

Podzemne vode

- **Infiltracija:** procjeđivanje u podzemlje i stvaranje podzemne vode; značajno u terenima izgrađenim od propusnih stijena i tamo gdje je slabo otjecanje
- **Podzemna voda** je sva voda koja teče kroz podzemlje ili se nalazi u podzemlju, stijenama ili tlima; nastala pomoću infiltracije, a gubi se istjecanjem na površinu kroz izvore i procjeđivanjem na dnu mora
- **Zalihe vode:** količina vode u sustavu koja se sastoji od površinskih tokova i podzemne vode; prirodne zalihe je vrlo lako poremetiti ljudskim aktivnostima, a osobito tamo gdje drenažni sustavi ili urbanizacija umanjuju mogućnosti za infiltraciju i obnavljanje podzemnih voda

Propusnost

Propusnost je sposobnost stijene da kroz njezine međusobno povezane pore (šupljine) protječe voda.

Vodonosnik (vodonosni sloj): stijena značajne propusnosti, pogodna za uskladištenje podzemne vode, npr. pješčenjak.

Izolator: nepropusna stijena s vodom koja se ne kreće, a nalazi se u slabo povezanim porama, npr. glina.

Propusnost (= hidraulička vodljivost = koeficijent propusnosti = K) = tok kroz jediničnu površinu materijala u jedinici vremena uz jedinični hidraulički gradijent (pad potencijala za 1 m na udaljenosti 1 m u smjeru tečenja vode). K se izražava kao brzina, pravilno u metrima/sekundu, u praksi češće u metrima/dan.

Brzina podzemne vode puno je manja od K vrijednosti zbog toga što su prirodni hidraulički gradijenti puno manji od 1, koji se nalazi u jednadžbi koeficijenta. Tipične brzine toka podzemne vode variraju od 1 m/dan do 1 m/godinu, ali su puno veće kroz kaverne u vapnencima.

Porozitet: % volumena šupljina ili pornog prostora u stijeni.

Specifično otpuštanje: % volumena vode koja se može slobodno ocijediti iz stijene; mora biti manji od poroziteta i definiran je nekim faktorom u odnosu na porozitet; indikacija je vrijednosti vodonosnika u smislu rezervi podzemne vode.

Tok podzemne vode

$$Q = K \cdot b \cdot w \cdot i$$

Gdje je:

K-propusnost

b-debljina vodonosnika

w-širina vodonosnika

i-hidraulički gradijent

To je Darcyjev zakon primjenjiv za jednostavne geološke strukture ili kao grubi pokazatelj toka kroz jediničnu površinu.

Podzemna voda

Izvori su mjesta prelijevanja podzemne vode iz vodonosnika; mnogi su kaptirani ili su u obliku jezera za vodoopskrbu; veliki izvor otpušta $0.1 - 1.0 \text{ m}^3/\text{s}$; manji izvori se koriste u ruralnim područjima; kaverne u vapnencu mogu prihranjivati velike izvore.

Nekada su se ručno kopali horizontalni rovovi do nagnute razine podzemne vode koji su omogućavali njezinu slobodnu drenažu na površinu.

Stabilnost vodonosnika

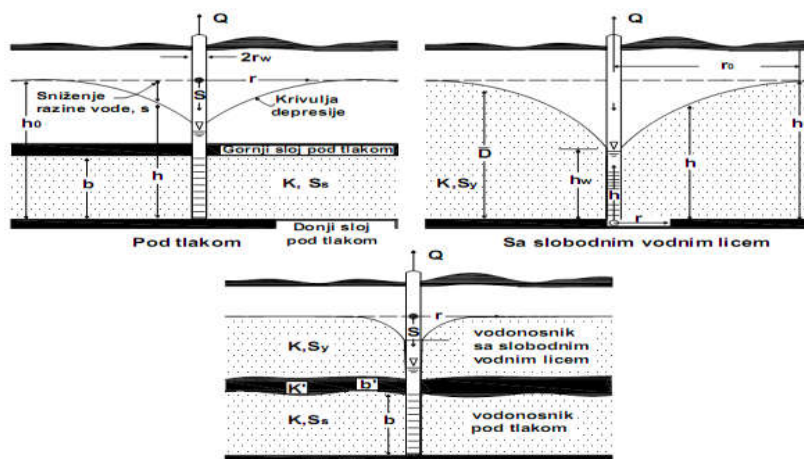
Stabilnost vodonosnika je osigurana samo u slučaju kada je crpljenje $<$ obnavljanja.

Crpljenje $>$ obnavljanja je rudarenje podzemne vode – vodonosnik se isprazni; razina podzemne vode se trajno spusti, izvori i bunari mogu presušiti; troškovi crpljenja se povećavaju, arteški izvori mogu prestati teći, izvori će biti nepovratno izgubljeni.

