

Jednadžba idealnog plina i kinetička teorija

**FIZIKA
PSS-GRAD
2. prosinca 2025.**



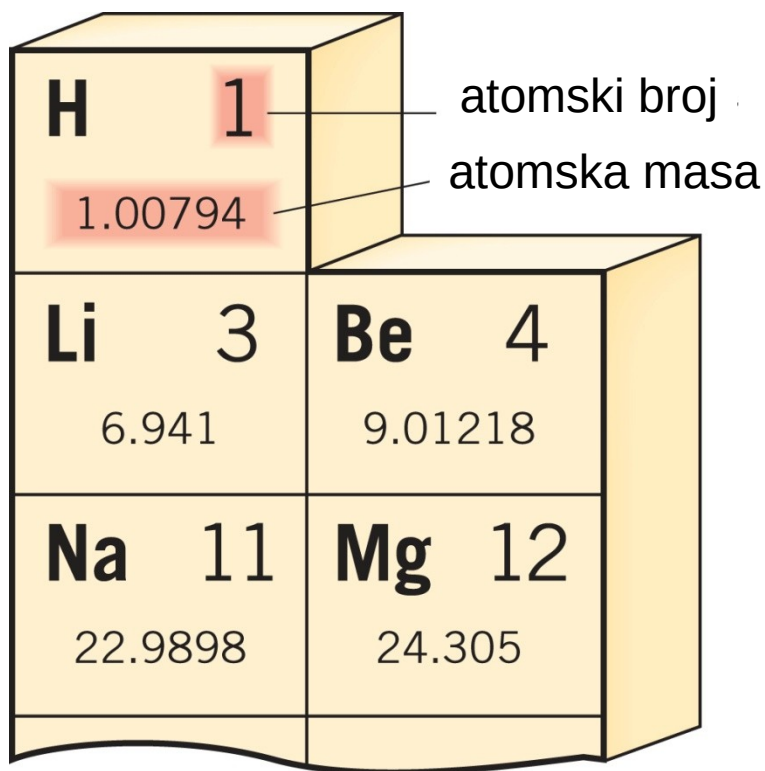
WILEY

Copyright © 2015 John Wiley & Sons, Inc. All rights reserved.

14.1 Molekulska masa, mol i Avogadrov broj

Skala atomske mase utvrđena je da bismo masu jednog atoma mogli uspoređivati s masom drugog atoma.

Definirana je **jedinica atomske mase** čiji je simbol u. Element koji je odabran kao referentni je najzastupljeniji izotop ugljika, ugljik-12.



H 1 1.00794	atomski broj atomska masa
Li 3 6.941	Be 4 9.01218
Na 11 22.9898	Mg 12 24.305

$$1\text{u} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

piše se uspravno, ne kurzivom

Atomska masa izražena je u atomskim jedinicama mase. Primjerice, atom litija ima masu 6,941 u.

WILEY

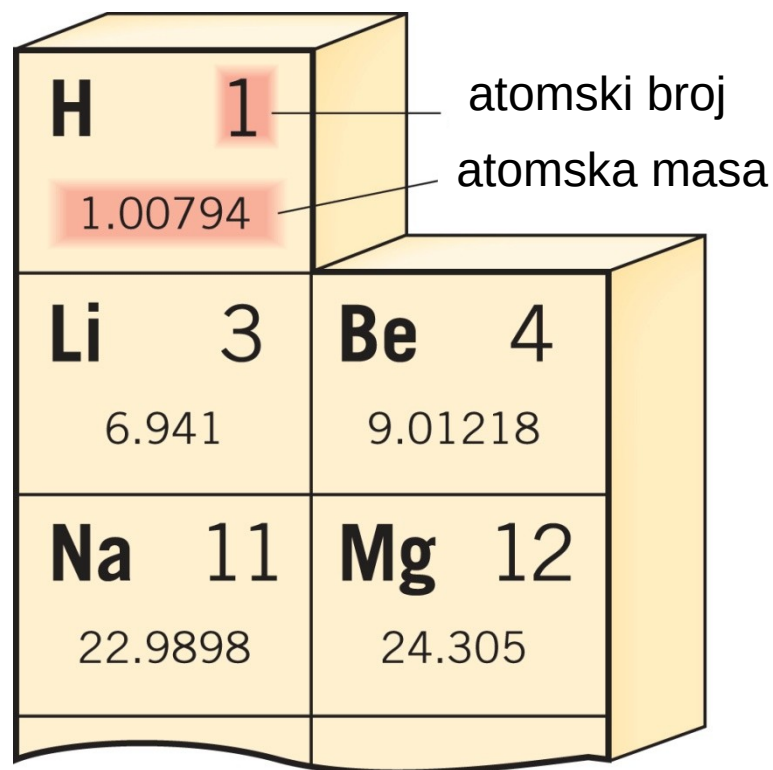
14.1 Molekulska masa, mol i Avogadrov broj

Jedan **mol** tvari sadrži onoliko čestica koliko ima atoma u 12 grama izotopa ugljika-12.

Broj atoma u jednom molu je $6,022 \cdot 10^{23}$
To je **Avogadrov broj**.

$$N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$$

AVOGADROVA KONSTANTA



H 1 1.00794		atomski broj atomska masa
Li 3 6.941	Be 4 9.01218	
Na 11 22.9898	Mg 12 24.305	

količina tvari
(broj molova)

$$n = \frac{N}{N_A}$$

broj atoma

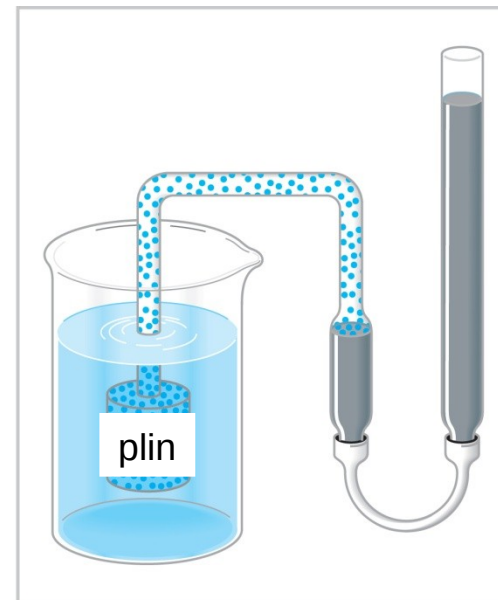
WILEY

14.2 *Jednadžba stanja idealnog plina*

Idealni plin je **model** stvarnog plina u kojem ne postoji međudjelovanje čestica.

