebno je nešto ukratko reći o linearnoj teoriji izbočivanja kako bi čitatelji, naročito oni koji se često ne susreću s ovom tematikom, bolje razumjeli što je to faktor izbočivanja i kritično naprezanje.

2. Izbočivanje pločastih elemenata i linearna teorija izbočivanja

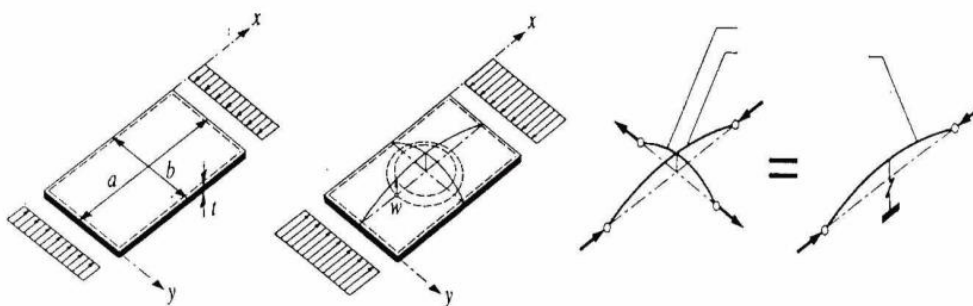
2.1. Izbočivanje pločastih elemenata

Izbočivanje je pojava gubitka stabilnosti tankih ploča opterećenih u svojoj ravnini. Budući da su punostijeni pločasti nosači sastavljeni od pojasnica i hrptova koji su zapravo ploče opterećene u svojoj ravnini, poprečni se presjek punostijениh limenih nosača stoga može modelirati kao skup pojedinačnih pločastih elemenata izloženih tlačnim naprezanjima [2], Slika 2.



Slika 2. Poprečni presjek elementa kao skup pojedinačnih pločastih elemenata

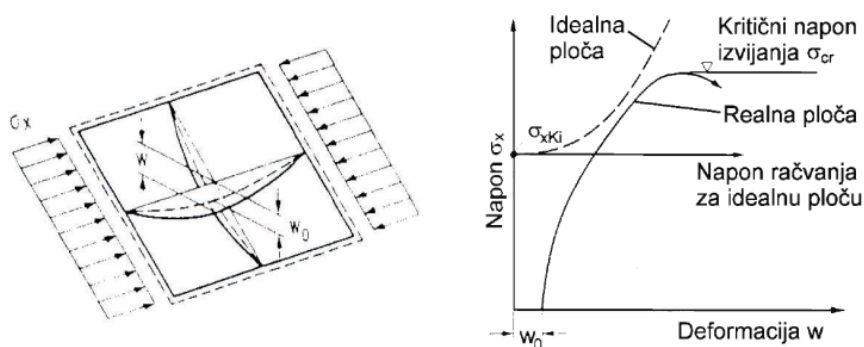
Teorijska rješenja ponašanja ploče najčešće se svode na pravokutnu, na sve četiri strane slobodno oslonjenu ploču koja je duž dvije paralelne strane opterećena tlačnim naprezanjima [2], Slika 3.



Slika 3. Izbočivanje pravokutne ploče izložene tlačnim naprezanjima [2]

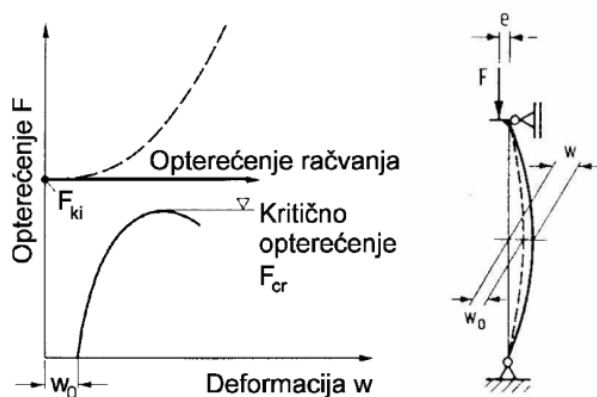
Pri malom opterećenju ploča se ne deformira okomito na svoju ravninu; povećanjem opterećenja prvo se javljaju elastične deformacije okomito na ravninu koje nestaju nakon uklanjanja opterećenja. Daljnjim povećavanjem

opterećenja dolazi do izbočivanja (trajne deformacije), a naprezanje pri kojemu se to događa naziva se kritično naprezanje elastičnog izbočivanja σ_{cr} . Iako je došlo do izbočivanja, ploča još uvijek može prenijeti dodatno opterećenje prije otkazivanja, Slika 4, te se time bitno razlikuje od ponašanja štapa izloženog uzdužnoj tlačnoj sili, Slika 5, [2].



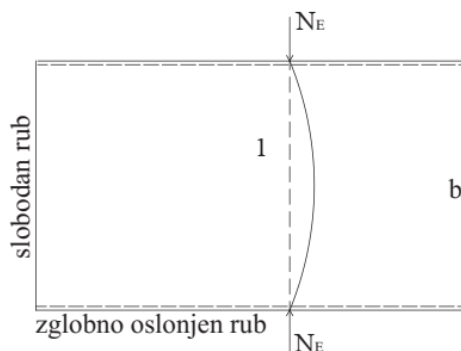
Slika 4. Izbočivanje pravokutne ploče izložene tlačnim naprezanjima [2]

Ovaj fenomen izbočivanja može se objasniti na sljedeći način: vlakna ploče u smjeru opterećenja su izložena tlaku, ali se ne mogu slobodno izviti jer ih u tome sprječavaju zategnuta vlakna koja su okomita na njih. Ta zategnuta vlakna čine neku vrstu oslonca tlačnim vlaknima. Vlačno djelovanje ovih zategnutih vlakana proizlazi iz postojanja oslonaca ploče paralelno s pravcem djelovanja opterećenja. Kada ne bi bilo tih oslonaca, ne bi bilo ni stabilizirajuće uloge zategnutih vlakana, što bi rezultiralo manjom nosivošću, [2].



Slika 5. Izbočivanje tlačnog štapa [2]

Sve ovo prije navedeno može se pokazati na jednostavnom razmatranju pločastog elementa, gdje se na pločastom elementu izdvojeno promatra traka jedinične širine, Slika 6.