Bunari

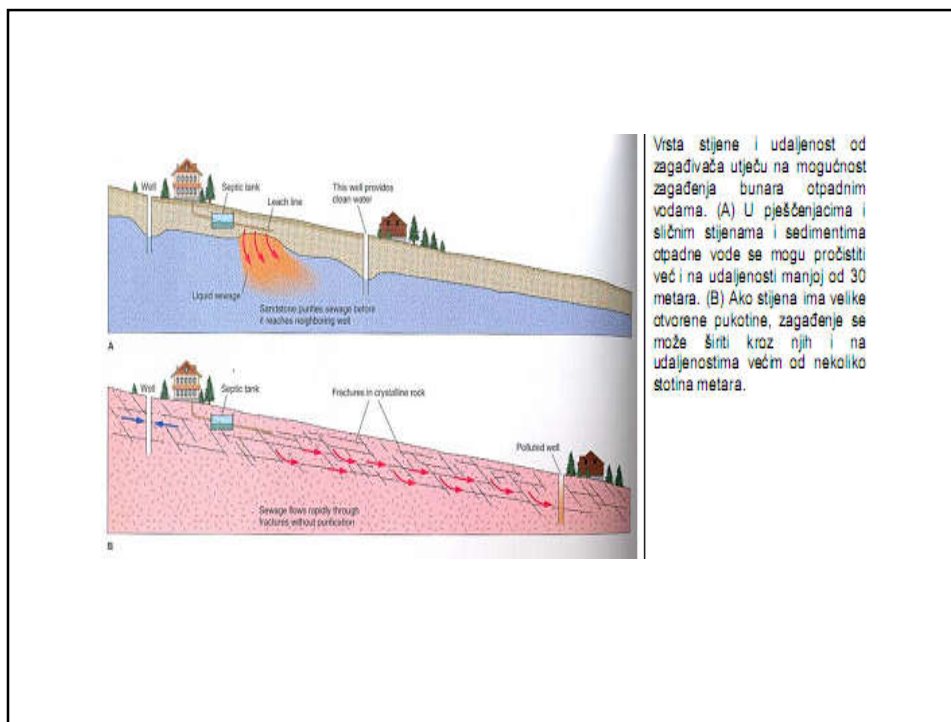
- Bunari su kopani ili bušeni do ispod razine podzemne vode; kopani bunari mogu imati horizontalne kanale koji presijecaju raspucane zone bogate vodom; bunari se moraju pumpati ukoliko nisu arteški; izdašnost bunara ovisi o dubini ispod razine podzemne vode, njegovom promjeru i propusnosti vodonosnika.
- Stožac depresije vodnog lica nastaje kada se tok podzemne vode pumpanjem preusmjeri prema bunarima, pri čemu se hidraulički gradijent ustrmljuje; dubina stožca depresije je sniženje, koje je u funkciji s propusnosti i tečenjem.

Osnovni tipovi vodonosnika sa cirkularnim tipovima depresije



Kvaliteta podzemne vode

- Kvaliteta podzemne vode osigurava se filtracijom u vodonosniku, a u funkciji je zadržavanja vode u podzemlju gdje je voda u kontaktu s absorbirajućim glinama i bakterijama koje je čiste u tlu.
- Potencijalno najveće zagađenje je moguće u plitkim aluvijalnim šljuncima i kavernoznim vapnencima; glavni izvori zagađivača su procjeđivanja iz rezervoara u kojima su uskladištene štetne tekućine ili iz odvodnje cesta u zonama obnavljanja. Tvrdoću vodi daju karbonati (vapnenac) i sulfati

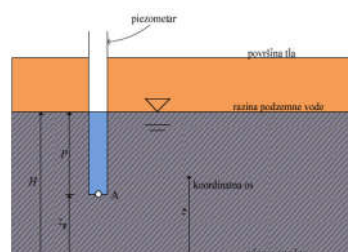
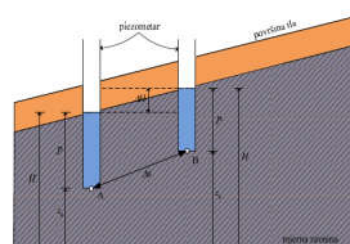


Piezometar

- Tlak vode u tlu mjerimo piezometrom. Za krupnozrnato se tlo koriste otvorene cijevi, koje na dnu imaju filtar za sprječavanje ulaska zrna tla. Voda slobodno ulazi u piezometar i očitava se piezometarska visina
- Za sitnozrnato se tlo koriste piezometri opremljeni posebnim elektronskim uređajima na dnu za mjerenje tlaka vode, jer bi, inače, trebalo puno vremena da se u piezometru voda podigne do razine podzemne vode.

- Hidraulički potencijal H (m) jednak je zbroju piezometarske visine i geodetske visine z_g (m).
- Na donjoj slici prikazana su dva piezometra u točkama A i B, različitih geodetskih visina i s različitim piezometarskim visinama. Hidraulički potencijal veći je u točki B nego u točki A. Razlika potencijala između točaka B i A označena je s ΔH , a njihova međusobna udaljenost s Δs . Hidraulički je gradijent definiran sa:

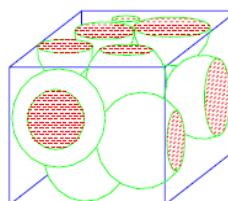
$$i = \frac{\Delta H}{\Delta s}$$

Hidraulički potencijal H Razlika hidrauličkog potencijala ΔH

- **Hidraulički gradijent je vektor**, koji je pozitivan u smjeru strujanja vode. Voda struji kroz tlo od mjesta većeg k mjestu manjeg hidrauličkog potencijala, dakle od točke B prema točki A. Ako je hidraulički gradijent 0, nema strujanja vode kroz tlo. Budući da je za strujanje vode kroz tlo bitna razlika hidrauličkih potencijala između dviju točaka, a ne njihove vrijednosti, svejedno je gdje se postavi mjerna ravnina. Ako je hidraulički potencijal (odnosno tlak vode) u tlu konstantan u vremenu, radi se o stacionarnom strujanju vode kroz tlo. Ako to nije slučaj, kao, primjerice, u slučaju konsolidacije tla, radi se o nestacionarnom strujanju vode kroz tlo.

Porni tlak

- *tlak kojim fluid pritišće stijenke unutar pora ili praznina u poroznome materijalu*
- Čestice gline koje su pločaste ili listićave obavijene su vodom. Ostale čestice su više manje okruglaste. Površina dodirnih ploha između čvrstih čestica posve je mala. Pore između čvrstih čestica čine vrlo razvedeni prostor. Ako je tlo zasićeno vodom, o tom jedinstvenom prostoru možemo govoriti kao o vrlo složenom sustavu "spojenih posuda", pa je tlak vode u tlu, bez obzira na postojanje čvrstih čestica u tlu, također jednak:



$$u = \gamma_w h_p \text{ (kPa)} \quad - \gamma_w \text{ jedinična težina vode; } h_p - \text{piezometarski potencijal}$$

- Uobičajeno je tlak vode u porama tla zvati **porni tlak** (**pore** water pressure).