Čestice imaju kinetičku energiju, ali nemaju potencijalnu energiju.

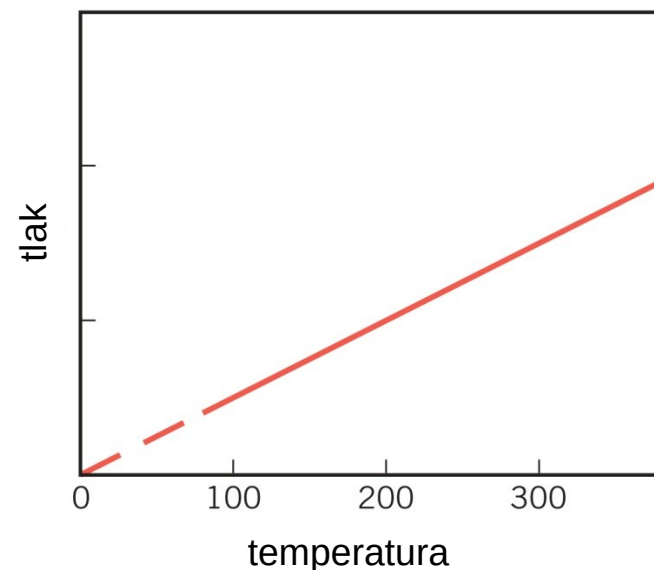
U laboratorijskim uvjetima to je dobro ostvareno pri malim gustoćama.



Pri stalnom volumenu, tlak je proporcionalan temperaturi.

$$p \propto T$$

eksperimentalna činjenica



WILEY

14.2 Jednadžba stanja idealnog plina

Pri stalnoj temperaturi, tlak je obrnuto proporcionalan volumenu.