Slika 6. Izvijanje jedinične trake ploče [2]

Kritično naprezanje izvijanja jedinične trake može se izračunati prema poznatom Eulerovom izrazu [2]:

$$\sigma_E = \pi^2 \cdot \frac{E}{\lambda^2} = \pi^2 \cdot \frac{E}{\left(b/(\sqrt{12}t)\right)^2} = \frac{\pi^2 \cdot E}{12} \cdot \left(\frac{t}{b}\right)^2, \quad (1)$$

gdje je E – modul elastičnosti, λ – bezdimenzionalna vitkost, b – duljina izdvojene trake, t – debljina pločastog elementa.

Sada, ako se uzme postojanje oslonaca i na slobodnim rubovima ovaj model izdvojene trake više nije mjerodavan budući da se mora uzeti u obzir i utjecaj poprečnih vlakana. Tada će se, umjesto modula elastičnosti E , pisati izraz $E/(1-\nu^2)$, kako bi se uzelo u obzir „pločasto“ djelovanje ploče. Te se tada dobije da kritično naprezanje izbočivanja ploče $\sigma_{E,p}$ iznosi [2]:

$$\sigma_{E,p} = \frac{\pi^2 \cdot E}{12 \cdot (1-\nu^2)} \cdot \left(\frac{t}{b}\right)^2. \quad (2)$$

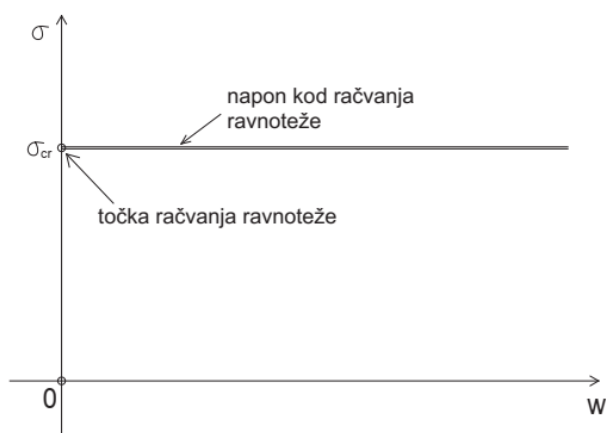
Budući da je poznata vrijednost Poissonovog koeficijenta za čelik, na ovaj se način dobije 10% veće kritično naprezanje:

$$\nu = 0,3 \Rightarrow \frac{\sigma_{E,p}}{\sigma_E} \approx 1,10.$$

gdje je ν - Poissonov koeficijent.

2.2. Linearna (elastična) teorija izbočivanja

Kako bi se bolje razumjelo dokaz stabilnosti tankih ploča treba poznavati osnovne elemente teorije izbočivanja ploča kojom se određuje idealno kritično naprezanje izbočivanja. Kod linearne teorije izbočivanja pretpostavlja se da je ovisnost naprezanja i deformacija linearna. Normalna naprezanja rastu proporcionalno s opterećenjem sve do točke račvanja ravnoteže nakon koje pretpostavlja se da normalna naprezanja ne mogu više rasti, Slika 7.

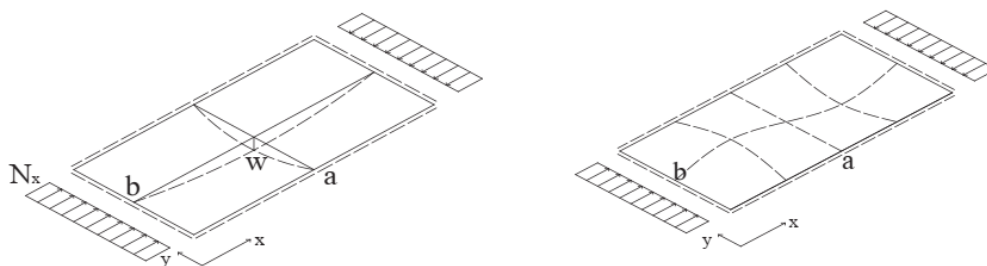


Slika 7. Točka račvanja ravnoteže [2]

Promatra se pravokutna ploča slobodno oslonjena na sve četiri strane i opterećena duž dvije suprotne strane ploče, Slika 8.

Ova teorija podrazumijeva važenje idealnih preduvjeta:

- materijal je idealno elastičan,
- nema početnih geometrijskih ni materijalnih imperfekcija
- vanjsko opterećenje djeluje u srednjoj ravnini ploče,
- deformacije ploče okomito na srednju ravninu su općenito male.



Slika 8. Proračunski model ploče za analizu izbočivanja, značenje parametara a , b , m , n [2]

Za promatranu ploču može se napisati sljedeća jednadžba ravnoteže:

$$\frac{d^4 w}{dx^4} + 2 \cdot \frac{d^4 w}{dx^2 dy^2} + \frac{d^4 w}{dy^4} = \frac{N_x}{D} \cdot \frac{d^2}{dx^2}, \quad (3)$$

gdje je:

w – deformacija ploče okomito na njenu ravninu

N_x – normalna sila na jedinicu duljine ($\sigma_{cr} = N_x / t$)

D – krutost ploče na jediničnoj širini

$$D = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)}. \quad (4)$$

Rješenje ove diferencijalne jednadžbe može se pretpostaviti u obliku:

$$w = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} a_{mn} \cdot \sin \frac{m\pi x}{a} \cdot \sin \frac{n\pi y}{b}, \quad (5)$$

gdje je:

m, n – broj valova u smjeru x, y

a, b – stranice ploče, Slika 8.

