

Dinamika jednolikog kružnog gibanja

**FIZIKA
PSS-GRAD
21. listopada 2025.**



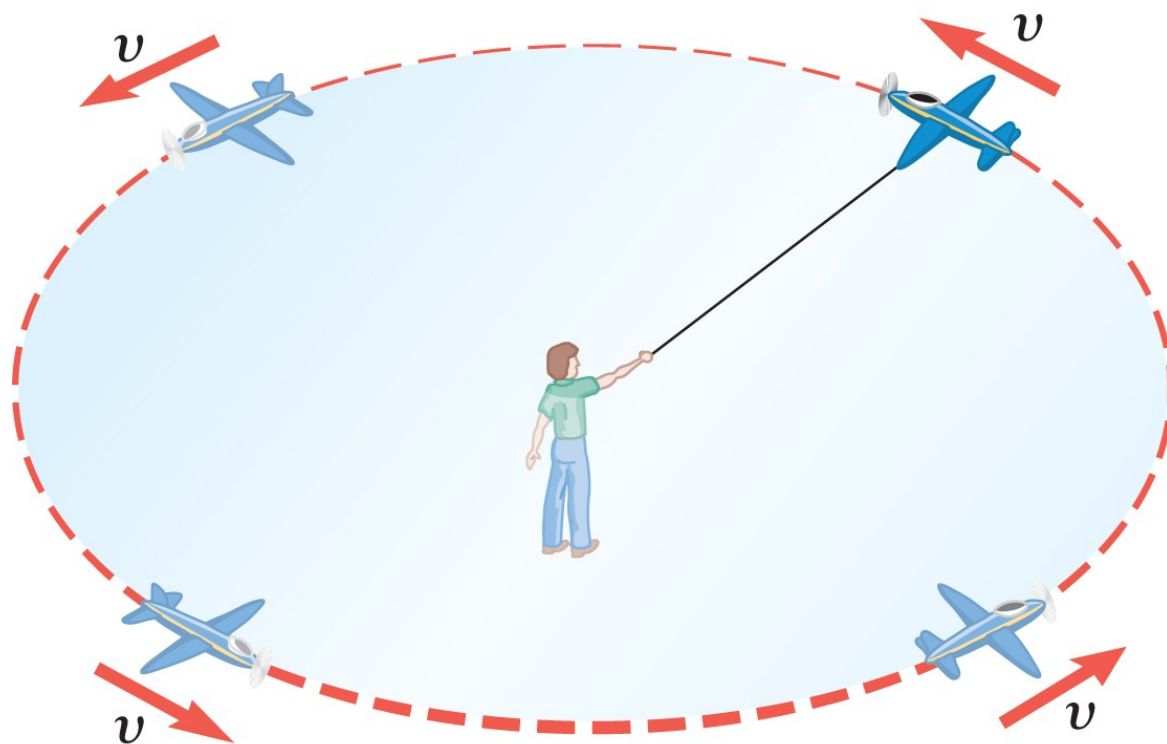
WILEY

Copyright © 2015 John Wiley & Sons, Inc. All rights reserved.

5.1 Jednoliko kružno gibanje

DEFINICIJA JEDNOLIKOG KRUŽNOG GIBANJA

Jednoliko kružno gibanje je gibanje tijela jednolikom brzinom po kružnici.

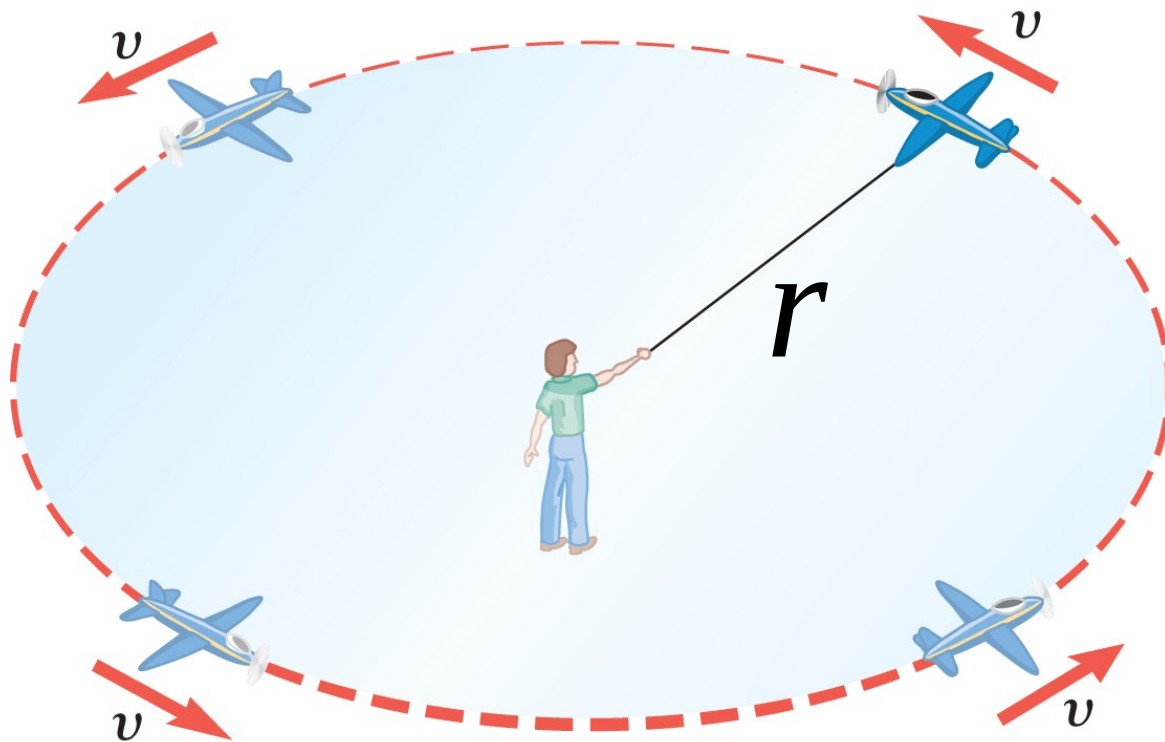


WILEY

5.1 Jednoliko kružno gibanje

T je vrijeme za koje tijelo prijeđe puni krug.

$$v = \frac{2r\pi}{T}$$



WILEY

Primjer 1: Stroj za balansiranje guma

Automobilski kotač ima polumjer 0,29 m, a na stroju za balansiranje guma rotira s 830 okretaja u minuti. Kojom se brzinom giba vanjski rub kotača?

$$T = \frac{1}{830 \text{ okretaj/min}} = 1,2 \cdot 10^{-3} \text{ min/okretaj}$$

$$T = \frac{1}{f}$$

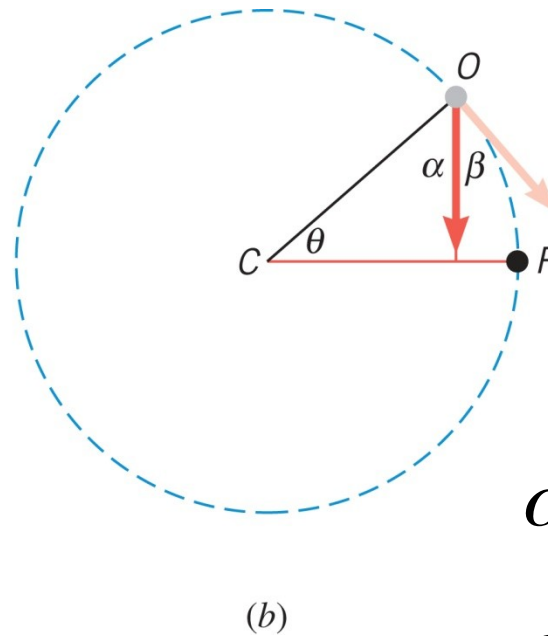
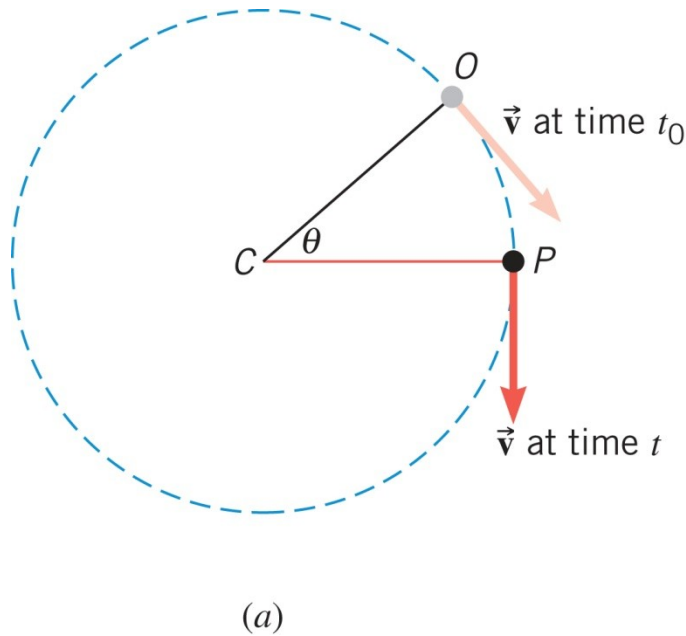
$$T = \frac{1}{830 \text{ min}^{-1}} = 1,2 \cdot 10^{-3} \text{ min}$$

$$T = 1,2 \cdot 10^{-3} \text{ min} = 0,072 \text{ s}$$

$$v = \frac{2r\pi}{T} = \frac{2 \cdot 0,29 \text{ m} \cdot \pi}{0,072 \text{ s}} = 25 \text{ m/s}$$