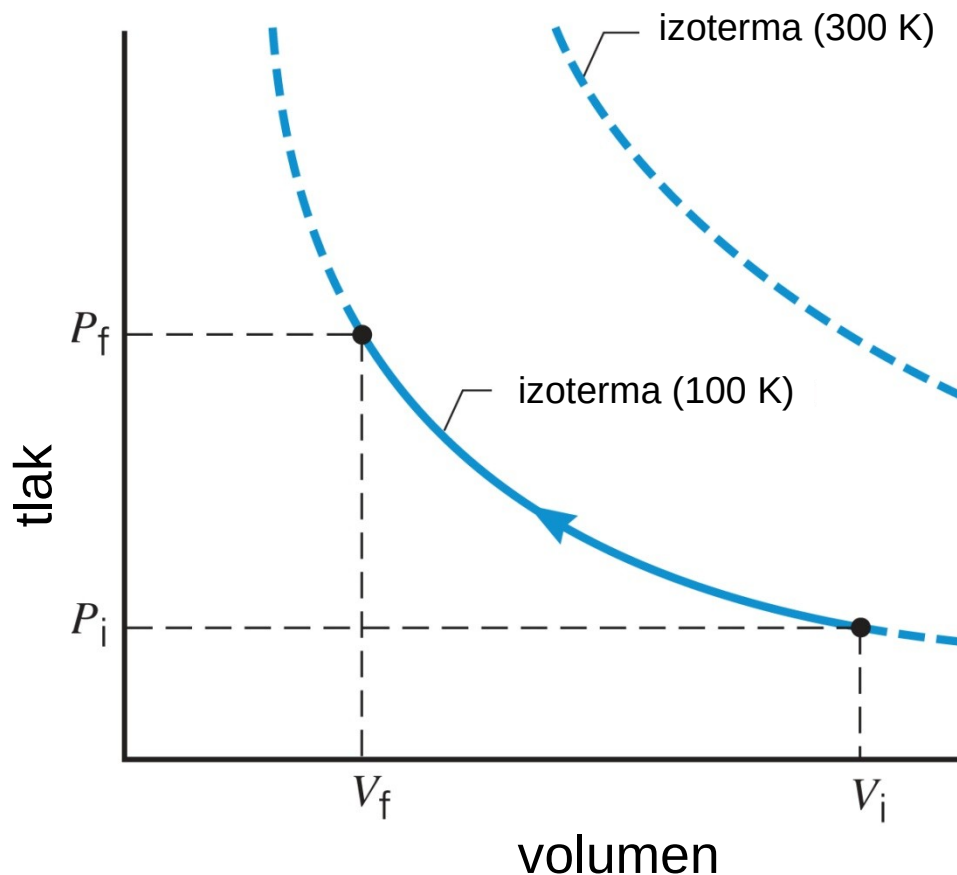
$$p \propto \frac{1}{V}$$

eksperimentalna činjenica

Također, tlak je proporcionalan količini tvari

$$p \propto n$$

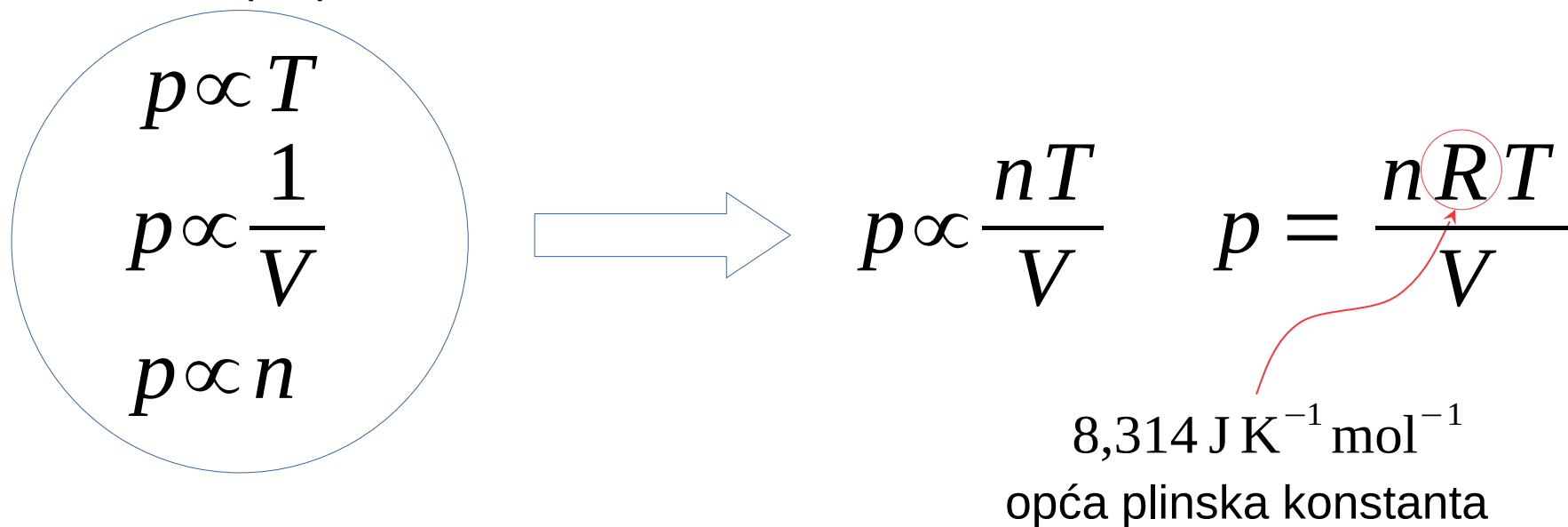
eksperimentalna činjenica



WILEY

JEDNADŽBA STANJA IDEALNOG PLINA

Tlak idalnog plina proporcionalan je temperaturi i količini tvari, a obrnuto proporcionalan volumenu.


$$\begin{array}{l} p \propto T \\ p \propto \frac{1}{V} \\ p \propto n \end{array} \Rightarrow p \propto \frac{nT}{V} \quad p = \frac{nRT}{V}$$

$8,314 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$
opća plinska konstanta

$$pV = nRT$$

14.2 *Jednadžba stanja idealnog plina*

$$n = \frac{N}{N_A}$$

$$pV = nRT = \frac{N}{N_A}RT = N \left(\frac{R}{N_A} \right) T = NkT$$

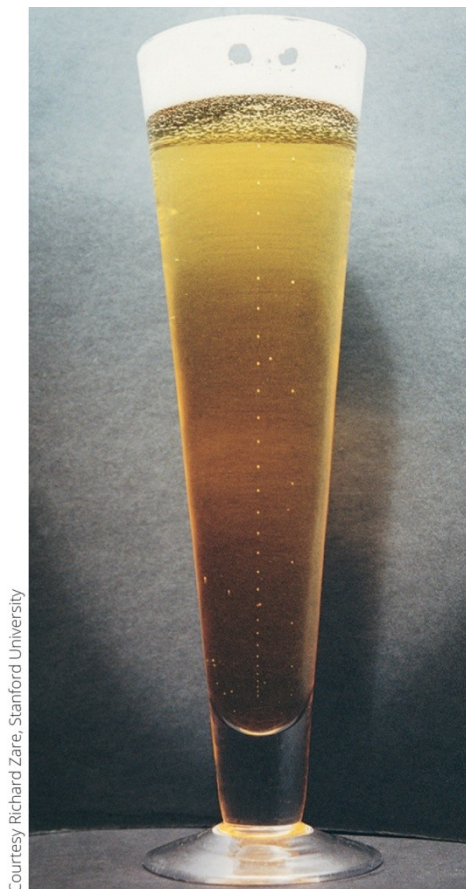
$$k = \frac{R}{N_A} = \frac{8,314 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}}{6,022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}} = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$$

Boltzmannova konstanta

WILEY

Konceptualni primjer 3 Mjehurići u pivu

Promatrajte mjehuriće koji se dižu u čaši piva. Ako pažljivo gledate, opazit ćete da se njihova veličina povećava kako putuju prema vrhu. Obujam im se često udvostruči kad dođu do površine. Zašto mjehurići rastu kad putuju prema gore?



Courtesy Richard Zare, Stanford University

14.2 *Jednadžba stanja idealnog plina*

Razmotrimo uzorak idealnog plina koji prelazi iz početnog u konačno stanje, pri čemu se količina tvari ne mijenja.

$$pV = nRT \quad \Longrightarrow \quad \frac{pV}{T} = nR = \text{konst}$$



$$\frac{p_{\text{f}} V_{\text{f}}}{T_{\text{f}}} = \frac{p_{\text{i}} V_{\text{i}}}{T_{\text{i}}}$$

konačno stanje (final) početno stanje (initial)

14.2 *Jednadžba stanja idealnog plina*

$$\frac{p_{\text{f}} V_{\text{f}}}{T_{\text{f}}} = \frac{p_{\text{i}} V_{\text{i}}}{T_{\text{i}}}$$