EFEKTIVNA I UKUPNA NAPREZANJA

U nesaturiranom tlu silama tlaka odupiru se čestice.

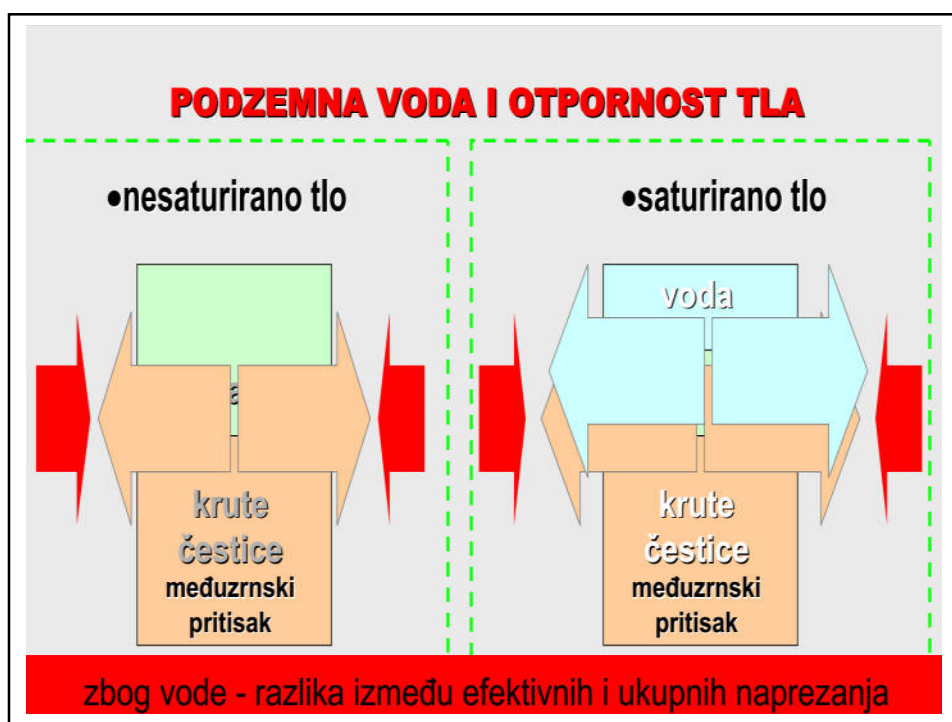
Međuzrnski pritisak: otpor trenja među česticama u tlu.

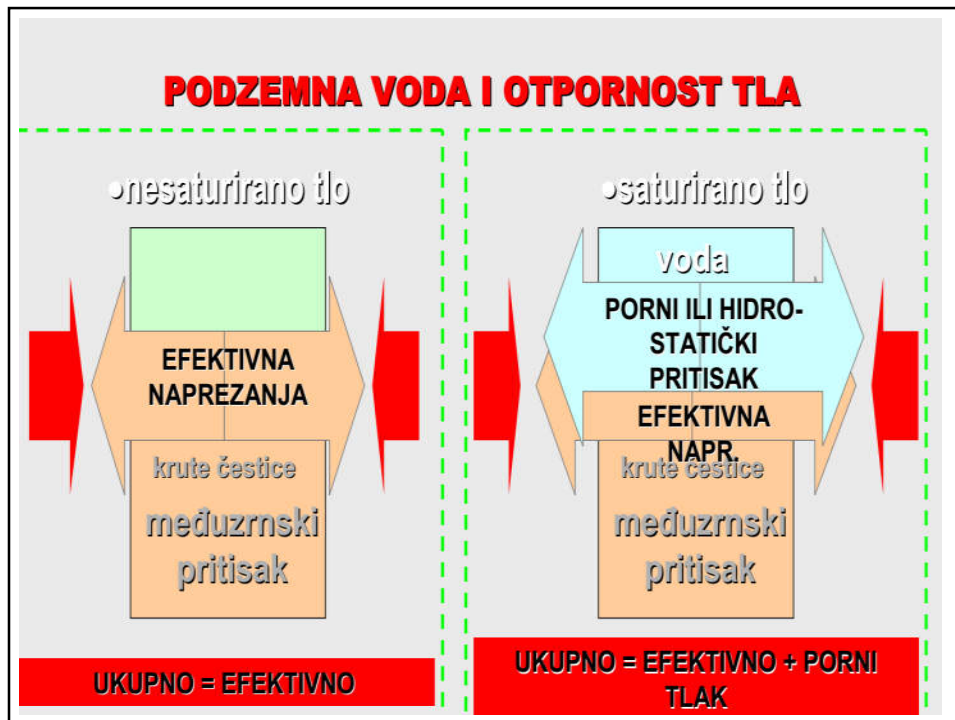
U saturiranom tlu silama tlaka odupiru se čestice, ali i voda u porama, jer je nestišljiva.

Kao posljedica prisustva ili odsustva vode u porama razlikuju se efektivna i ukupna naprezanja. **Efektivno naprezanje** je otpor individualnih čestica na primijenjeno naprezanje. Naprezanja koja se prenose preko čvrstih čestica

U nesaturiranom tlu – međuzrnski pritisak koji se opire tlačenju predstavlja i ukupna i efektivna naprezanja.