5.2 Centripetalna akceleracija

Pri jednolikom kružnom gibanju konstantan je iznos brzine, ali smjer brzine *nije konstantan*.



$$\alpha + \beta = 90^\circ$$

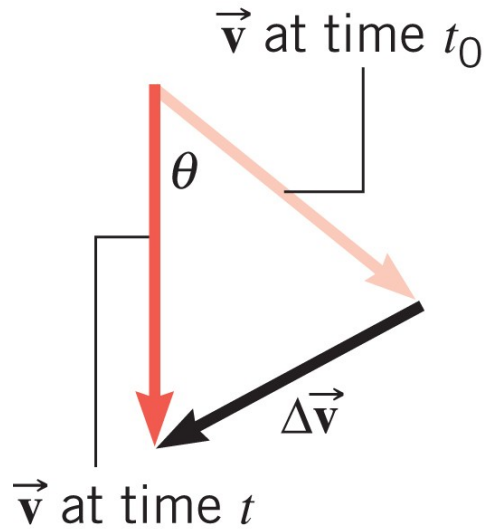
$$\alpha + \theta = 90^\circ$$



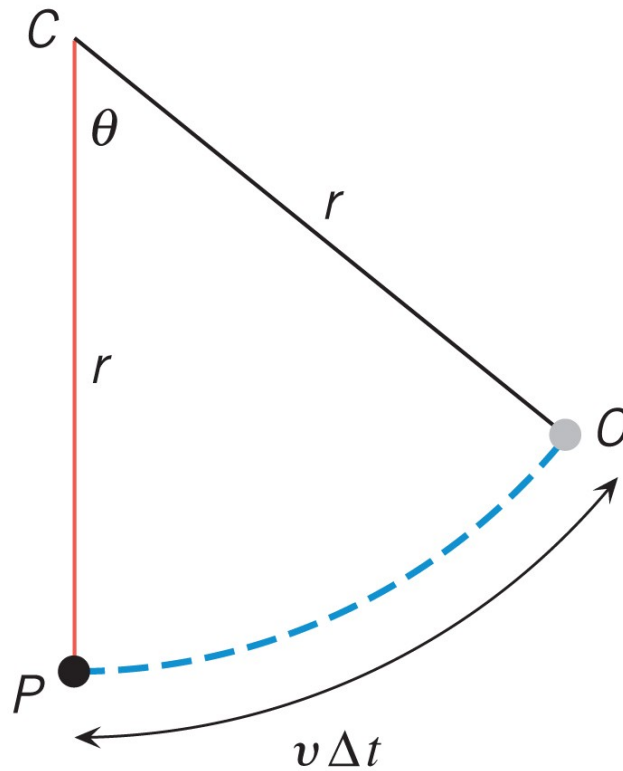
$$\beta = \theta$$

WILEY

5.2 Centripetalna akceleracija



(a)



(b)

$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{v \Delta t}{r}$$



$$\frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v^2}{r}$$



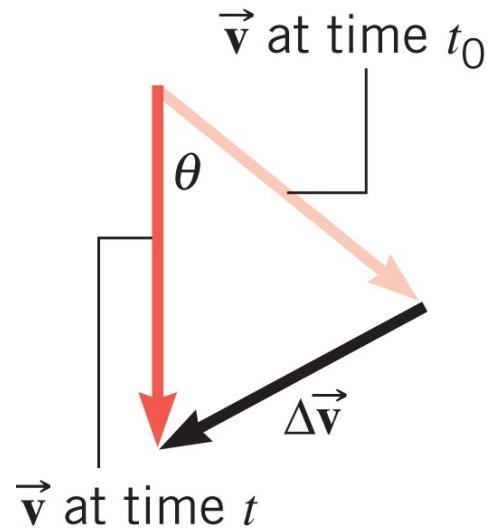
$$a_c = \frac{v^2}{r}$$

WILEY

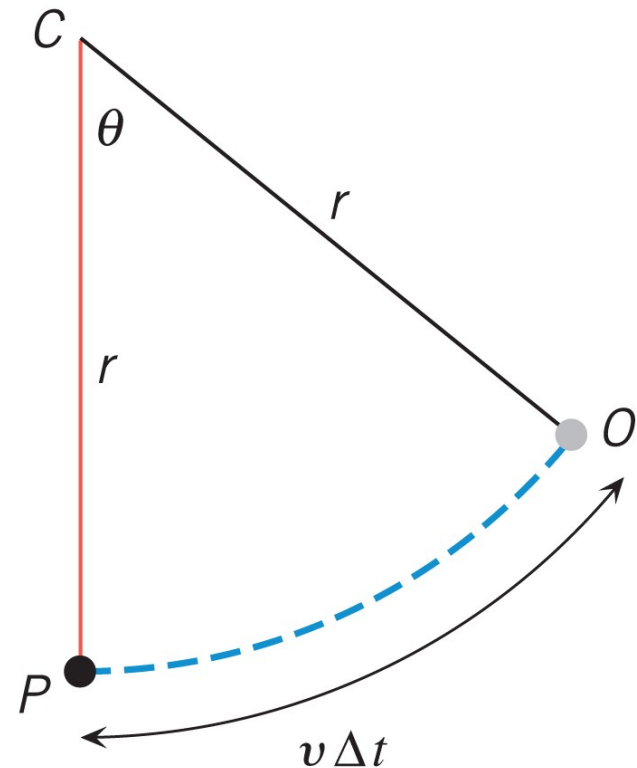
5.2 Centripetalna akceleracija

Smjer centripetalne akceleracije jednak je smjeru normale, a orijentacija prema središtu kruga; što odgovara smjeru promjene brzine.

$$a_c = \frac{v^2}{r}$$



(a)



(b)

WILEY

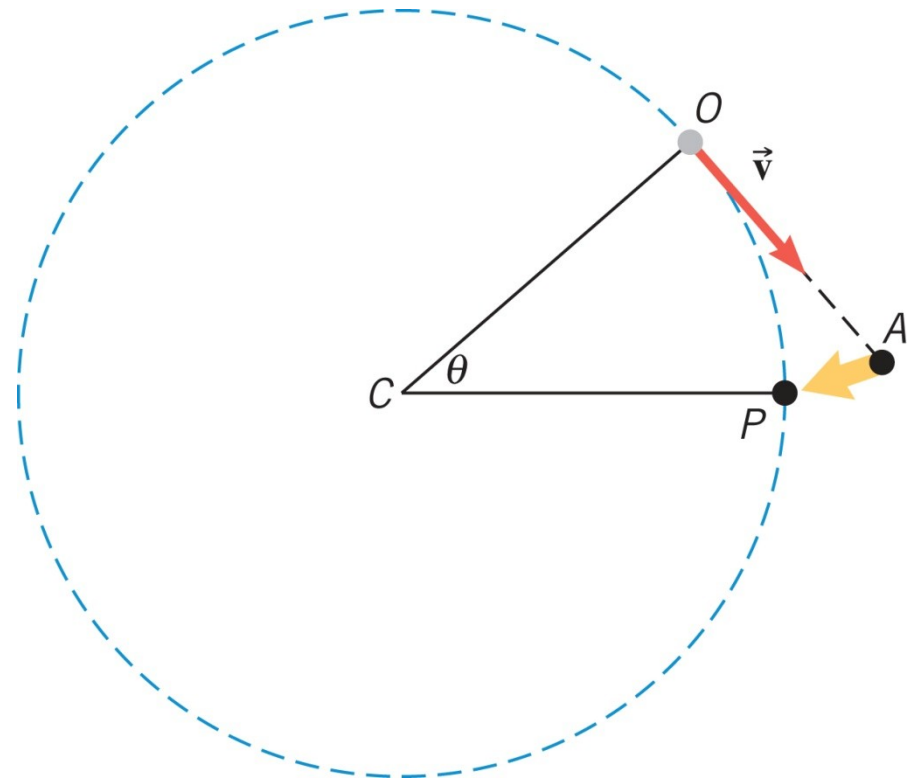
5.2 Centripetalna akceleracija

Konceptualni primjer 2: Kojim će putem tijelo nastaviti?

Tijelo se jednoliko giba po kružnici.

U točki O biva oslobođeno.