$T = \text{konst}$

$$p_{\text{f}} V_{\text{f}} = p_{\text{i}} V_{\text{i}}$$

Boyle-Mariotteov zakon

$p = \text{konst}$

$$\frac{V_{\text{f}}}{T_{\text{f}}} = \frac{V_{\text{i}}}{T_{\text{i}}}$$

Gay-Lussacov zakon

$V = \text{konst}$

$$\frac{p_{\text{f}}}{T_{\text{f}}} = \frac{p_{\text{i}}}{T_{\text{i}}}$$

Charles-Gay-Lussacov zakon

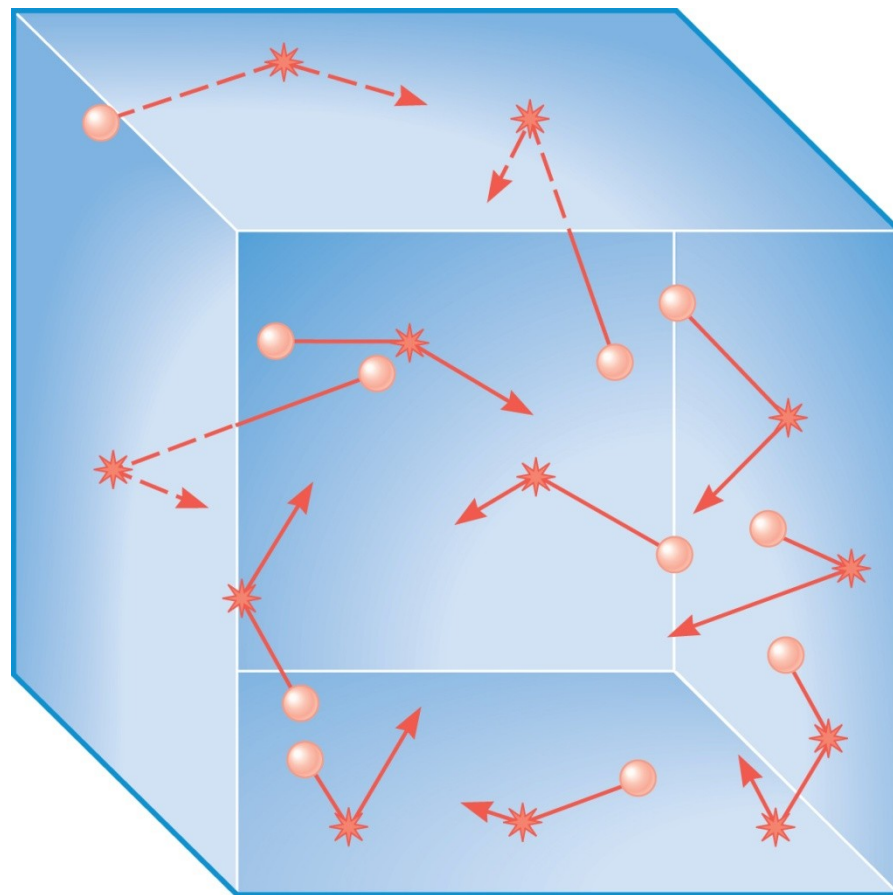
WILEY

14.3 Kinetička teorija plinova

Čestice se u neprekidnom, nasumičnom gibanju sudaraju jedna s drugom te sa stijenkama posude.

U svakom se sudaru brzina čestice mijenja.

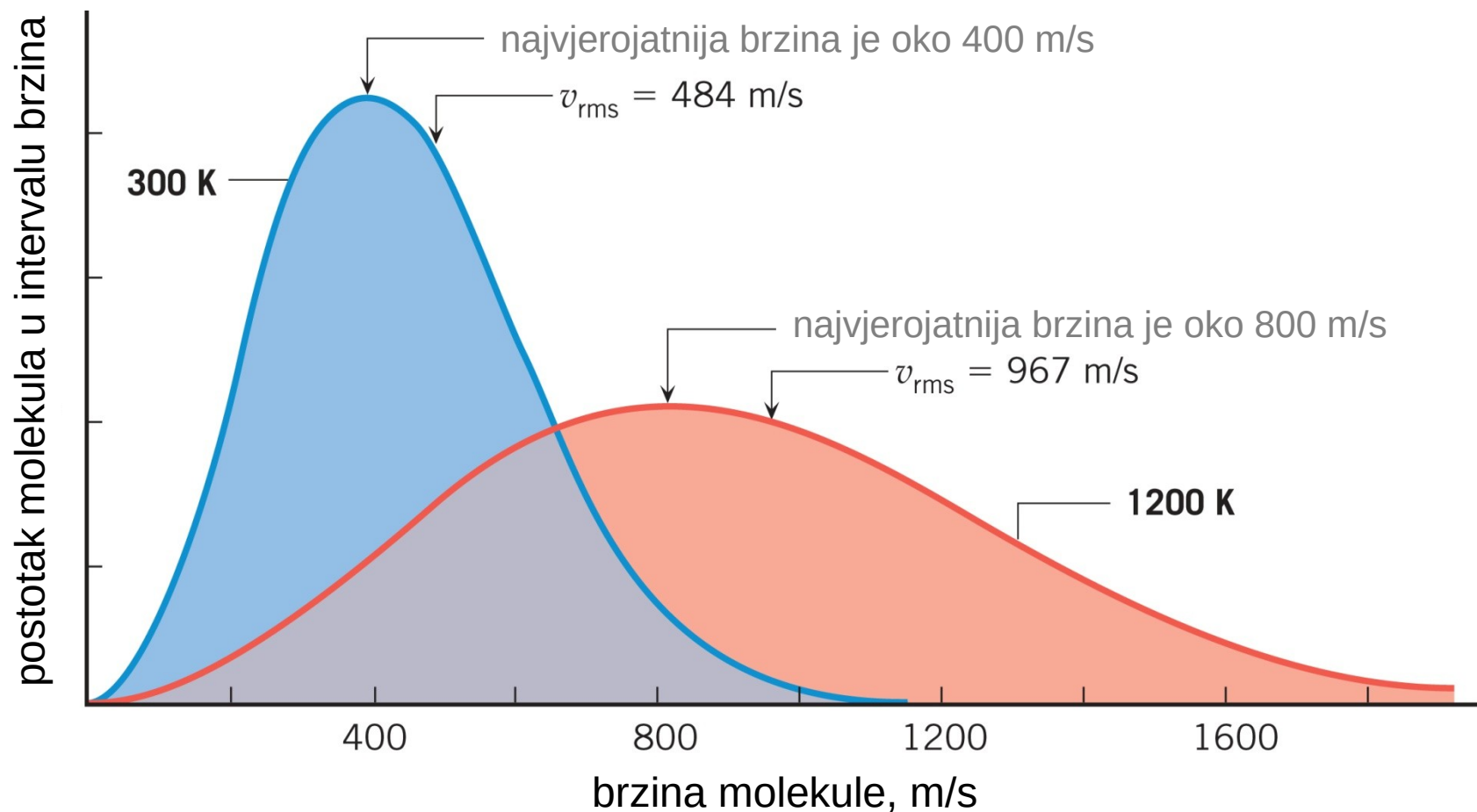
Kao rezultat toga, čestice (atomi ili molekule) imaju različite brzine.