Diferenciranjem pretpostavljenog rješenja (5) i njegovim ubacivanjem u diferencijalnu jednadžbu (3) može se izračunati kritična normalna sila:

$$N_x = \frac{\pi^2 a^2 D}{m^2} \left[\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right]. \quad (6)$$

Ako se u (6) uvede omjer $\alpha = a/b$, a umjesto izraza za krutost ploče D ubaci izraz (4), dobije se:

$$N_x = \frac{\pi^2 Et}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{b} \right)^2 \left(\frac{m}{\alpha} + \alpha \frac{n^2}{m} \right)^2. \quad (7)$$

Ukoliko se cijeli izraz podijeli s debljinom pločastog elementa t , dobije se:

$$\sigma_x = \frac{N_x}{t} = \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{b} \right)^2 \left(\frac{m}{\alpha} + \alpha \frac{n^2}{m} \right)^2. \quad (8)$$

Budući da je poznat izraz za Eulerovo naprezanje σ_E :

$$\sigma_E = \frac{\pi^2 \cdot E}{12 \cdot (1-\nu^2)} \cdot \left(\frac{t}{b} \right)^2.$$

Stoga druga zagrada u izrazu (8) predstavlja koeficijent izbočivanja:

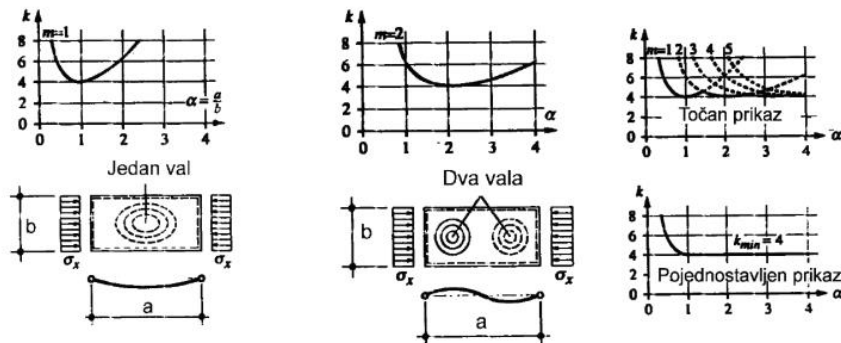
$$k_\sigma = \left(\frac{m}{\alpha} + \alpha \frac{n^2}{m} \right)^2. \quad (9)$$

Tada se σ_x može napisati u sljedećem obliku:

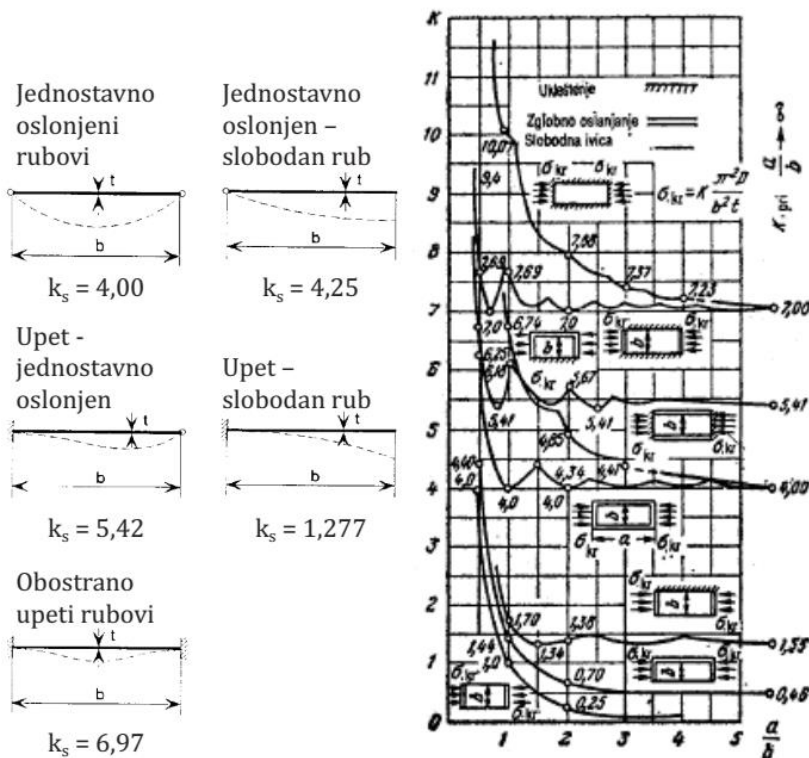
$$\sigma_x = k_\sigma \sigma_E. \quad (10)$$

Vrijednost koeficijenta izbočivanja ovisi o:

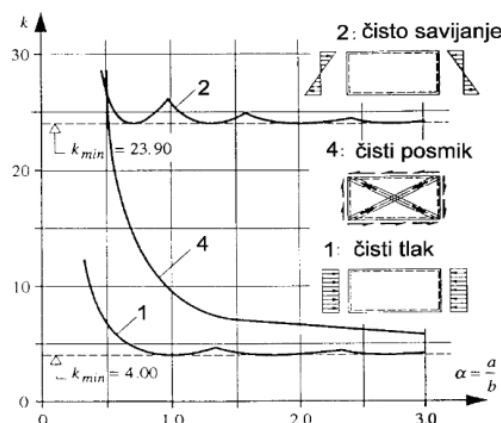
- broju izbočina, Slika 9,
- uvjetima oslanjanja, Slika 10,
- načinu naprezanja ploče, Slika 11,
- o odnosu stranica pločastog elementa ($\alpha = a/b$).



Slika 9. Ovisnost koeficijenta izbočivanja o broju izbočina [2]

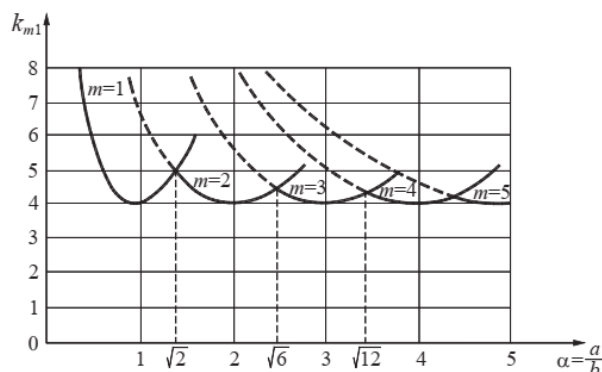


Slika 10. Vrijednosti koeficijenta izbočivanja ovisno o rubnim uvjetima pločastog elementa [2], [8]



Slika 11. Ovisnost koeficijenta izbočivanja o načinu naprezanja ploče [2]

Ovisnost koeficijenta izbočivanja i parametra $\alpha = a/b$ za pločasti element slobodno oslonjen sa sve četiri strane gdje postoji jedna izbočina u y smjeru prikazan je na Slici 12. Iz prikazanog se uočava da se najmanje kritično naprezanje dobije kada je parametar α cijeli broj (vrijedi za slobodno oslonjenu ploču na sve četiri strane), [5].