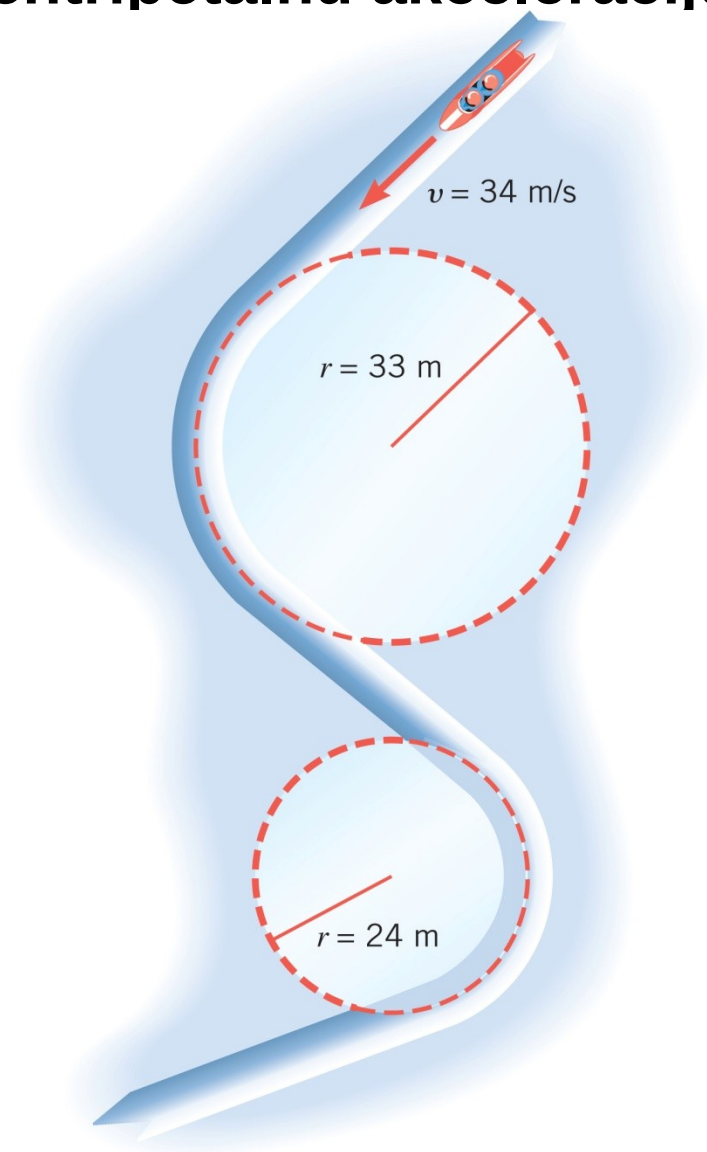
Hoće li se nastaviti gibati po pravcu, od O prema A ili po kružnom luku od O prema P ?



5.2 Centripetalna akceleracija

Primjer 3: Utjecaj polumjera na centripetalnu akceleraciju

Staza za bob ima dva zavoja polumjera 33 m i 24 m. Izračunajte centripetalnu akceleraciju na svakom zavoju ako je brzina boba 34 m/s. Izrazite rješenje kao umnožak od $g = 9,8 \text{ m/s}^2$.



WILEY

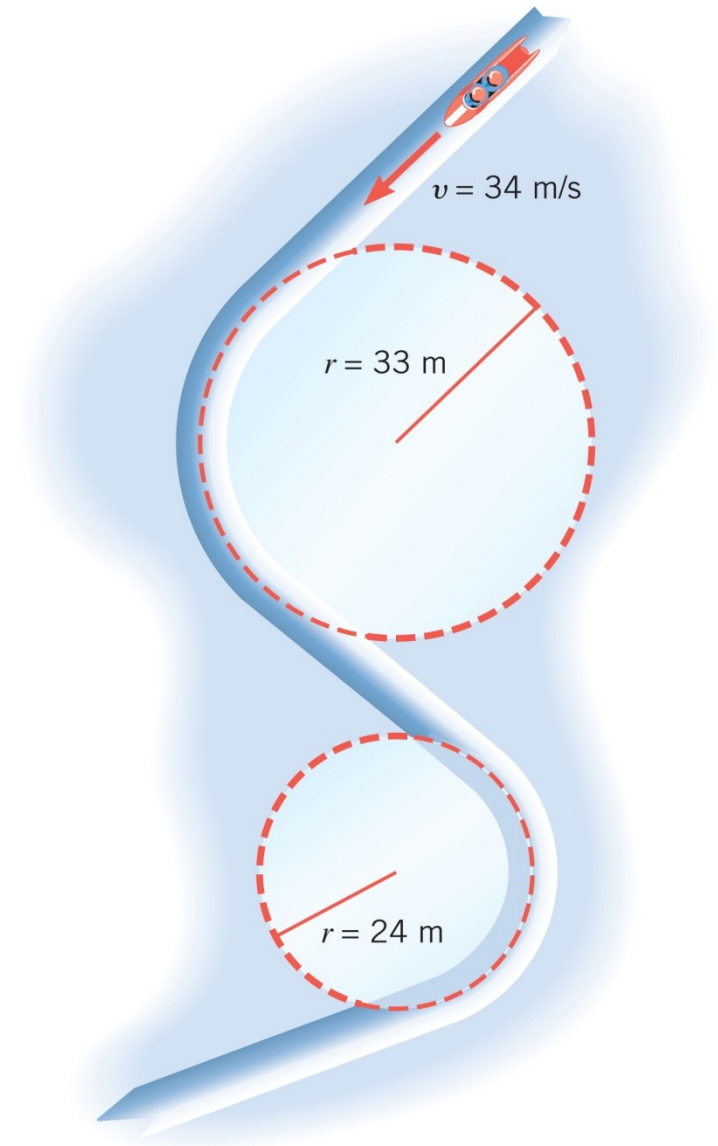
Copyright © 2015 John Wiley & Sons, Inc. All rights reserved.

5.2 Centripetalna akceleracija

$$a_c = v^2 / r$$

$$a_c = \frac{(34 \text{ m s}^{-1})^2}{33 \text{ m}} = 35 \text{ m s}^{-2} = 3,6 g$$

$$a_c = \frac{(34 \text{ m s}^{-1})^2}{24 \text{ m}} = 48 \text{ m s}^{-2} = 4,9 g$$



WILEY

Prisjetimo se drugog Newtonovog zakona

Kad rezultantna vanjska sila djeluje na tijelo mase m , ubrzanje je izravno proporcionalno toj vanjskoj sili, a iznos ubrzanja obrnuto je proporcionalan masi. Smjer i orijentacija ubrzanja odgovaraju smjeru i orijentaciji rezultantne vanjske sile.

$$\mathbf{a} = \frac{\sum \mathbf{F}}{m} \quad \sum \mathbf{F} = m \cdot \mathbf{a}$$

5.3 Centripetalna sila

Stoga pri jednolikom kružnom gibanju mora postojati rezultantna sila koja daje centripetalno ubrzanje.

Tu rezultantnu silu koja tijelo drži na kružnoj putanji nazivamo centripetalnom silom.

Centripetalna sila usmjerena je prema središtu kružnice i, s gibanjem tijela, stalno mijenja smjer.

$$F_c = ma_c = m \frac{v^2}{r}$$

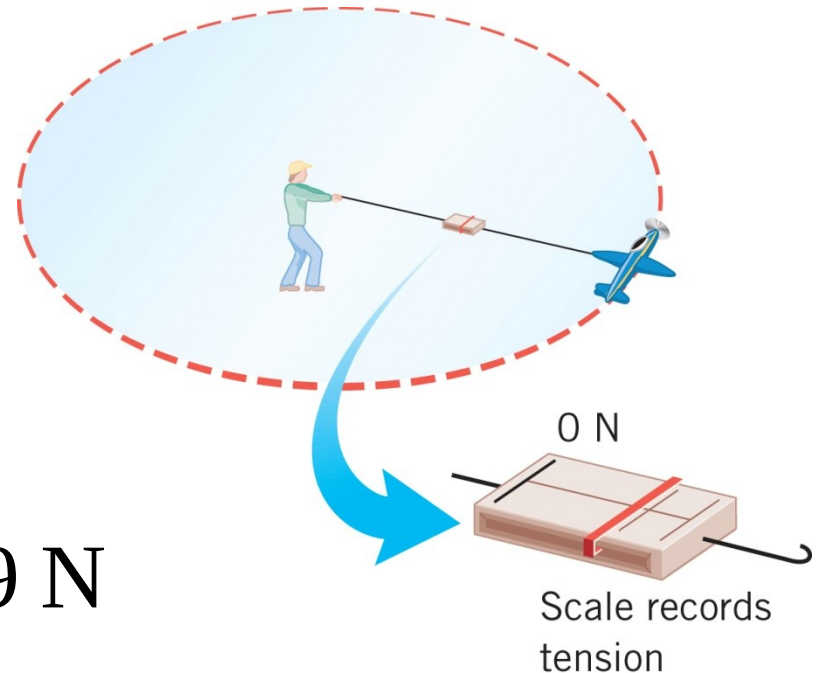
5.3 Centripetalna sila

Primjer 5: Utjecaj brzine na centripetalnu silu

Aviomodel mase 0,90 kg giba se stalnom brzinom po kružnici čija je ravnina je usporedna s tlom. Uže kojim je avion vezan leži u istoj vodoravnoj ravnini jer je težina aviona izjednačena sa silom potiska koju stvaraju krila. Odredite napetost užeta dugačkog 17 m ako je brzina aviona 19 m/s.