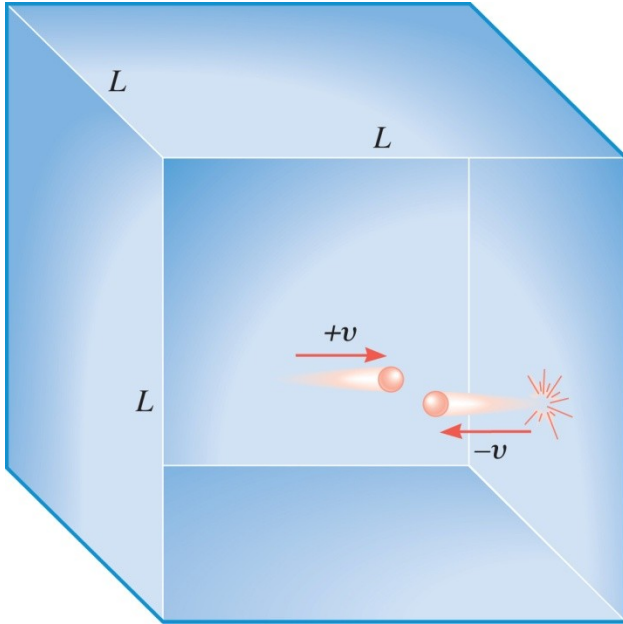
WILEY

Copyright © 2015 John Wiley & Sons, Inc. All rights reserved.

RASPODJELA BRZINA MOLEKULA



KINETIČKA TEORIJA



Prosječna sila za jednu molekulu:

$$F = m a = m \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{\Delta (m v)}{\Delta t}$$

$$F = \frac{(+m v) - (-m v)}{2 L / v} = \frac{m v^2}{L}$$

14.3 Kinetička teorija plinova

Prosječna sila za jednu molekulu:

$$F = \frac{m v^2}{L}$$

Prosječna sila za N molekula:

$$F = \frac{N}{3} \frac{m \overline{v^2}}{L}$$

rms (root-mean-square)
brzina

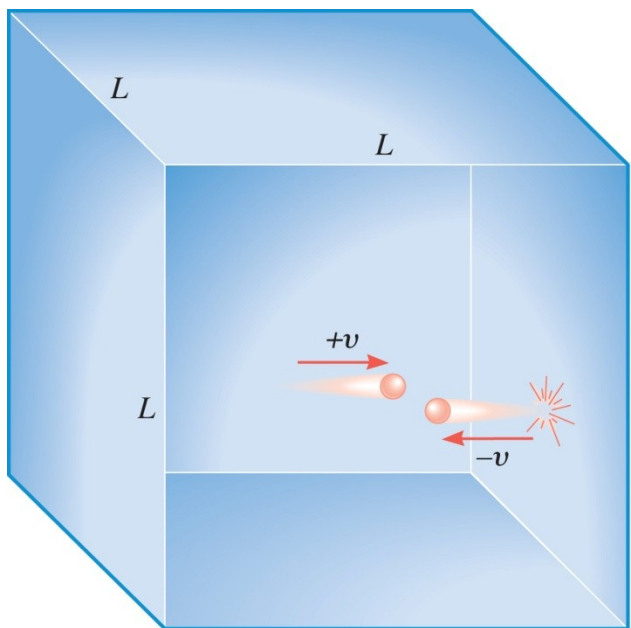
$$v_{\text{rms}} = \sqrt{\overline{v^2}}$$

$$v_{\text{rms}}^2 = \overline{v^2}$$

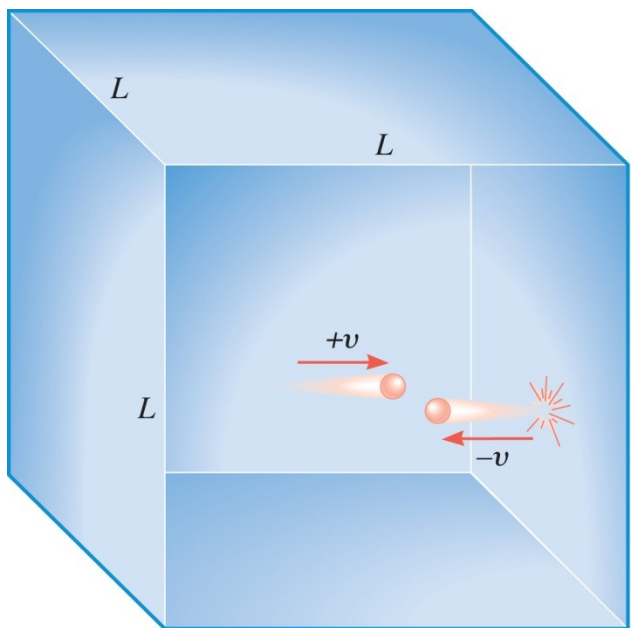
$$p = \frac{F}{A} = \frac{F}{L^2} = \frac{N}{3} \frac{m \overline{v^2}}{L^3}$$

volumen

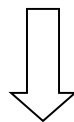
WILEY



14.3 Kinetička teorija plinova



$$p = \frac{N}{3} \frac{m \overline{v^2}}{V}$$



$$\overset{NkT}{\underbrace{pV}} = \frac{1}{3} N (m v_{\text{rms}}^2) = \frac{2}{3} N \left(\frac{m v_{\text{rms}}^2}{2} \right) \overset{\overline{E}_k}{\underbrace{\quad}}$$

$$\cancel{NkT} = \frac{2}{3} \cancel{N} \overline{E}_k$$

$$\overline{E}_k = \frac{3}{2} k T$$

WILEY

Konceptualni primjer 5 Ima li pojedinačna čestica temperaturu?

Svaka čestica plina ima kinetičku energiju. Prosječnu kinetičku energiju povezali smo s temperaturom idealnog plina.

Možemo li onda zaključiti da i pojedinačna čestica ima temperaturu?