U saturiranom tlu – ukupno naprezanje je zbroj efektivnih naprežanja (zrno na zrno) i pornog tlaka (otpor vode). Efektivna naprežanja i porni tlak su važni jer većina opterećenja tla ima tlačnu i posmičnu komponentu. Voda nema posmičnu čvrstoću pa se odupire samo tlačnoj komponenti. Otpor tla na smicanje ovisi o efektivnim naprežanjima. Budući da se efektivna naprežanja dobivaju tako da se od ukupnih oduzme porni tlak, promjene vezane za podzemnu vodu utječu na efektivna naprežanja. *Povećanje razine podzemne vode povećava porni tlak; efektivna naprežanja se smanjuju s povećanjem pornog tlaka; otpornost tla na smicanje je manja.*





Strujni tlak moguće je prikazati kao silu na jedinični volumen tla.

Strujni tlak može biti toliko visok da istisne individualne čestice tla. Time se mijenjaju strujnice, povećava se brzina i povećava se strujni tlak. Kao posljedica toga u tlu mogu nastati kanali, koji ozbiljno ugrožavaju integritet strukture tla.

Strujni tlak djeluje okomito na ekvipotencijalne u strujnoj mreži. Računa se množenjem hidrauličkog gradijenta i jedinične težine vode:

$$P_s = i \gamma_w$$

P_s – strujni tlak; i – hidraulički gradijent, h/L ; γ_w – jedinična težina vode

Stvaranju kanala podložnije je sitnozrnato tlo. Otvorene šupljine u tlu, slabo zbijeni nasip i pukotine u tlu mogu inicirati stvaranje kanala. Ključanje tla je pojava povezana s time.

Osnove strujanja vode u poroznoj sredini

Podzemne vode struje pri vrlo malim brzinama koje su reda veličine 10^{-4} m/s a često puta i znatno manje. Kod takvih brzina se u izrazu za ukupnu energiju

$$B = z + \frac{p}{\rho g} + \frac{v^2}{2g} = h + \frac{v^2}{2g} \quad \dots (5.1)$$

član kinetičke energije ($v^2/2g$) može zanemariti i usvojiti da se energija u presjeku podudara sa piezometarskom visinom h . Iz toga proističe da je pad piezometarske linije u ovom slučaju identičan padu linije energije.

Obzirom na vrlo male brzine koje se javljaju u strujanju kroz poroznu sredinu, strujanje je u pravilu laminarno.

Darcy-jev zakon

Brzina strujanja vode u poroznom mediju je određena Darcyevim zakonom koji glasi:

$$v = k \cdot I = k \cdot \frac{dh}{dl} \quad \dots (5.5)$$

pri čemu je:

v	Darcyeva brzina	(L/T)
I	pad piezometarske linije	(l)
h	razina podzemne vode	(L)
k	koeficijent filtracije	(L/T)



Granice važenja Darcyjevog zakona

Kao i u ostalim slučajevima strujanja fluida, režim strujanja je definiran Reynoldsonim brojem Re koji je definiran kao odnos između inercijalnih i viskoznih sila. Općenito je prihvaćeno da Darcyev zakon vrijedi u slučajevima kad je $Re < 10$, jer su tada brzine male, režim strujanja je laminaran a viskozne sile su dominantne. Kad Reynoldsov broj pređe graničnu vrijednost inercijalne sile su značajnije od viskoznih te Darcyev zakon treba modificirati kako bi se uzeli u obzir i posljedice pojave turbulencije.

Prelazak iz laminarnog u turbulentno strujanje je kod filtracije znatno postepenije, bez skokova karakterističnih za strujanje vode u cijevima.

Jednadžbe protoka podzemne vode

- U procesima kretanja podzemne vode osnovni princip je eksperimentalni Darcy-ev zakon koji kad se poveže s osnovnim zakonom održanja mase, rezultira parcijalnom diferencijalnom jednadžbom kontinuiteta

$$-\frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} - \frac{\partial(\rho v_y)}{\partial y} - \frac{\partial(\rho v_z)}{\partial z} = 0$$

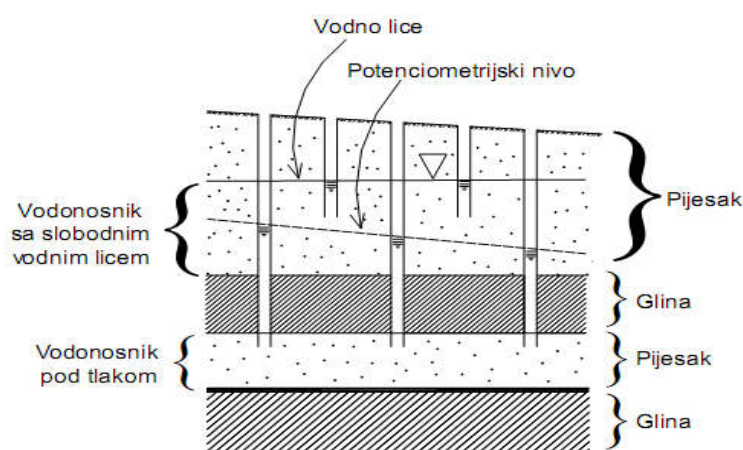
- Tok mase tekućine koja ulazi u kontrolni volumen, jednaka je toku mase tekućine koja izlazi kroz kontrolni volumen.