$$F_c = T = m \frac{v^2}{r}$$

$$T = (0.90 \text{ kg}) \frac{(19 \text{ m/s})^2}{17 \text{ m}} = 19 \text{ N}$$



WILEY

Konceptualni primjer 6: Točka na trapezu

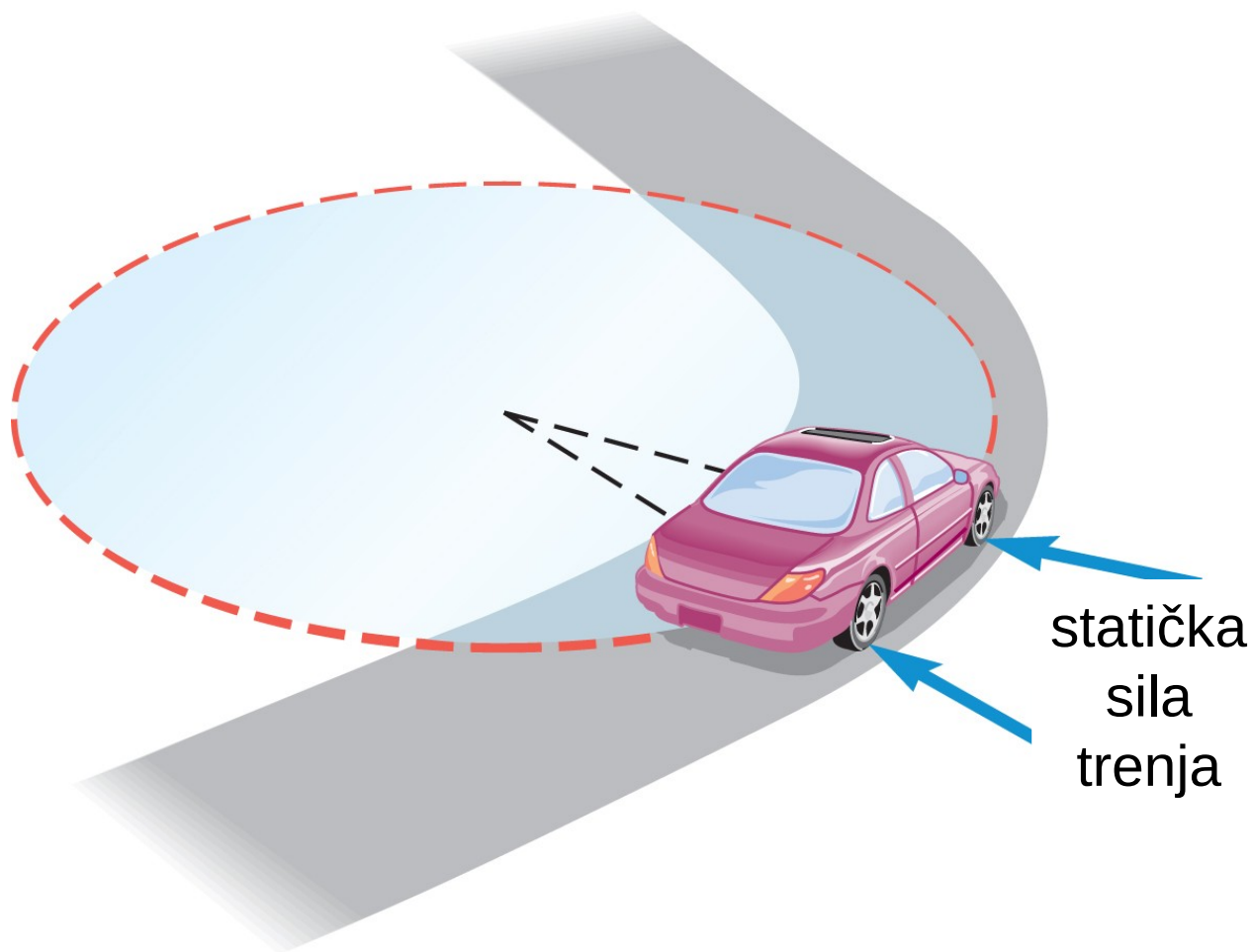
Cirkuski akrobat, koji visi na trapezu sa savinutim nogama i ispruženim rukama, drži svoju partnericu. Je li mu lakše držati ju kad ona mirno visi okomito prema dolje ili kad kroz taj položaj prolazi za vrijeme njihaja?



Tom Rosenthal/SuperStock

5.4 Nagnuti zavoji

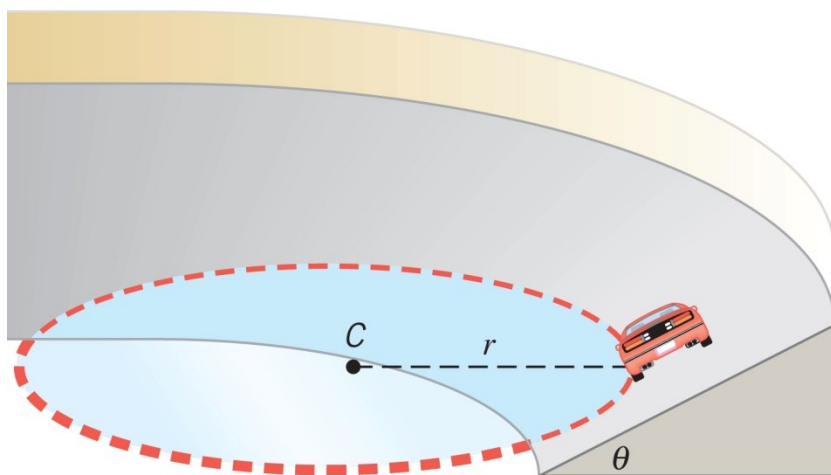
Na zavoju koji nije nagnut, statička sila trenja ima ulogu centripetalne sile.



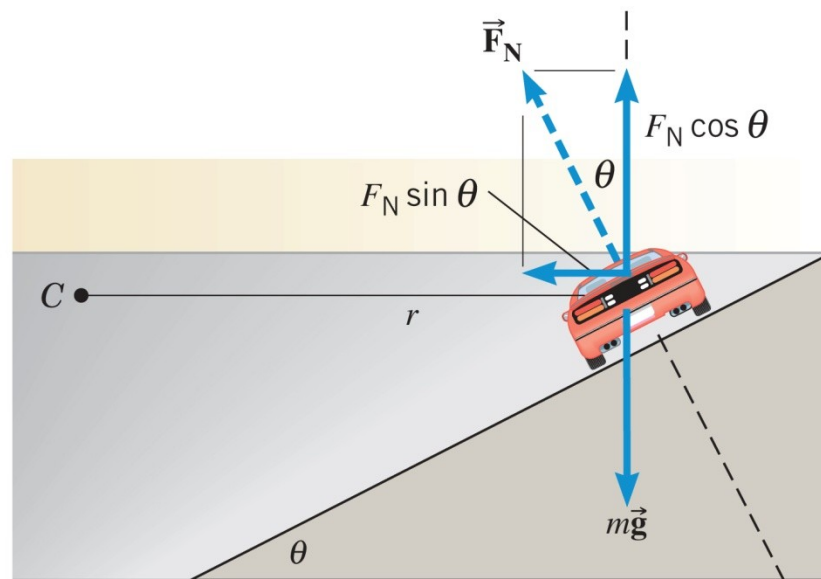
WILEY

5.4 Nagnuti zavoji

Na nagnutom zavoju, bez trenja, ulogu centripetalne sile preuzima vodoravna komponenta normalne sile. Okomita komponenta normalne sile kompenzira težinu.

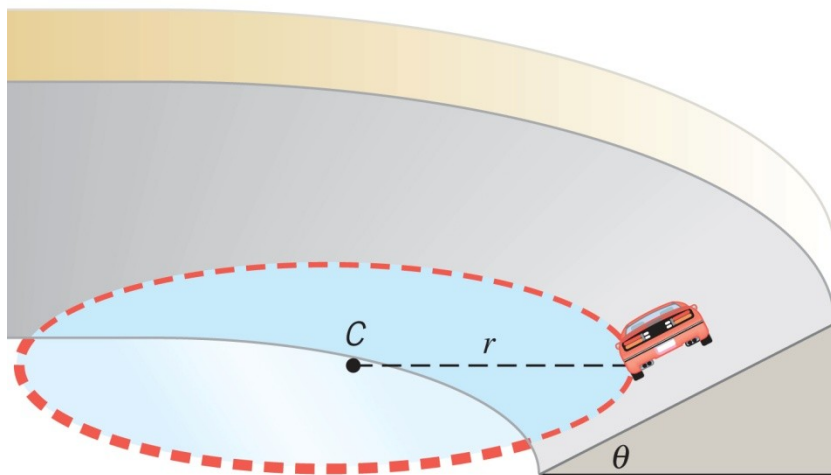


(a)