Primjer 6 Brzina molekula u zraku

Zrak je smjesa molekula dušika N_2 (molekulske mase $28,0 \text{ u}$) i molekula kisika O_2 (molekulske mase $32,0 \text{ u}$). Uz pretpostavku da se zrak ponaša kao idealni plin, odredite prosječnu (rms) brzinu molekula kisika i dušika, ako je temperatura zraka 293 K .

$$\frac{m v_{\text{rms}}^2}{2} = \frac{3}{2} k T$$



$$v_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{3 k T}{m}}$$

14.3 Kinetička teorija plinova

Za dušik, masa jedne ($N=1$) molekule:

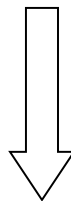
$$n = \frac{m}{M} = \frac{N}{N_A} = \frac{1}{N_A}$$

$$m = \frac{M}{N_A} = \frac{28,0 \text{ g/mol}}{6,022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}} = 4,65 \cdot 10^{-26} \text{ kg}$$

$$v_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{3 k T}{m}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K} \cdot 293 \text{ K}}{4,65 \cdot 10^{-26} \text{ kg}}} = 511 \text{ m/s}$$

UNUTRAŠNJA ENERGIJA JEDNOATOMNOG IDEALNOG PLINA

$$\overline{E}_k = \frac{m v_{\text{rms}}^2}{2} = \frac{3}{2} k T$$

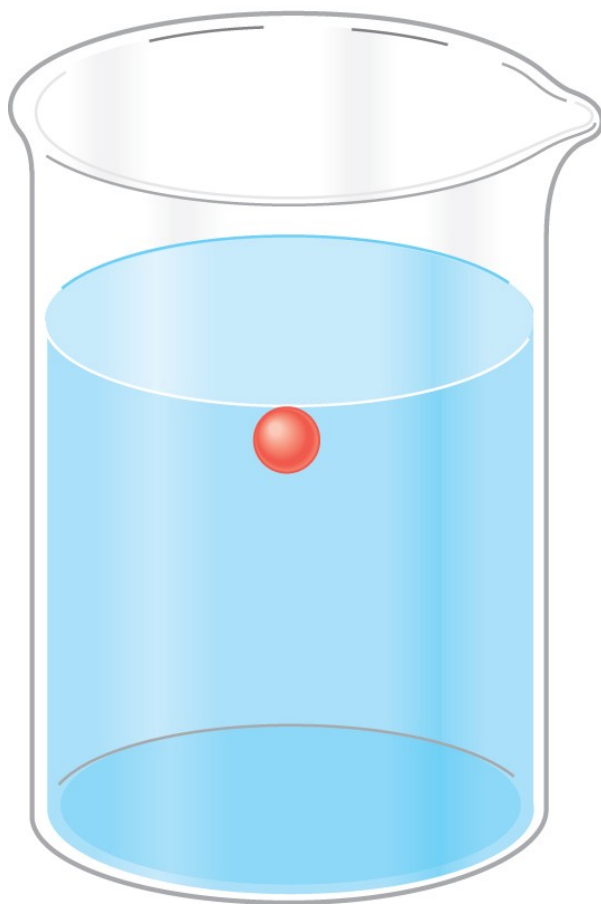


$$R = k N_A$$

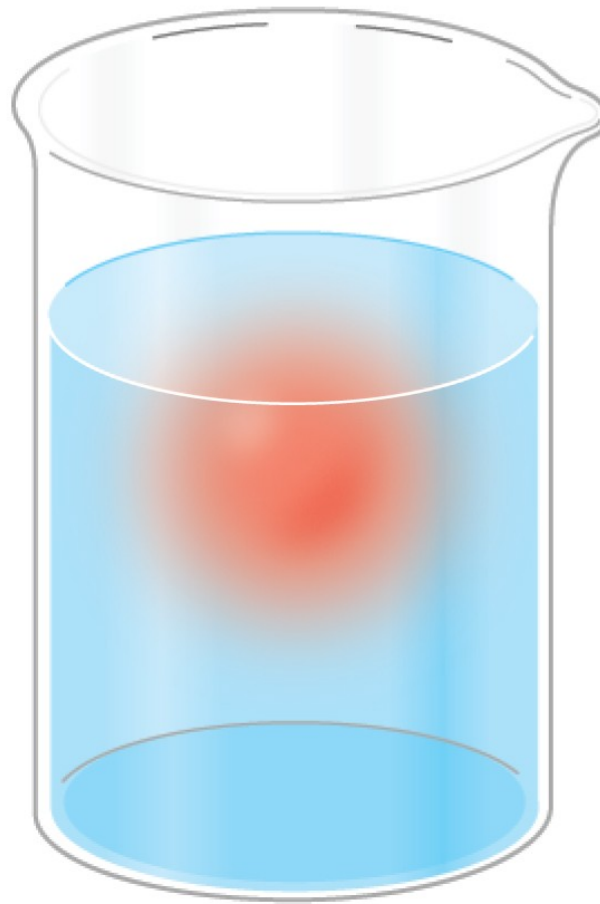
$$U = N \cdot \overline{E}_k = \frac{3}{2} N k T = \frac{3}{2} n R T$$

14.4 Difuzija

Proces u kojem se molekule gibaju iz područja više koncentracije u područje niže koncentracije nazivamo **difuzijom**.