U podzemnoj sredini i korištenjem Darcy-evog zakona za protok vode, zakon održanja mase matematički se opisuje kao:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(K_x \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_y \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \frac{\partial h}{\partial z} \right) = S_s \frac{\partial h}{\partial t}$$

pri čemu je S_s specifična zapremina

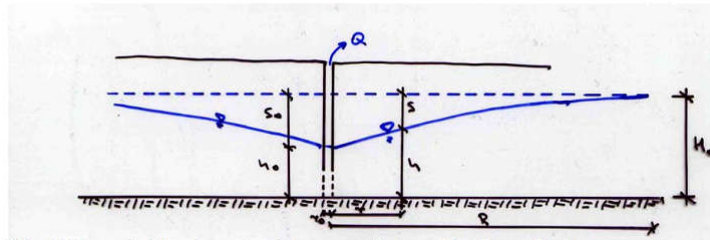
Primjeri tečenja u vodonosniku



Kod vodonosnih slojeva pod tlakom vodno lice u zdencu je više od gornjeg nivoa vodonosnog sloja, a kod slučaja kada je tlak vode iznad površine zemlje tada se formiraju arteški uvjeti. Vodonosni slojevi pod tlakom često se definiraju s tzv. potencijometarskim nivoom mjerenim u piezometrima koji prodiru u vodonosni sloj. Cijeli koncept korištenja potencijometarske površine je temeljen na pretpostavci horizontalnog toka u horizontalnom akviferu. U protivnom, potencijometarska površina predstavlja hidrauličku visinu na dvodimenzionalnoj plohi i ne može pokazati vrlo česte vertikalne gradijente. Naročito je važno u praksi razlikovati informaciju preko potencijometarske površine i vdnog lica. Slika 2.4 predstavlja tu razliku između dva prikaza vdnog stanja.

Zdenac u strujanju sa slobodnim vodnim licem

$$Q = \pi k \frac{H_o^2 - h_o^2}{\ln \frac{R}{r_o}} \quad \dots (5.49)$$

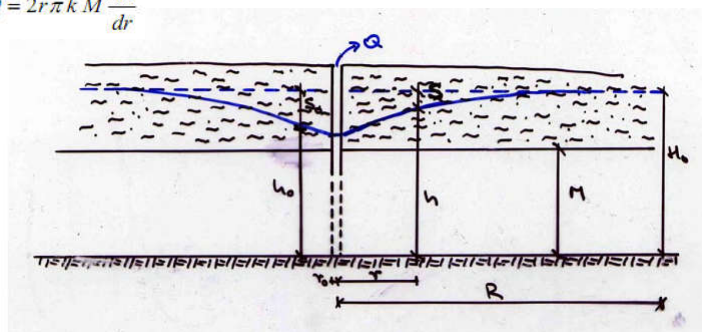


Slika 5.32 Depresioni lijevak za potpuni zdenac u strujanju sa slobodnim vodnim licem

Zdenac u strujanju pod tlakom

$$Q = 2r \pi q$$

$$Q = 2r \pi k M \frac{dh}{dr}$$



Slika 5.33 Depresioni lijevak za potpuni zdenac u strujanju pod tlakom

5.5.3 Radijus utjecaja zdenca

Radijus utjecaja zdenca je radijus na kojem se primjećuje snižavanje razina podzemnih voda uzrokovano radom zdenca. Nakon početka crpljenja radijus se kontinuirano povećava dok ne dosegne granice prihranjivanja odnosno dok se ne uspostavi ravnoteža između crpljenja s jedne strane i prihranjivanja (oborine, vodotok), smanjenja evapotranspiracije s druge strane.

Greške u procjeni vrijednosti radijusa utjecaja nemaju veliki značaj jer u jednadžbi zdenca vrijednost R ulazi u logaritamskoj funkciji koja za velike brojeve nema znatne razlike u vrijednosti logaritma.

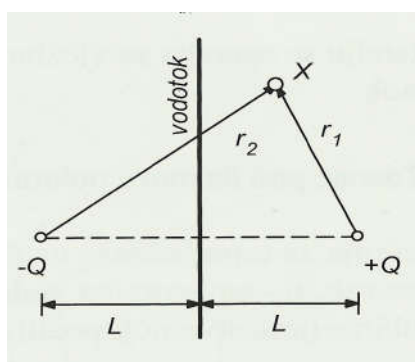
U praksi se usvaja da je vrijednost radijusa utjecaja za pojedine materijale slijedeći:

	R (m)
fini pijesak	25-100 m
srednji do grubi pijesak	100-500 m
fini do srednji šljunak	400-1500 m
krupni šljunak	1500-3000 m

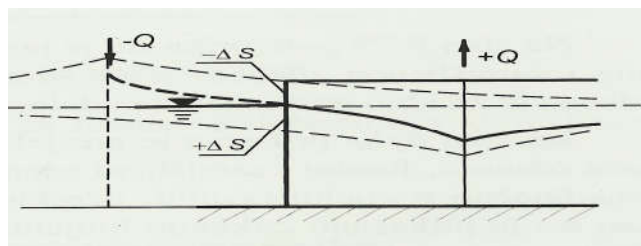
ZDENAC POD TLAKOM U POLURAVNINI UZ VODOTOK

- Rješenje za crpni zdenac mora zadovoljiti rubni uvjet nultog sniženja na vodotoku
- Postiže se kombinacijom pozitivnog (stvarnog, realnog) i negativnog (zamišljenog, imaginarnog) zdenca

- Na slici je prikazan položaj pozitivnog i negativnog zdenca. Negativni zdenac je zrcalno postavljen na udaljenosti L .



- Na sljedećoj slici je prikazan presjek kroz spojnicu zdenca. Pozitivni i negativni zdenac, gledano pojedinačno u cijeloj ravnini, uzrokuju sniženja. Zbroj sniženja pozitivnog i negativnog zdenca prikazan je debljim crtama. Na vodotoku su sniženja iste veličine, ali suprotnog predznaka pa se poništavaju.



- Zbrojem sniženja pozitivnog i negativnog zdenca u poluravnini stvarnog zdenca dobije se rješenje za crpni zdenac uz vodotok.