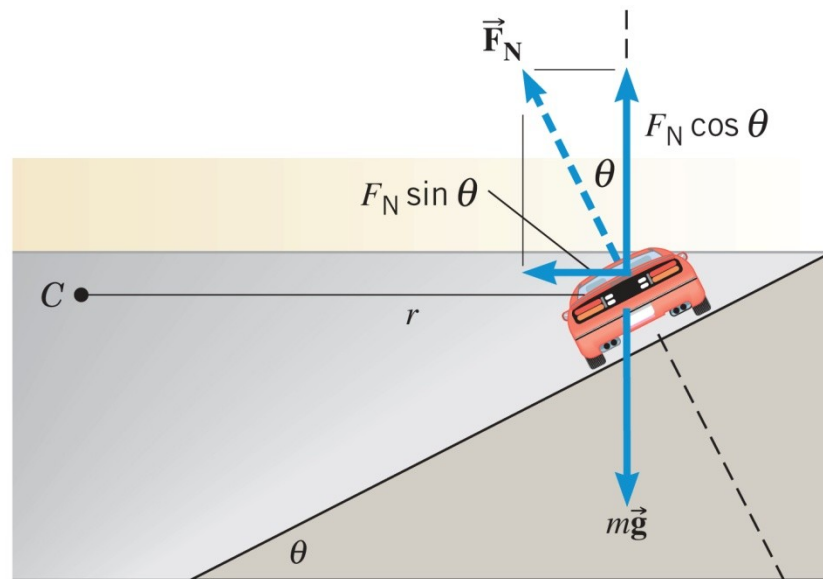


(b)

5.4 Nagnuti zavoji



(a)



(b)

$$F_c = F_N \sin \theta = m \frac{v^2}{r}$$

$$F_N \cos \theta = mg$$

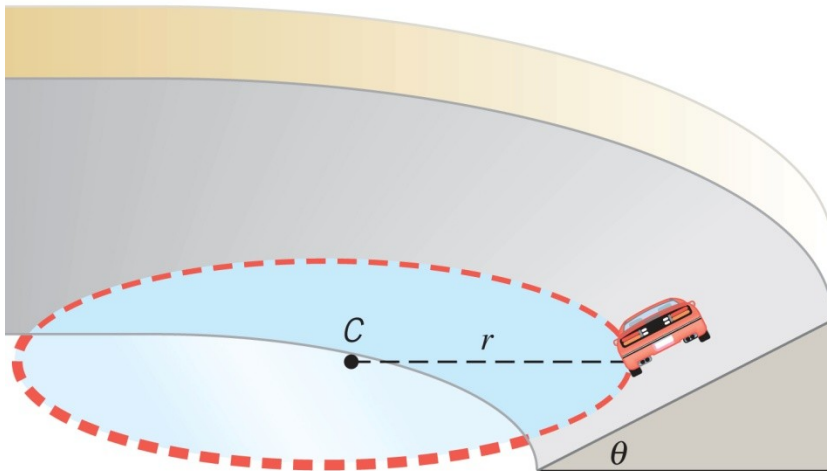
5.4 Nagnuti zavoji

$$F_N \sin \theta = m \frac{v^2}{r}$$

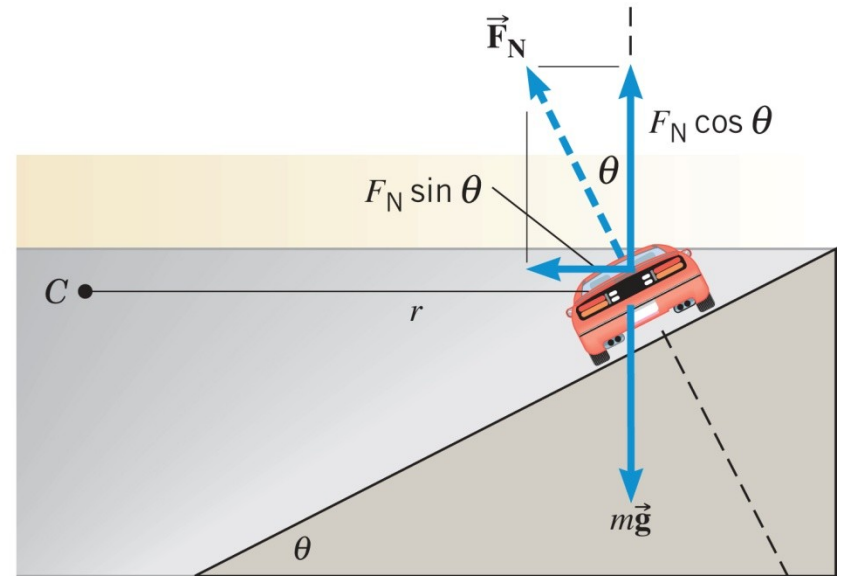


$$\tan \theta = \frac{v^2}{rg}$$

$$F_N \cos \theta = mg$$



(a)



(b)

WILEY

Primjer 8: Daytona 500

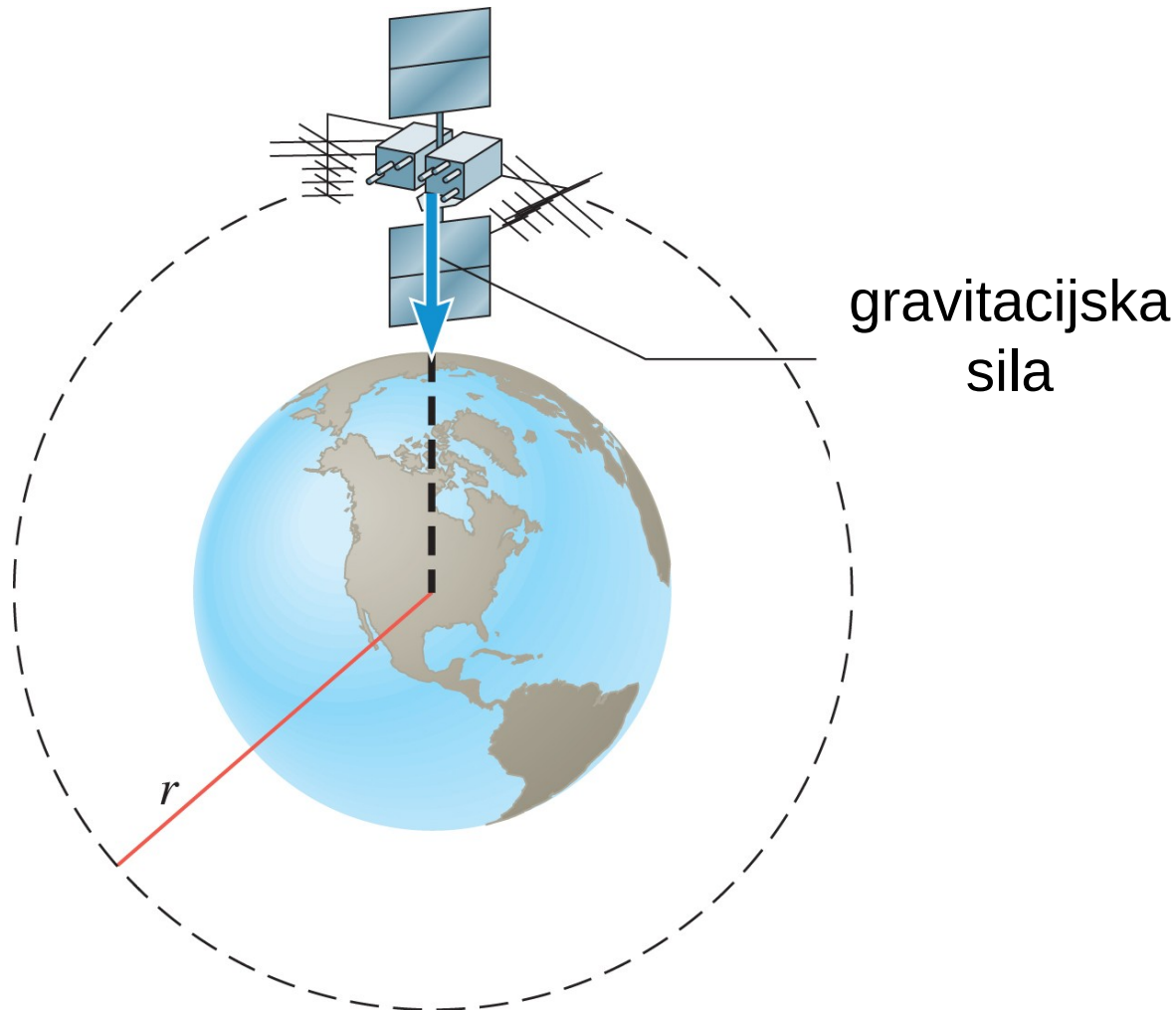
Zavoj na međunarodnom trkalištu Daytona ima polumjer 316 m i nagib 31 stupanj. Pretpostavite da trenja nema. Kojom brzinom automobili moraju prolaziti kroz taj zavoj da bi ostali na stazi?

$$\tan \theta = \frac{v^2}{rg} \quad \longrightarrow \quad v = \sqrt{rg \tan \theta}$$

$$v = \sqrt{316 \text{ m} \cdot 9,80 \text{ m s}^{-2} \cdot \tan 31^\circ} = 43 \text{ m s}^{-1}$$

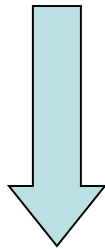
5.5 Sateliti u kružnim orbitama

Da bi ostao na orbiti stalnog polumjera satelit može imati samo jednu jedinu brzinu.