NA POČETKU

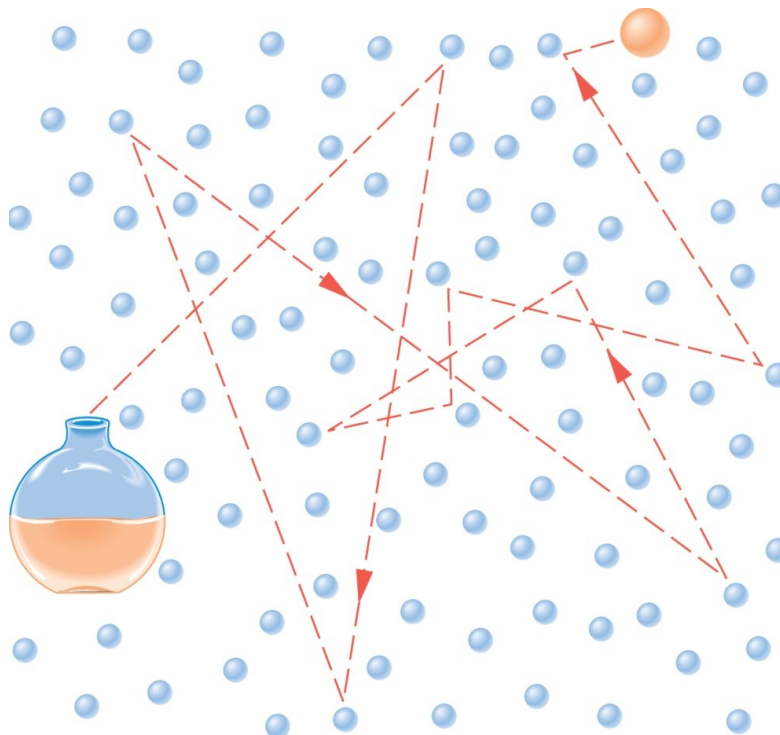


KASNIJE

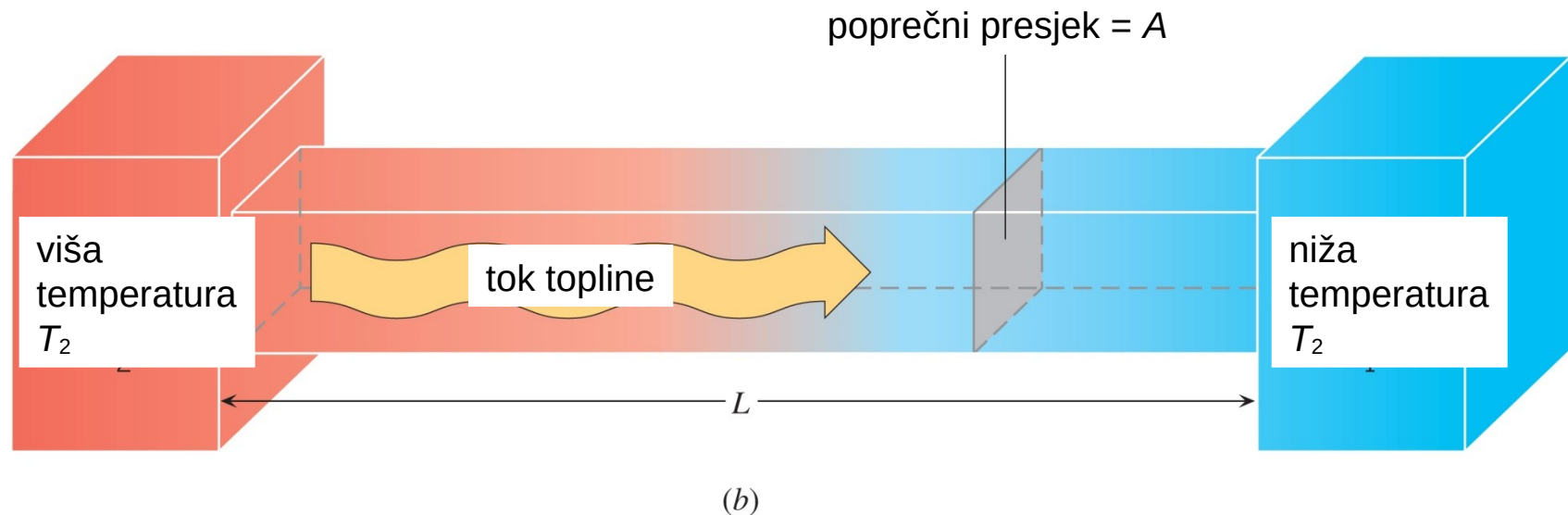
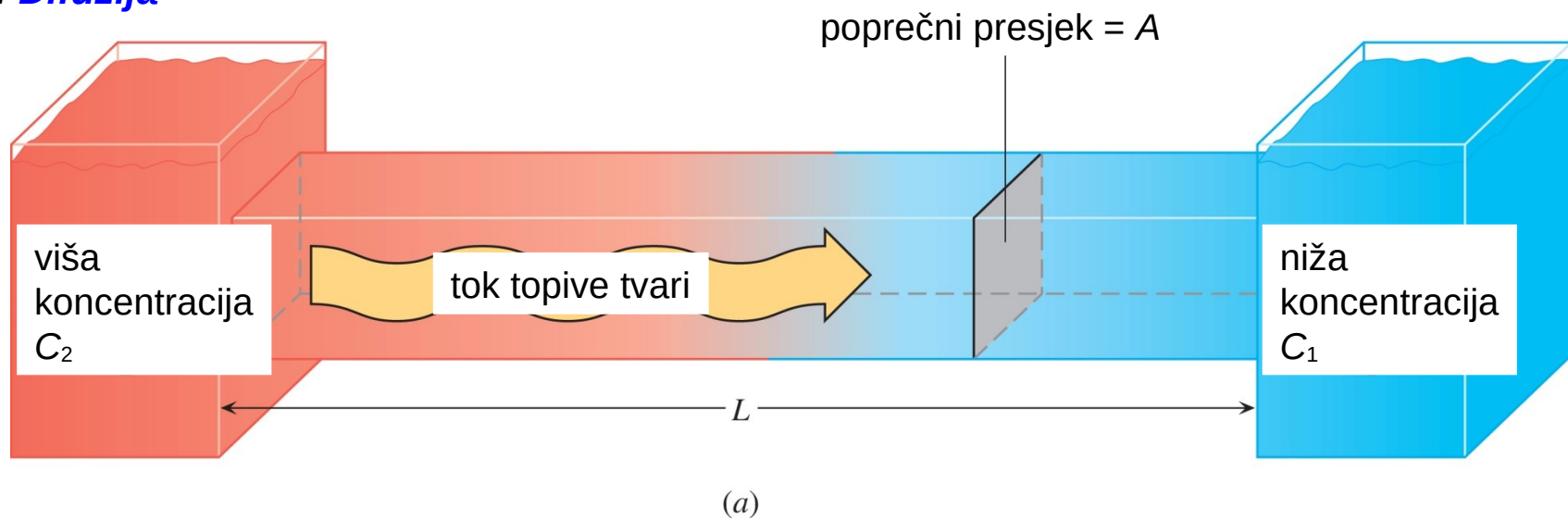
WILEY

Konceptualni primjer 7 Zašto je difuzija relativno spora?

Molekula plina, na sobnoj temperaturi, ima prosječnu (rms) translacijsku brzinu od nekoliko stotina metara po sekundi. S takvom brzinom molekula bi mogla stići s kraja na kraj sobe u djeliću sekunde. No, obično treba nekoliko sekundi, ili čak minuta, da se miris iz otvorene bočice parfema proširi po sobi. Zašto treba toliko puno vremena?