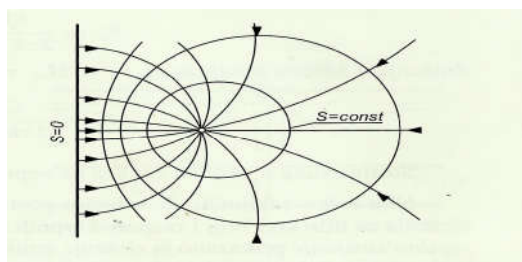
- Sniženje, u bilo kojoj točki poluravnine stvarnog zdenca uz vodotok, jednako je:

$$S_x = \frac{Q}{2\pi K M} \cdot \ln \frac{R}{r_1} + \frac{-Q}{2\pi K M} \cdot \ln \frac{R}{r_2},$$

- Odnosno, nakon sređivanja:

$$S_x = \frac{Q}{2\pi K M} \cdot \ln \frac{r_2}{r_1}.$$

- Strujna slika za zdenac uz vodotok

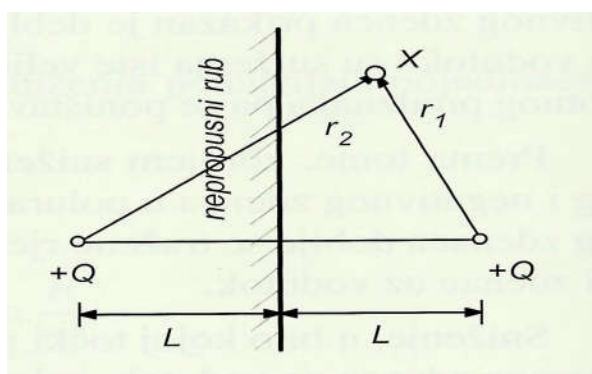


- Istim se postupkom zrcalnih negativnih zdenaca mogu naći rješenja za bilo koji broj i raspored crpih zdenaca uz vodotok

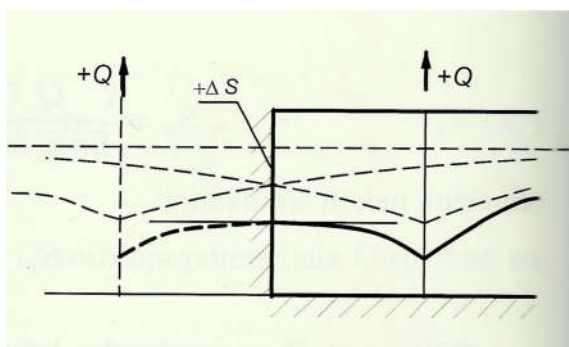
ZDENAC POD TLAKOM U POLURAVNINI UZ NEPROPUSNI RUB

- Rješenje za crpi zdenac uz nepropusi rub mora zadovoljiti rubni uvjet nulnog protoka kroz rub, te se može dobiti kombinacija stvarog pozitivnog (realnog) i zamišljenog pozitivnog (imaginarnog) zdenca.

- Na slici je prikazan položaj stvarnog i zamišljenog zdenca. Zamišljeni pozitivni zdenac je zrcalno postavljen na udaljenosti L .



- Na ovoj slici je prikazan presjek kroz spojnicu zdenaca. Realni i zamišljeni zdenac, gledani pojedinačno u cijeloj ravnini, uzrokuju sniženja. Na nepropusnom su rubu sniženja jednaka.



- Zbroj sniženja obaju zdenaca je takav da je tangenta vodnog lica na rubu horizontalna jer postoji simetrija.
- Zbrojem sniženja realnog pozitivnog i zamišljenog pozitivnog zdenca dobije se traženo rješenje za crpni zdenac uz nepropusni rub u poluravnini stvarnog zdenca

- Sniženje u bilo kojoj točki x poluravnine stvarnog zdenca uz nepropusni rub dobije se zbrajanjem sniženja realnog i zamišljenog zdenca:

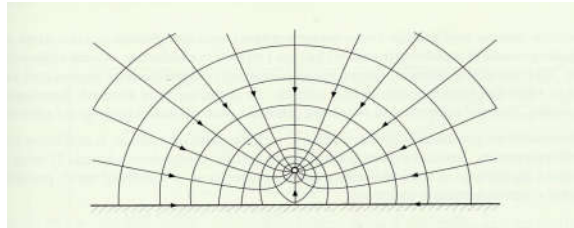
$$S_x = \frac{Q}{2\pi K M} \cdot \ln \frac{R}{r_1} + \frac{Q}{2\pi K M} \cdot \ln \frac{R}{r_2},$$

što nakon sređenja, daje:

$$S_x = \frac{Q}{2\pi k M} \cdot \ln \frac{R^2}{r_1 \cdot r_2}.$$

- Sniženje u zdenцу dobije se za

$$S_0 = \frac{Q}{2\pi k M} \ln \frac{R^2}{2L r_0}.$$



- Strujna slika u okolišu zdenca uz nepropusni rub.
- Postupkom zrcalnih pozitivnih zdenaca mogu se naći rješenja za bilo koji broj i raspored crpnih zdenaca uz nepropusni rub.

Jednadžba kontinuiteta

- **Laplace**: njegov doprinos u mehanici fluida je matematički model tečenja vode kroz tlo.
- Uz pretpostavke da je tlo izotropno, te da su voda i tlo nekompresibilni, Laplace-ova jednadžba kontinuiteta (*princip kontinuiteta: zapremina vode koja dotiče, jednaka je zapremini vode koja izlazi*), za 2D strujanje vode, glasi:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} = 0$$

- gdje je: h – ukupni potencijal.
- Rješenje ove diferencijalne jednadžbe predstavlja grupu međusobno okomitih krivulja koje čine tzv. strujnu mrežu.