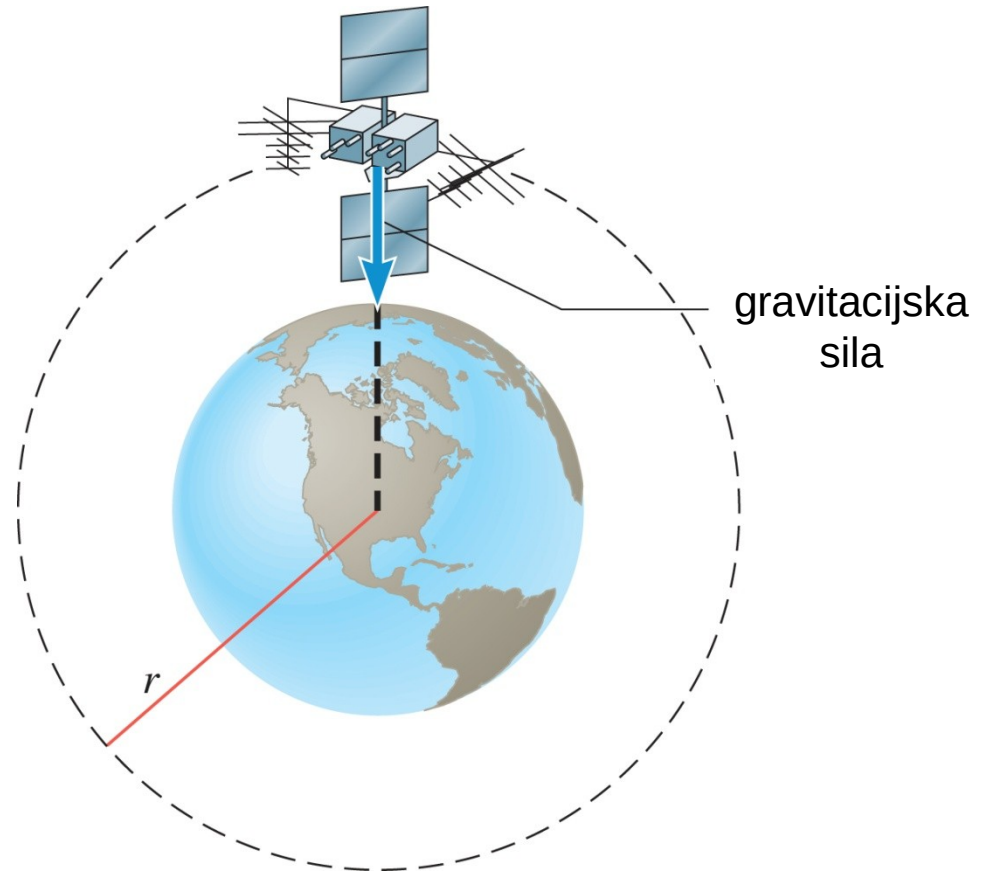


5.5 Sateliti u kružnim orbitama

$$F_c = G \frac{mM_E}{r^2} = m \frac{v^2}{r}$$



$$v = \sqrt{\frac{GM_E}{r}}$$



WILEY

Copyright © 2015 John Wiley & Sons, Inc. All rights reserved.

Primjer 9: Orbitalna brzina svemirskog teleskopa Hubble

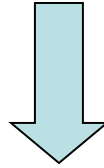
Odredite brzinu svemirskog teleskopa Hubble koji orbitira na visini od 598 km iznad površine Zemlje.

$$v = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \cdot 5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}}{6,38 \cdot 10^6 \text{ m} + 598 \cdot 10^3 \text{ m}}}$$

$$v = 7,56 \text{ km/s}$$

5.5 *Sateliti u kružnim orbitama*

$$v = \sqrt{\frac{GM_E}{r}} = \frac{2\pi r}{T}$$



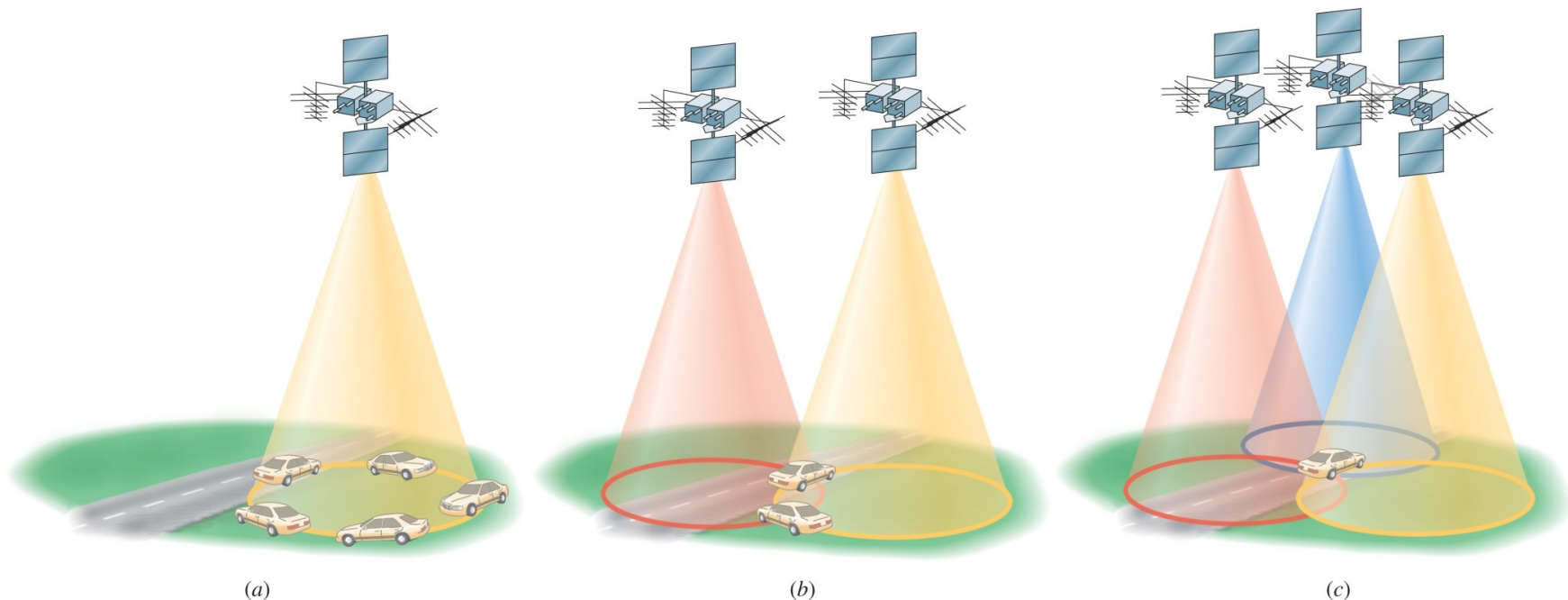
$$T = \frac{2\pi r^{3/2}}{\sqrt{GM_E}}$$

5.5 *Sateliti u kružnim orbitama*

GPS (**G**lobal **P**ositioning **S**ystem, sustav globalnog pozicioniranja)