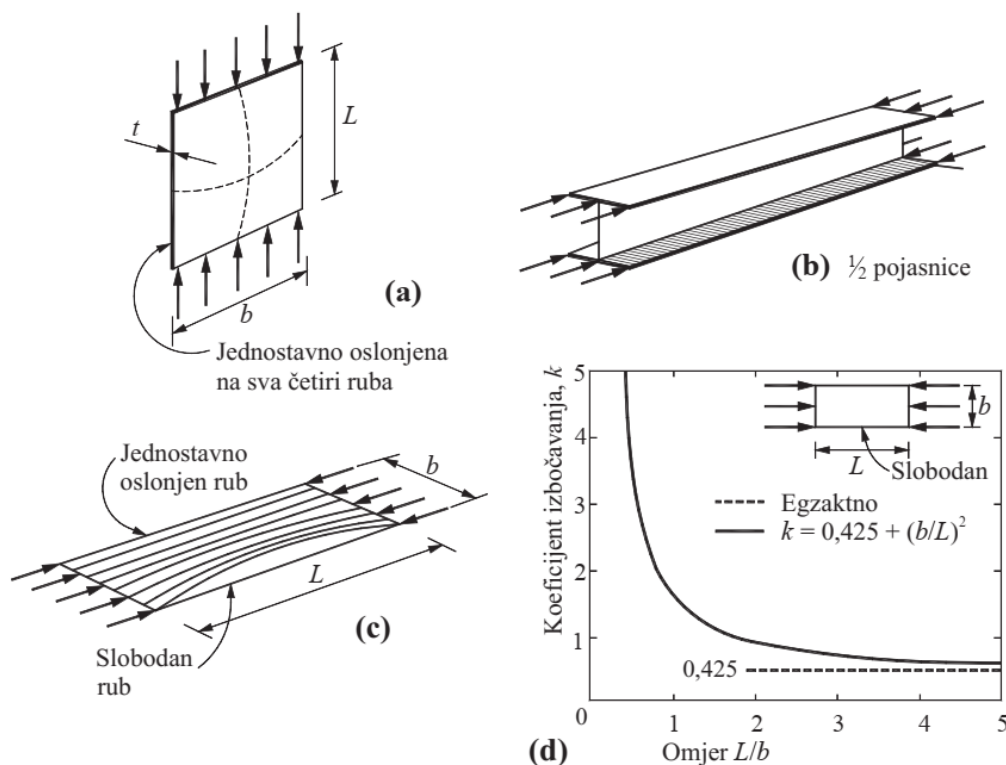
Slika 12. Dijagram krivulja ovisnosti k_s i α za $n=1$ [2]

3. Pojasnice otvorenih poprečnih presjeka izloženih tlaku

Otvoreni poprečni presjeci sastavljeni su od više pločastih elemenata od kojih su neki, kao što su pojasnice punostijenog I-nosača, slobodni duž jednog uzdužnog ruba i u pravilu su vrlo dugački u odnosu na širinu [1]. Stoga se tlačne pojasnice punostijenih I-nosača mogu tretirati kao pločasti elementi slobodno oslonjeni s tri strane, s jedne strane oslonjene na hrbat, a sa druge dvije strane na poprečna ukrućenja, dok je četvrti rub ploče slobodan.

U ovakvim slučajevima, kad se promatra pojasnice otvorenih punostijenih I-nosača, usvaja se pretpostavka o jednolikosti raspodjele normalnih naprezanja u pojasnici te se zanemaruje i linearna promjena naprezanja po visini pojasnice. Zbog relativno malog konzolnog prepusta kritično Eulerovo naprezanje je u ovakvim situacijama bitno veće od istog naprezanja za hrbat, ali je stoga vrijednost koeficijenta izbočivanja također znatno manja [2].

Na slici 13 prikazan je oblik izbočivanja takvog pločastog elementa slobodno oslonjenog sa tri strane te slobodnog sa četvrte strane. Također je prikazana ovisnost između odnosa dužine i širine ploče, L/b , i koeficijenta izbočivanja za dugački pločasti element slobodan po jednom rubu. Iz priložene slike 13 vidi se da koeficijent izbočivanja teži k graničnoj vrijednosti 0,425 s povećanjem odnosa L/b [1].



Slika 13. Ponašanje pločastih elemenata u tlaku [1]

Iz slike 13 vidi se da koeficijent izbočivanja k_s ovisi o rubnim uvjetima i odnosu dimenzija pločastog elementa. U Tablici 3 dane se vrijednosti faktora izbočivanja k_s za nekoliko najčešćih oblika naprezanja na rubovima pločastih elemenata za velike odnose L/b unutarnjih i vanjskih elemenata.

Da bi se odredio koeficijent izbočivanja najprije treba razmotriti rubne uvijete, odnosno utvrditi radi li se o unutarnjem elementu (koji je slobodno oslonjen sa sve 4 strane) ili vanjskom elementu presjeka (koji je slobodno oslonjen sa svoje 3 strane, dok mu je četvrta strana slobodna) u tlaku. Nakon što smo odredili rubne uvijete za promatrani pločasti element uzima se u obzir raspodjelu naprezanja po presjeku elementa preko omjera naprezanja na rubnim vlakancima $\psi = \sigma_2 / \sigma_1$. Najčešći slučajevi su pločasti elementi u tlaku s jednolikom raspodjelom naprezanja ($\sigma_1 = \sigma_2$) kada je $\psi = 1$. To se naročito odnosi na pojasnice otvorenih poprečnih presjeka (npr. I-nosač) kada je cijeli poprečni presjek izložen uzdužnoj tlačnoj sili (obje pojasnice u tlaku) ili čistom savijanju s naprezanjima u rubnim vlakancima istog intenziteta, ali suprotnog predznaka (jedna pojasnica je u tlaku, a druga u vlaku).