GIBANJE PODZEMNIH VODA

1. UVOD

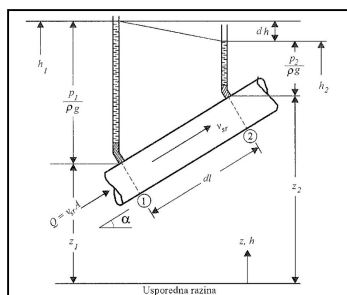
- posljedica napajanja i otjecanja
- izazivaju razlike u raspodjeli energetskog stanja unutar vodonosnoga sustava
- nepoznat je stvarni prostor kroz koji se voda giba (nepravilne pukotine i šupljine), te se javljaju poteškoće u opisivanju brzine gibanja tekućine
- **Darcyjev zakon-linearni zakon strujanja**
- **Hagen-Poiseuilleov pokus laminarnog strujanja u uskim cijevima**



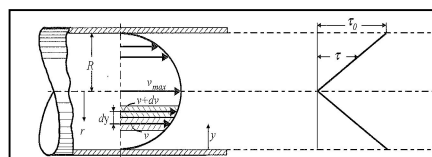
GIBANJE PODZEMNIH VODA

2. BRZINA GIBANJA I PROTOK

2.1. Stvarna i srednja brzina Hagen-Poiseuilleova strujanja



Slika 1: Hagen-Poiseuilleovo laminarno strujanje u cijevi



Slika 2: Raspodjela brzina i tangencijalnog naprezanja u Hagen-Poiseuilleovu toku

$$J = -\frac{dh}{dl} \quad \longrightarrow \quad \text{Hidraulički gradijent}$$

$$v = v_{\max} = \frac{J \rho g R^2}{4\mu}$$

Stvarna brzina laminarnog strujanja kroz cijevi

$$K' = \frac{\rho g R^2}{8\mu} = \frac{g R^2}{8\nu}$$

$$v_{sr} = JK'$$

Srednja brzina laminarnog strujanja kroz cijevi

GIBANJE PODZEMNIH VODA

2. BRZINA GIBANJA I PROTOK

2.2. Brzina i protok u poroznoj sredini

- gibanje čestica tekućine – različito od strujanja u paralelnim slojevima cjevčice
- kretanje čestica fluida predloženo gibanjem njihovih središta gravitacije
- strujanje mase fluida (tok mase) – gibanje mnoštva čestica fluida kao cjeline

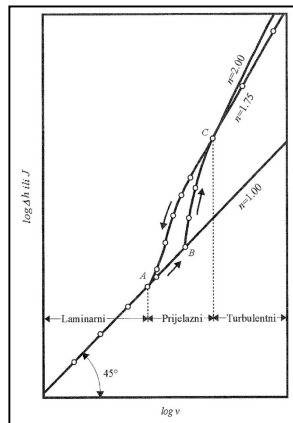
$$\vec{q} = \int_{\Delta t} \int_{\Delta x} \vec{q}' \frac{dx}{\Delta x \Delta t} = \frac{\left[\int_{\Delta t} \int \int \vec{v} dV \right]}{\Delta V \Delta t} = n_e \vec{v}_e \quad \longrightarrow \quad \text{Prividna brzina strujanja}$$

$$\theta_{ve} = \theta_v - \theta_{vo} = \theta_v - (n - n_e) \quad \longrightarrow \quad \text{Efektivna koncentracija vode}$$

GIBANJE PODZEMNIH VODA

2. BRZINA GIBANJA I PROTOK

2.3. Opća stanja gibanja



Slika 3: Odnos brzine i hidrauličkog gradijenta u Reynoldsovu eksperimentu

➤ tok može biti:

- **laminaran ili turbulentan** (s obzirom na pravilnosti staze gibanja pojedinačnih čestica)
- **jednolik ili nejednolik** (s obzirom na promjenu hidrauličkog gradijenta duž staze čestice)
- **ustaljen (stacionaran) ili neustaljen (nestacionaran)** (s obzirom na promjenjivost brzine u vremenu)

$$Re = \frac{Dv\rho}{\mu} = \frac{Dv}{\nu}$$

Reynoldsov broj

$$\vec{v} = \vec{v}(x, y, z), tj. \frac{\partial v}{\partial t} = 0$$

Ustaljeni (stacionarni) tok

$$\vec{v} = \vec{v}(x, y, z, t)$$

Neustaljeni (nestacionarni) tok

GIBANJE PODZEMNIH VODA

3. OPIS STRUJANJA

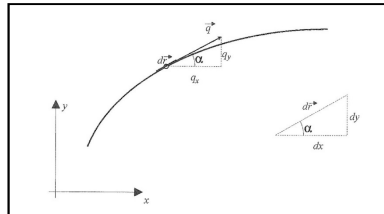
3.1. Lagrangeov i Eulerov opis strujanja

Lagrangeov opis strujanja	Eulerov opis strujanja
➤ prikazuje koordinate čestica na njihovom putu kroz prostor jednako kao i u mehanici materijalne točke ➤ gibanje tekućine određeno je kada je položaj svake njezine čestice s početnim koordinatama a,b,c, zadan koordinatama x,y,z kao funkcija vremena	➤ gibanje tekućine opisuje se: - skalarnim poljem (tlak, gustoća, temperatura) - vektorskim poljem (brzina, akceleracija) - tenzorskim poljem (naprezanje) Eulerovo polje brzina: $q_x = q_x(x, y, z, t); q_y = q_y(x, y, z, t); q_z = q_z(x, y, z, t)$ - x,y,z,t, ➡ Eulerove varijable (koordinate)

GIBANJE PODZEMNIH VODA

3. OPIS STRUJANJA

3.2. Strujnica, staza, trag i fronta strujanja

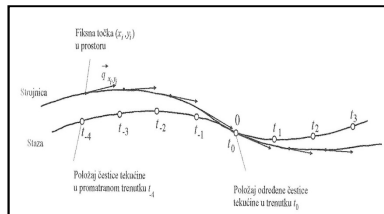


Slika 4: Strujnica i specifična izdašnost u dvodimenzijском toku

- strujnica – krivulja koja je u svim točkama tangenta vektora brzine u tim točkama