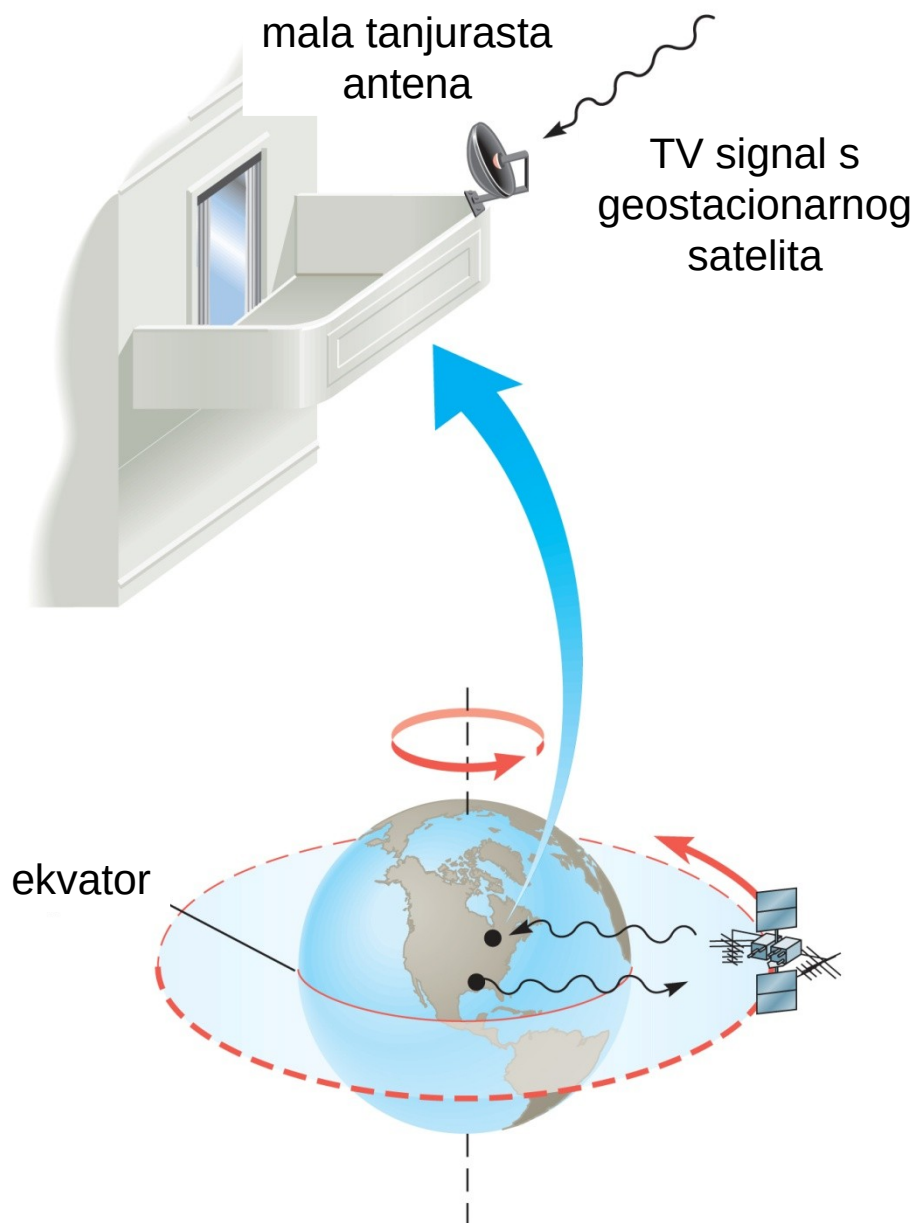
$$T = 24 \text{ h}$$

$$T = \frac{2\pi r^{3/2}}{\sqrt{GM_E}}$$



WILEY

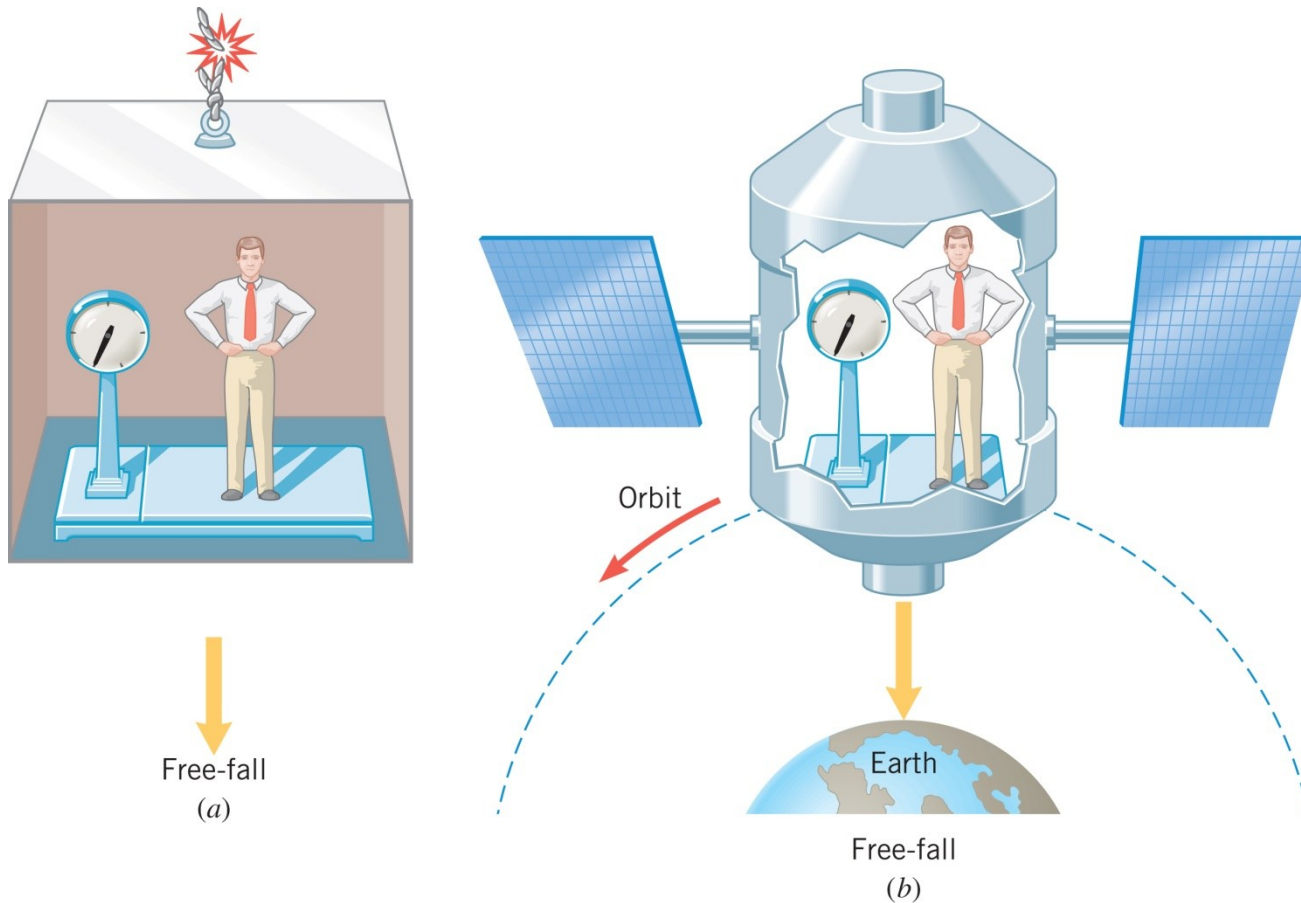
5.5 Sateliti u kružnim orbitama



WILEY

Copyright © 2015 John Wiley & Sons, Inc. All rights reserved.

5.6 Prividno bestežinsko stanje i umjetna gravitacija



Konceptualni primjer 12: Prividno bestežinsko stanje i slobodni pad

Koju težinu pokazuje vaga, u svakom od slučajeva?

Primjer 13: Umjetna gravitacija

Kojom se brzinom površina svemirske stanice mora gibati da bi sila na astronauta odgovarala težini na Zemlji.

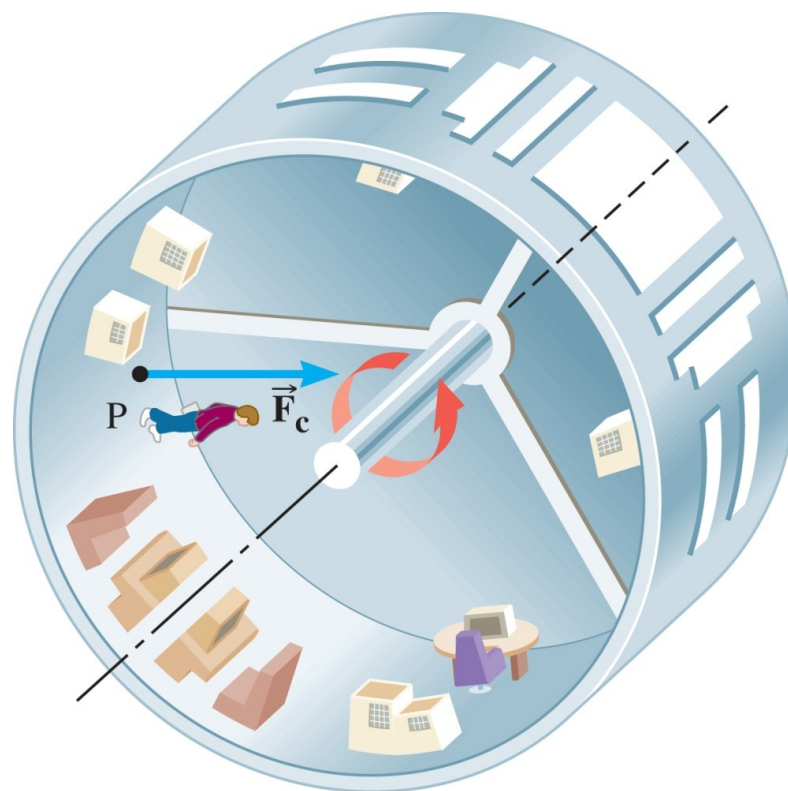
Polumjer je 1700 m.