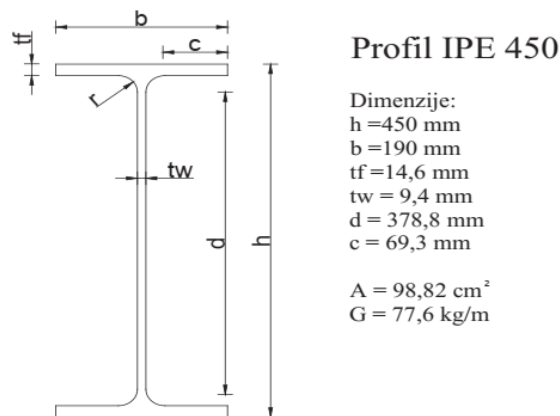
Tablica 3. Vrijednosti faktora izbočivanja za nekoliko oblika raspodjele naprezanja na rubovima pločastih elemenata [1, 5]

$\sigma_{1,2}$ = maksimalno tlačno naprezanje					
$\psi = \sigma_2 / \sigma_1$	+1	$1 > \psi > 0$	0	$0 > \psi > -1$	-1
Unutarnji element (I)	$k_\sigma = 4,0$	$k_\sigma = 8,2 / (1,05 + \psi)$	$k_\sigma = 7,81$	$k_\sigma = 7,81 + 6,29\psi + 9,78\psi^2$	$k_\sigma = 23,9$
Vanjski element (II)	$k_\sigma = 0,43^*$	$k_\sigma = 0,57 - 0,21\psi + 0,07\psi^2$	$k_\sigma = 0,57$	$k_\sigma = 0,57 - 0,21\psi + 0,07\psi^2$	$k_\sigma = 0,85$
Vanjski element (III)	$k_\sigma = 0,43^*$	$k_\sigma = 0,578 / (\psi + 0,34)$	$k_\sigma = 1,70$	$k_\sigma = 1,7 - 5\psi + 17,1\psi^2$	$k_\sigma = 23,8$

4. Određivanje faktora izbočivanja i kritičnih naprezanja na konkretnom primjeru

Do sada su objašnjeni neki osnovni pojmovi vezani za izbočivanje pločastih elemenata od kojih su sastavljeni nosači. U ovom poglavlju će se pokazati vrijednosti faktora izbočivanja i vrijednosti kritičnog naprezanja pločastih elemenata (hrpta i pojasnice) profila IPE450 bez poprečnih ukrućenja i s poprečnim ukrućenjima.

Uz pomoć računalnog programa EBPlate-a pokazat će se konkretne vrijednosti faktora izbočivanja i konkretne vrijednosti kritičnog naprezanja hrpta, dok će se faktor izbočivanja i kritično naprezanje pojasnice profila IPE450 odrediti pomoću priručnih tablica i dijagrama budući da računalni program EBPlate nema mogućnost određivanja faktora izbočivanja i kritičnog naprezanja pločastih elemenata slobodnih duž jedne ili više stranica.



Slika 14. Prikaz dimenzija profila IPE450

Programom EBPlate-a najprije će se odrediti faktor izbočivanja i kritično naprezanje hrpta izloženog jednolikom tlačnom naprezanju, a zatim izloženom čistom savijanju. Nakon toga će se odrediti faktor izbočivanja i kritično naprezanje pojasnice pomoću dijagrama i tablica.

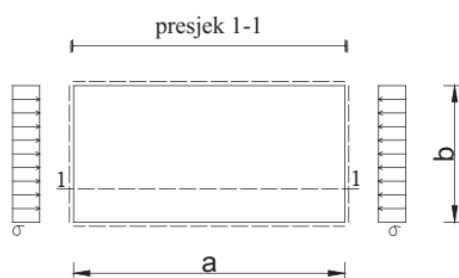
4.1. Određivanje faktora izbočivanja i kritičnog naprezanja hrpta profila IPE450 bez ukrućenja

U specijaliziranom računalnom programu EBPlate kritično naprezanje određuje se primjenom *Rayleigh-Ritzove* energetske metode, pri čemu se oblici izvijanja dobivaju primjenom Fourierovih redova [3]. Također, u programu EBPlate korištene su posebne programske cjeline kao LAPACK (engl. Linear Algebra PACKage) za rješavanje problema vlastitih funkcija [5]. Primjenom ovoga računalnog programa uspostavljena je relacija:

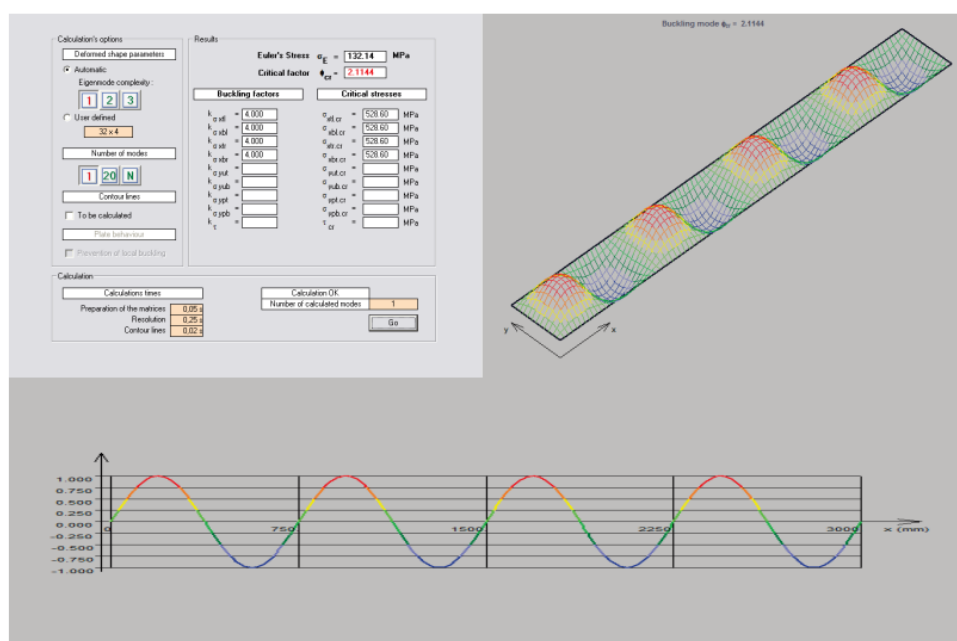
$$\sigma_{cr} = k_{\sigma} \cdot \sigma_E = \phi_{cr} \cdot \sigma, \quad (11)$$

ϕ_{cr} - kritični faktor kojim se množi vanjsko naprezanje na ploču (σ) da bi se dobila vrijednost kritičnog naprezanja σ_{cr} .