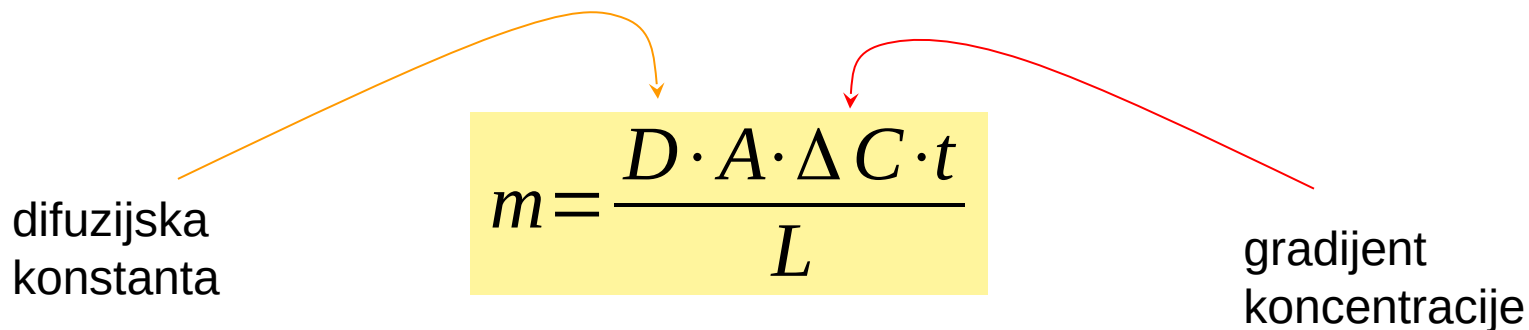


14.4 Difuzija



FICKOV ZAKON DIFUZIJE

Masa m otopine koja difundira u vremenu t kroz stupac otapala duljine L i poprečnog presjeka A je



The diagram shows the Fick's Law equation $m = \frac{D \cdot A \cdot \Delta C \cdot t}{L}$ in a yellow box. An orange arrow points from the label 'difuzijska konstanta' to the variable D . A red arrow points from the label 'gradijent koncentracije' to the variable ΔC .

$$m = \frac{D \cdot A \cdot \Delta C \cdot t}{L}$$

difuzijska konstanta

gradijent koncentracije

Jedinica SI za difuzijsku konstantu: m^2/s

ZADACI ZA VJEŽBU

1. Masa od 135 g nekog elementa sadrži $30,1 \cdot 10^{23}$ atoma. Koji je to element?

RJEŠENJE: aluminij

2. Valjkasta čaša vode ima polumjer 4,50 cm i visinu 12,0 cm. Gustoća vode je $1,00 \text{ g/cm}^3$. Kolika je količina vode u toj čaši?

RJEŠENJE: 42,4 mol

3. Da bi se napunio balon potrebno je 0,16 g helija. Koliko bi, za isti balon, trebalo grama dušika (istog tlaka, volumena i temperature)?

RJEŠENJE: 1,1 g

4. Na sunčanoj strani Venere atmosferski tlak je $9,0 \cdot 10^6 \text{ Pa}$, a temperatura 740 K. Na površini Zemlje tlak je $1,0 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, a temperatura može doseći 320 K. Ovi podaci pokazuju da Venera ima "deblju" atmosferu tj. da je broj molekula po jediničnom volumenu (N/V) na Veneri veći nego na Zemlji. Koliko je puta veći?

RJEŠENJE: 39



WILEY

ZADACI ZA VJEŽBU

5. Soba je široka 4,0 m, dugačka 5,0 m i visoka 2,5 m. Zrak u sobi sadrži 79% dušika (N_2) i 21% kisika (O_2). Kolika je masa zraka pri temperaturi od 22°C i tlaku od $1,01 \cdot 10^5 \text{ Pa}$?

RJEŠENJE: 59 kg

6. Dva mola idealnog plina nalaze se u posudi volumena $8,5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$ pri tlaku $4,5 \cdot 10^5 \text{ Pa}$. Odredite prosječnu translacijsku kinetičku energiju molekule plina.

RJEŠENJE: $4,8 \cdot 10^{-21} \text{ J}$

7. Prije početka vožnje tlak u automobilskoj gumi je $2,81 \cdot 10^5 \text{ Pa}$. Vanjska temperatura je 284 K. Nakon vožnje tlak je $3,01 \cdot 10^5 \text{ Pa}$. Kolika je temperatura zraka u gumi?

Zanemarite rastezanje gume.

RJEŠENJE: 304 K



WILEY

ZADACI ZA VJEŽBU

8. Kisik za bolničke pacijente drži se u posebnom rezervoaru pod tlakom od 65 atmosfera i na temperaturi od 288 K. Rezervoar se nalazi u posebnoj sobi, a kisik se dovodi u pacijentovu sobu pod tlakom od 1,00 atmosfera i na temperaturi od 297 K. Koji volumen u pacijentovoj sobi zauzima kisik koju u rezervoaru zauzima 1,00 m³?

RJEŠENJE: 67 m³

9. Tlak sumporovog dioksida (SO₂) je $2,12 \cdot 10^4$ Pa. U 50,0 m³ nalazi se 421 mol toga plina. Odredite prosječnu (rms) translacijsku brzinu molekula SO₂.

RJEŠENJE: 343 m/s

10. Helij se nalazi u posudi volumena 0,010 m³ pod tlakom od $6,2 \cdot 10^5$ Pa. Koliko dugo mora raditi stroj snage 0,25 konjskih snaga (jedna konjska snaga je 746 W) da bi energija koju "proizvede" odgovarala unutrašnjoj energiji spomenutog helija?

RJEŠENJE: 50 s

PITANJA ZA PONAVLJANJE

1. Idealni plin
2. Atomska jedinica mase
3. Količina tvari
4. Avogadrova konstanta
5. Boyle-Mariotteov zakon
6. Charlesov zakon
7. Gay-Lussacov zakon
8. Jednadžba idealnog plina
9. Boltzmannova konstanta
10. Unutrašnja energija