$$F_c = m \frac{v^2}{r} = mg$$

$$v = \sqrt{rg}$$

$$v = \sqrt{1700 \text{ m} \cdot 9,80 \text{ m s}^{-2}}$$

$$v = 130 \text{ m s}^{-1}$$



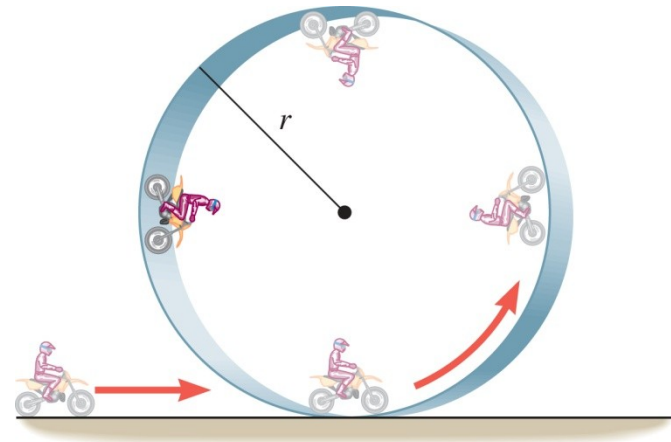
5.7 Okomito kružno gibanje

$$F_{N1} - mg = m \frac{v_1^2}{r}$$

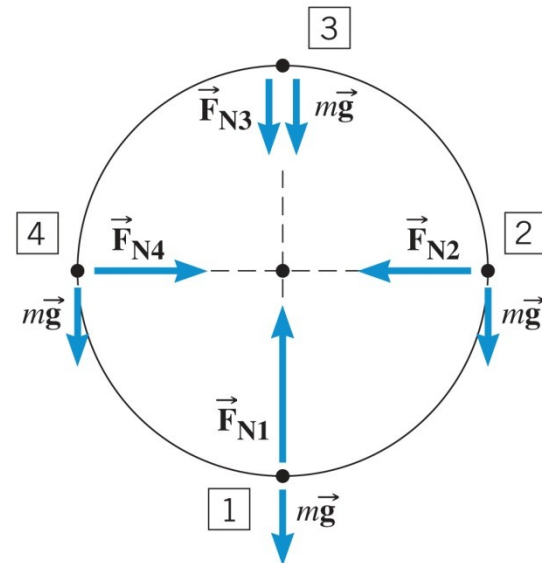
$$F_{N2} = m \frac{v_2^2}{r}$$

$$F_{N4} = m \frac{v_4^2}{r}$$

$$F_{N3} + mg = m \frac{v_3^2}{r}$$



(a)



(b)

WILEY

ZADACI ZA VJEŽBU

1. Računalo čita podatke s rotirajućeg CD-a. U točki koja je od središta diska udaljena 0,030 m centripetalna akceleracija je 120 m/s^2 . Kolika je centripetalna akceleracija u točki koja je od središta diska udaljena 0,050 m?

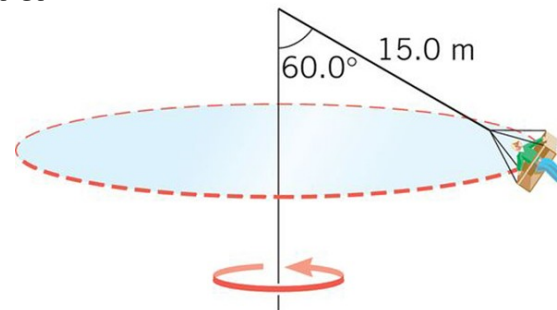
RJEŠENJE: 200 m/s^2

2. Jednom na dan Zemlja se okrene oko svoje osi koja prolazi kroz sjeverni i južni pol, osi koja je okomita na evatorijalnu ravninu. Uz pretpostavku da je Zemlja kugla polumjera 6380 km, odredite brzinu i centripetalnu akceleraciju osobe koja je smještena: (a) na ekvatoru, (b) na zemljopisnoj širini 30.0° sjeverno od ekvatora.

RJEŠENJE: (a) 464 m/s ; $3,37 \cdot 10^{-2} \text{ m/s}^2$ (b) 402 m/s ; $2,92 \cdot 10^{-2} \text{ m/s}^2$

3. Sjedalo vrtuljka vezano je kablom, dugačkim 15 m, za okomiti stup, kao što prikazuje slika. Masa sjedala s osobom je 179 kg. Ako je nagib kabla 60.0° , odredite: (a) napetost kabla, (b) brzinu sjedala.

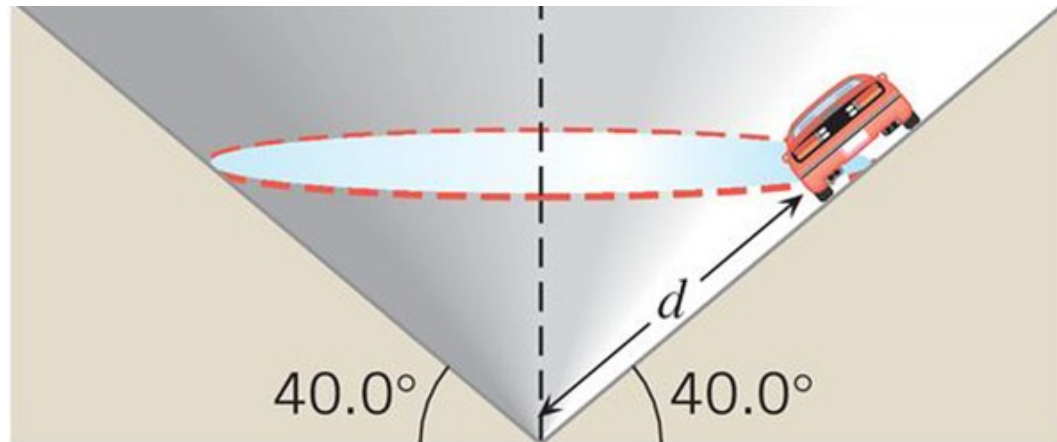
RJEŠENJE: 3510 N ; $14,8 \text{ m/s}$



ZADACI ZA VJEŽBU

4. Trkaća staza ima oblik obrnutog stošca, kao što prikazuje slika. Automobil vozi po kružnicama koje su usporedne s tlom. Odredite udaljenost d na kojoj mora biti automobil, pri brzini $34,0 \text{ m/s}$, da bi ostao na kružnoj stazi neovisno o trenju.

RJEŠENJE: 184 m



5. Mlažnjak, koji leti brzinom 123 m/s , izvodi vodoravni kružni okret. Polumjer okreta je 3810 m , a njegova masa $2,00 \cdot 10^5 \text{ kg}$. Izračunajte iznos sile potiska.

RJEŠENJE: $2,12 \cdot 10^6 \text{ N}$

6. Geostacionarni satelit u Zemljinu se orbitu podiže raketom. Koja je brzina tog satelita u orbiti?

RJEŠENJE: 3070 m/s

WILEY

ZADACI ZA VJEŽBU

7. Dva novootkrivena egzoplaneta, u udaljenom dijelu galaksije, orbitiraju oko svoje matične zvijezde po kružnim stazama. Iznosi orbitalnih brzina su 43,3 km/s i 58,6 km/s. Period sporijeg planeta je 7,60 godina. (a) Kolika je masa matične zvijezde, (b) Koji je period bržeg planeta, izražen u godinama?

RJEŠENJE: (a) $4,65 \cdot 10^{31}$ kg, (b) 3,07 godina

8. Motorist prelazi preko brežuljka koji ima kružni vrh polumjera 45,0 m. S kojom najvećom brzinom može proći preko vrha, a da ne izgubi kontakt s cestom?

RJEŠENJE: 21,0 m/s

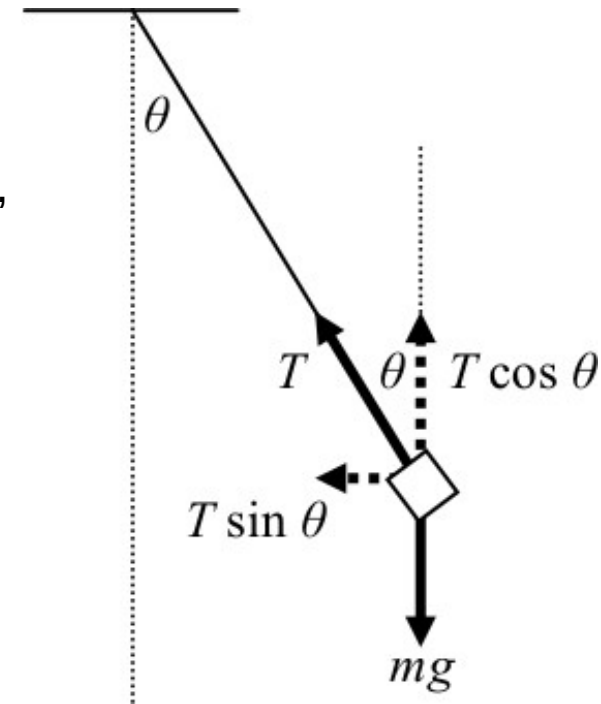
9. Dva satelita, A i B, kruže oko Zemlje na različitim visinama. Orbitalna brzina satelita A tri je puta veća od orbitalne brzine satelita B. Odredite omjer (T_A/T_B) perioda dvaju satelita.

RJEŠENJE: 1/27

ZADACI ZA VJEŽBU

10. S unutrašnje strane krova kombija na niti visi kocka. Kad se kombi giba pravocrtno, brzinom 28 m/s, kocka visi okomito prema dolje. No, kad kombi istom brzinom prolazi kroz nenagnuti zavoј polumjera 150 m, nit je nagnuta prema vanjskoј strani zavoја. Pod kojim kutom, s obzirom na okomicu, je nagnuta nit?

RJEŠENJE: 28°



PITANJA ZA PONAVLJANJE

1. Jednoliko kružno gibanje
2. Period i frekvencija
3. Centripetalna akceleracija
4. Centripetalna sila
5. Vodoravni zavoji
6. Nagnuti zavoji
7. Sateliti u kružnim orbitama
8. Geostacionarni sateliti
9. Prividno bestežinsko stanje i umjetna gravitacija
10. Okomito kružno gibanje