U nastavku je dan primjer izračuna faktora izbočivanja i kritičnog naprezanja hrpta profila IPE 450 izloženog čistom tlaku (Slika 15) primjenom računalnog programa EBPlate. Najprije se zadaju dimenzije elementa, svojstva čelika i uvjeti oslanjanja. Pločasti element na Slici 15 slobodno je oslonjen na sve četiri strane bez poprečnih i uzdužnih ukrućenja. Dimenzije su $a = 3000$ mm, $b = 379$ mm, $t = 10$ mm. Tlačno naprezanje iznosi $\sigma = 250$ N/mm².



Slika 15. Definiranje dimenzija ploče, rubnih uvjeta i opterećenja

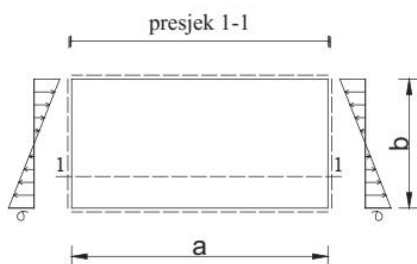


Slika 16. Vrijednosti faktora izbočivanja k_s , faktora kritičnog naprezanja ϕ_{cr} , kritičnog naprezanja σ_{cr} i oblik lokalnog izbočivanja

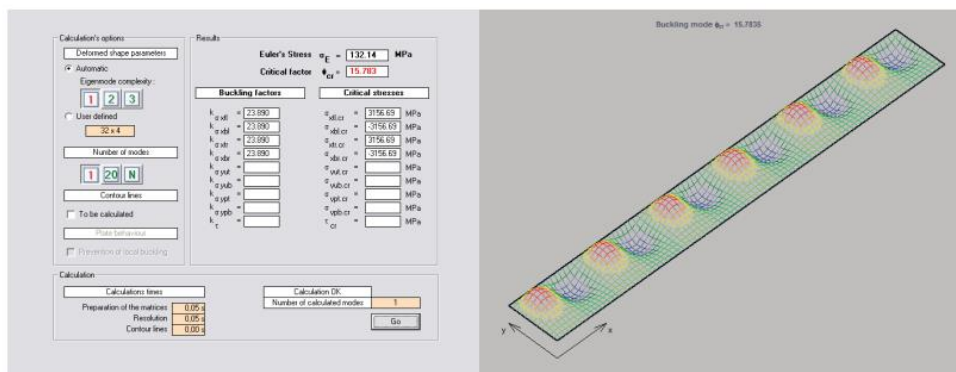
Vrijednost kritičnog naprezanja u ovom slučaju ima vrijednost (Slika 16):

$$\sigma_{cr} = k_{\sigma} \cdot \sigma_E = \phi_{cr} \cdot \sigma = 4,0 \cdot 132,14 = 2,1144 \cdot 250 = 528,60 \text{ MPa.}$$

Zatim je dan izračun faktora izbočivanja i kritičnog naprezanja hrpta profila IPE 450 izloženog čistom savijanju (Slika 17) primjenom računalnog programa EBPlate. Pločasti element na Slici 17 slobodno je oslonjen na sve četiri strane bez poprečnih i uzdužnih ukrućenja. Dimenzije su $a = 3000$ mm, $b = 379$ mm, $t = 10$ mm. Naprezanje iznosi $\sigma = 200$ N/mm².



Slika 17. Definiranje dimenzija ploče, rubnih uvjeta i opterećenja



Slika 18. Vrijednosti faktora izbočivanja k_s , faktora kritičnog naprezanja ϕ_{cr} , kritičnog naprezanja σ_{cr} i oblik lokalnog izbočivanja

Vrijednost kritičnog naprezanja u ovom slučaju ima vrijednost (Slika 18):

$$\sigma_{cr} = k_s \cdot \sigma_E = \phi_{cr} \cdot \sigma = 23,89 \cdot 132,14 = 15,783 \cdot 200 = 3156,69 \text{ MPa.}$$

Vrijednosti faktora izbočivanja koje su dobivene za hrpat IPE 450 nosača pomoću računalnog programa EBPlate odgovaraju vrijednostima faktora izbočivanja koje su dane u obliku dijagrama na Slici 10 i Slici 11. Iz dijagrama na Slici 10 i Slici 11 se vidi da, što je veći omjer strana pločastog elementa, to vrijednosti faktora izbočivanja teže graničnim vrijednostima. U slučaju čistog tlaka to je vrijednost $k_s = 4,00$, a u slučaju čistog savijanja $k_s = 23,90$, što je potvrđeno i sa prethodna dva primjera gdje je omjer strana pločastog elementa $a/b = 7,92 \sim 8,00$.

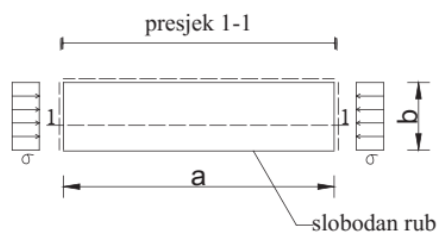
Primjenom računalnog programa EBPlate dobiven je trodimenzionalan prikaz oblika izbočenog modela pločastog elementa. Kritično naprezanje dano ovim programom izračunato je pomoću teorije linearnog elastičnog izbočivanja idealiziranih pločastih nosača tako da nema ograničavanja naprezanja kao kod realnih elemenata.

Ploče koje su izvedene s ukrućenjima mogu pokazati znakove lokalne ili globalne nestabilnosti. Znači, ovisno o geometrijskim i statičkim veličinama može se pojaviti lokalno izbočivanje ploče između ukrućenja, izbočivanje dijela ukrućene ploče ako postoje uzdužna i poprečna ukrućenja te globalno izbočivanje ukrućene ploče. Prema definiciji kritičnog opterećenja [9], uvijek se uzima kao mjerodavna najmanja vrijednost kritičnog naprezanja.

4.2. Određivanje faktora izbočivanja pojasnice profila IPE450 bez ukrućenja

Budući da se faktori izbočivanja i kritična naprezanja pločastih elemenata kao što su pojasnice (elementi koji su slobodno oslonjeni duž tri stranice i slobodni duž četvrte stranice) ne mogu izračunati pomoću računalnog programa EBPlate-a, za izračun faktora izbočivanja i kritičnog naprezanja koristiti će se dijagrami i tablice gdje su već određene vrijednosti faktora izbočivanja [8].

Pojasnica IPE 450 nosača je slobodno oslonjena na svoje tri stranice i slobodna duž četvrte. Bez obzira da li je nosač opterećen čistim tlačnim naprezanjem ili je izložen čistom savijanju, u pojasnici se javljaju samo tlačna ili samo vlačna naprezanja. Promatrat će se ona pojasnica u kojoj se javljaju tlačna naprezanja, jer u tim pojasnicama postoji mogućnost izbočivanja. Dimenzije pločastog elementa (pojasnice profila IPE450) su: $a = 3000$ mm, $b = 69,3$ mm, $t = 14,6$ mm (slika 19). Element je izložen čistom tlaku $\sigma = 250$ N/mm² [10].



Slika 19. Definiranje dimenzija ploče, rubnih uvjeta i opterećenja

Koristeći dijagram sa Slike 10 i Tablice iz literature (Tablica 4) može se uočiti da kod velikih odnosa a/b koeficijent izbočivanja k_s teži graničnoj

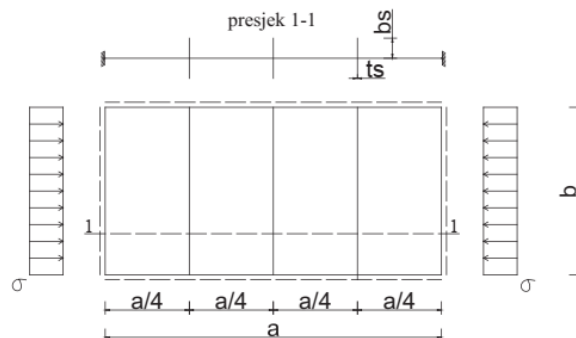
vrijednosti od 0,425 (Slika 10). Stoga se može usvojiti da koeficijent izbočivanja iznosi $k_\sigma = 0,43$. Dobivena vrijednost je znatno manja od vrijednosti koeficijenta izbočivanja, a time i kritičnog naprezanja kod hrpta.

Tablica 4. Vrijednosti faktora izbočivanja za različite odnose stranica pločastih elemenata [8]

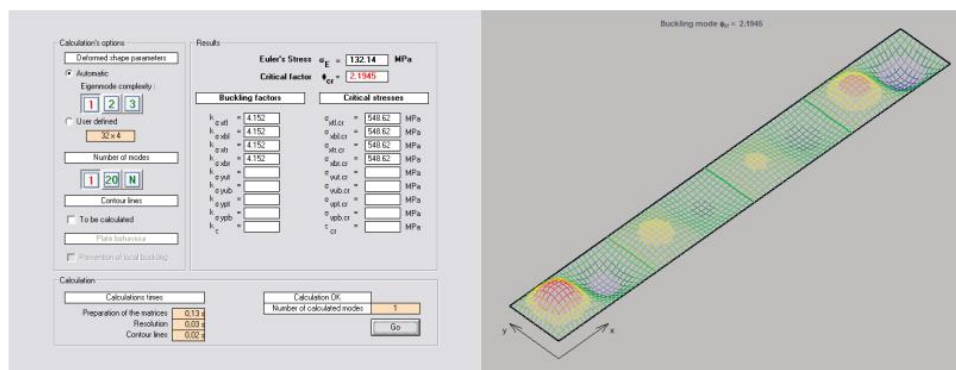
granični uvjeti	a/b									
	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0	3,0	∞
pločasti elementi slobodno oslonjeni sa svoje 3 strane, slobodan duž četvrte strane	3,65	2,15	1,44	1,14	0,95	0,84	0,76	0,70	0,56	0,43

4.3. Određivanje faktora izbočivanja i kritičnog naprezanja hrpta profila IPE450 s poprečnim ukrućenjima

Ovdje će se odrediti vrijednosti faktora izbočivanja i kritično naprezanje pločastog elementa (hrbat profila IPE 450) s tri poprečna ukrućenja, Slika 20. Poprečna ukrućenja se nalaze na jednakim razmacima. Dimenzije pločastog elementa su $a = 3000$ mm, $b = 379$ mm, $t = 10$ mm, dok su dimenzije ukrućenja $b_s = 90$ mm, $t_s = 10$ mm. Element je izložen čistom tlaku $\sigma = 250$ N/mm².



Slika 20. Definiranje dimenzija ploče, rubnih uvjeta i opterećenja



Slika 21. Vrijednosti faktora izbočivanja k_σ , faktora kritičnog naprezanja ϕ_{cr} , kritičnog naprezanja σ_{cr} i oblik lokalnog izbočivanja

Vrijednost kritičnog naprezanja u ovom slučaju ima vrijednost (Slika 21):

$$\sigma_{cr} = k_\sigma \cdot \sigma_E = \phi_{cr} \cdot \sigma = 4,152 \cdot 132,14 = 2,1945 \cdot 250 = 548,62 \text{ MPa.}$$

Vrijednost faktora izbočivanja koju smo dobili za hrbat IPE 450 nosača sa poprečnim ukrućenjima na četvrtinama raspona pomoću računalnog programa EBPlate odgovaraju vrijednostima faktora izbočivanja koje su dane u obliku dijagrama na Slici 12. Poprečnim ukrućenjima smanjila se duljina polja na kojem može doći do izbočivanja, a time se smanjio i omjer strana pločastog elementa: $(a/4)/b = 1,98$. Iz dijagrama na Slici 12 može se vidjeti da se vrijednosti faktora izbočivanja podudaraju.

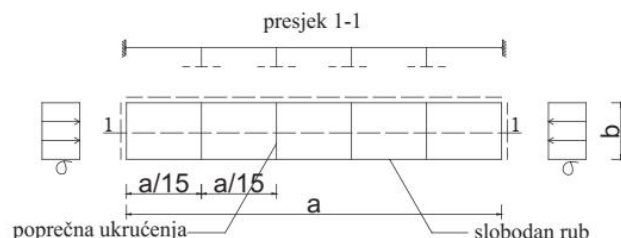
Važnost primjene programa EBPlate upravo je za izračun faktora izbočivanja i kritičnog naprezanja složenijih slučajeva u praksi, s ortotropnim pločama, kada je mnogo teže analitički odrediti vrijednosti faktora izbočivanja i kritičnog naprezanja.

4.4. Određivanje faktora izbočivanja pojasnice profila IPE450 s poprečnim ukrućenjima

Budući da su pojasnice slobodno oslonjene duž tri svoje stranice dok im je četvrti rub slobodan, kada su opterećene tlačnim napreznjima, najveće se izbočivanje javlja na slobodnom rubu. Stoga se pojasnice ne ojačavaju uzdužnim ukrućenjima, već samo poprečnim ukrućenjima zajedno s hrptom. Poprečna ukrućenja tada djeluju kao oslonci na koje se ta pojasnica slobodno oslanja. Ukrućenjima se tako smanjuje odnos stranica pločastog elementa, a time se povećava faktor izbočivanja te kritično naprezanje.

Profil IPE450 ojačan je s ukrućenjima na razmaku 200 mm čime se smanjio odnos stranica pločastog elementa (pojasnice), a time se dobio veći faktor izbočivanja te veće kritično naprezanje. Dimenzije pločastog

elementa su: $a = 3000$ mm, $b = 69,3$ mm, $t = 14,6$ mm (Slika 22). Element je izložen čistom tlaku $\sigma = 250$ N/mm².



Slika 22. Definiranje dimenzija ploče, rubnih uvjeta i opterećenja

Postavljajući ukrućenja na svakih 200 mm odnos a/b iznosi:

$$\frac{a}{b} = \frac{200}{69,3} = 2,89 \approx 3,0$$

Koristeći Tablicu 4 ili dijagram sa Slike 10 može se odrediti koeficijent izbočivanja $k_{\sigma} = 0,56$.

5. Zaključak

U ovom radu nastojalo se objasniti neke osnovne pojmove vezane za izbočivanje pločastih elemenata te pokazati vrijednosti koeficijenata izbočivanja i vrijednosti kritičnog naprezanja za različite rubne uvjete i različita opterećenja. Navedeno je što je to izbočivanje, kada nastaje, ukratko se objasnila elastična (linearna) teorija izbočivanja i kako se ponašaju pločasti elementi u tlaku. Na konkretnom primjeru profila otvorenog poprečnog presjeka bez ukrućenja i s poprečnim ukrućenjima pokazano je određivanje faktora izbočivanja i kritičnog naprezanja. Primjenom računalnog programa EBPlate određene su vrijednosti faktora izbočivanja i kritičnog naprezanja za pločaste elemente slobodno oslonjene duž sve četiri stranice kao što su hrptovi otvorenih poprečnih presjeka. Prednost primjene programa EBPlate je u tome da se njime mogu dobiti vrijednosti faktora izbočivanja i kritičnog naprezanja za proizvoljne rubne uvjete i opterećenje, bez ukrućenja ili s ukrućenjima na pločastom elementu. Znači, dobiva se rješenje za slučajeve proizvoljnih načina oslanjanja s ukrućenjima te su tako obuhvaćeni svi mogući slučajevi iz konstrukcijskih euronormi. Međutim, nedostatak programa EBPlate-a je to što nije moguće dobiti vrijednosti faktora izbočivanja i kritičnog naprezanja pločastih elemenata slobodnih duž jedne ili više stranica te se

za određivanje faktora izbočivanja takvih elemenata koristilo dijagrame i tablice s već gotovim vrijednostima faktora izbočivanja koji su dobiveni raznim ispitivanjima i složenim matematičkim postupcima. Pokazano je da su vrijednosti koeficijenta izbočivanja kod pojasnice otvorenog poprečnog presjeka znatno manje u odnosu na vrijednosti kod hrpta za isti način naprezanja.

Napomena. Istraživanja prezentirana u ovom radu rađena su u sklopu znanstvenog projekta „Razvoj konstrukcija povećane pouzdanosti obzirom na potres“ (114-0821466-1470) koji financira Ministarstvo znanosti, obrazovanja i športa Republike Hrvatske.

Literatura

- [1] Androić, B., Dujmović, D., Džeba, I., *Čelične konstrukcije 1*, IA projektiranje, Zagreb, 2009.
- [2] Markulak, D., *Posebna poglavlja čeličnih konstrukcija*, Građevinski fakultet Sveučilišta Josip Juraj Strossmayer u Osijeku, Osijek, 2010.
- [3] *Računalni program EBPlate*, Version 2.01, 2007. (www.cticm.com)
- [4] Eurocode 3 – *Design of steel structures – Part 1-5: Plated structural elements*, EN 1993-1-5:2006 E, CEN – European Committee for Standardization, 2006.
- [5] Čaušević, M., Bulić, M., Čelični plošni elementi opterećeni u svojoj ravni: faktori izbočivanja i kritična naprezanja, *Građevinar*, **64**(2):113-123, 2012.
- [6] Johansson, B., Maquoi, R., Sedlacek, G., Müller, C., Beg, D., *Commentary and Worked Examples to EN 1993-1-5 „Plated Structural Elements“*, CEN – European Committee for Standardization, 2007.
- [7] Beg, D., Kuhlmann, U., Davaine, L. and Braun, B., *Design of Plated Structures, ECCS Eurocode Design Manuals*, Ernst & Sohn A Wiley Company, 2010.
- [8] Umanski, A.A., *Konstrukterski priručnik: izabrana poglavlja*, Građevinska knjiga, Beograd, 1980., originalno izdanje Moskva, 1973.
- [9] Čaušević, M., Bulić, M., *Stabilnost konstrukcija*, Golden marketing – Tehnička knjiga, Zagreb, 2013.
- [10] Čakarun, M., Faktori izbočivanja i kritična naprezanja pojasnica čeličnih nosača otvorenih poprečnih presjeka, završni rad, Građevinski fakultet Sveučilišta u Rijeci, Rijeka, 2012.