- Jednadžba strujnice u skalarnom obliku:

$$\frac{dx}{q_x(x, y, z, t_0)} = \frac{dy}{q_y(x, y, z, t_0)} = \frac{dz}{q_z(x, y, z, t_0)}$$



Slika 5: Crte staze i strujnice u nestacionarnom strujanju

- staza, putanja ili trajektorija – trag gibanja neke čestice u prostoru te prema tome predložava povijest gibanja određene čestice tekućine

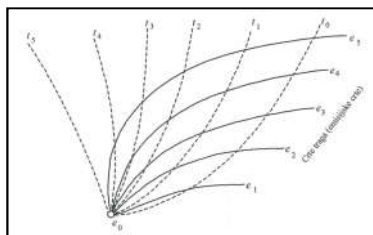
- Jednadžba staze:

$$dr = q dt$$

GIBANJE PODZEMNIH VODA

3. OPIS STRUJANJA

3.2. Strujnica, staza, trag i fronta strujanja



Slika 6: Crte traga i staze u dvodimenzijском nestacionarnom toku

- crta traga (emisijiska crta) – krivulja koja u određenom vremenskom trenutku spaja sve čestice koje su tijekom proteklog vremena prošle kroz istu točku tekućinskog prostora

- crta traga, staza i strujnica slijede različite krivulje tijekom općega nestacionarnog strujanja, kada je strujanje stacionarno sve tri krivulje su identične

- fronta – ploha tekućine koja uvijek sadrži iste čestice tekućine

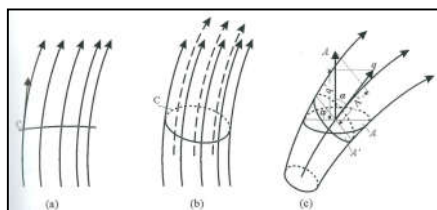
- dodir – poseban slučaj fronte, predstavlja plohu koja odvaja dva nemješiva fluida

GIBANJE PODZEMNIH VODA

3. OPIS STRUJANJA

3.3. Strujna ploha i strujna cijev

- **strujna ploha ili ploha toka** – tangencijalna površina vektora brzine (vektorska ploha vektorskog polja brzine strujanja)
- **strujna cijev ili cijev toka** – ako je strujna ploha položena pomoću zatvorene krivulje C
- **elementarna strujna cijev** – infinitezimalna zatvorena krivulja C



Slika 7: (a) strujna ploha, (b) strujna cijev, (c) elementarna strujna cijev

- važno svojstvo strujne cijevi – preko njezinoga strujnog plašta ne protječe tekućina, nego čitava masa fluida koja uđe na ulazu u strujnu cijev mora izaći na njezinu izlazu, stoga se bilo koje dvije strujnice na plaštu ili unutar strujne cijevi ne mogu sjeći

$$Q = \vec{q} \cdot \vec{A} = qA \cos \alpha = qA' = q' A = \text{konst.}$$

➡ Izdašnost elementarne cijevi

GIBANJE PODZEMNIH VODA

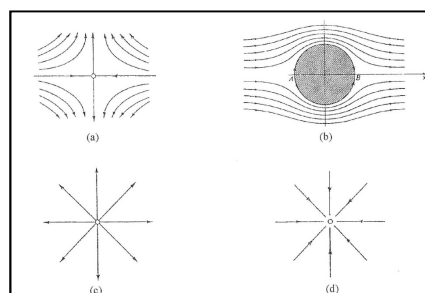
3. OPIS STRUJANJA

3.4. Singularna strujanja

- **singularne (osobite) točke:**
- **točka zastoja ili stagnacije** (točka koju strujnice obilaze pa je njihova brzina ništavna)
- **čvorna točka** (točka u kojoj su sve strujnice tangencijalne i u njoj se sijeku pa njihova brzina teži beskonačnosti)

$$q_x = q_x(x, y, t); \quad q_y = q_y(x, y, t); \quad q_z = 0$$

Komponente vektora brzine singularne točke u ravninskom strujanju



Slika 8: Tipovi singularnih točaka u ravninskom strujanju: (a) i (b) točke zastoja (sedla); čvorne točke:

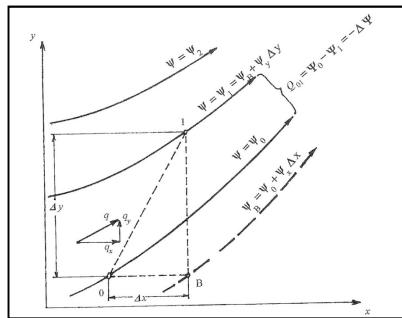
(c) izvor, (d) ponor

- Prave singularne točke – one u kojima se tangira beskonačan broj strujnica (u njima se strujnice sijeku), takve se točke zovu izvor (kada strujnice divergiraju), a ponor ili negativni izvor (kada strujnice konvergiraju)

GIBANJE PODZEMNIH VODA

4. STRUJNA MREŽA U RAVNINSKOM TOKU

4.1. Strujna funkcija u ravninskom strujanju



Slika 9: Strujna funkcija u dvodimenzijском strujanju

- ravninsko strujanje – strujanje pri kojemu se sve čestice tekućine gibaju usporedno s nekom ravninom

$\Psi = \Psi(x, y, t)$ – strujna funkcija ili funkcija toka nestlačivoga fluida pri ravninskom strujanju

- ako je duž strujnice $\Psi = \text{konst.}$ – jednačba strujne funkcije: $\Psi = \Psi(x, y) = \text{konst.}$

Protok strujne cijevi

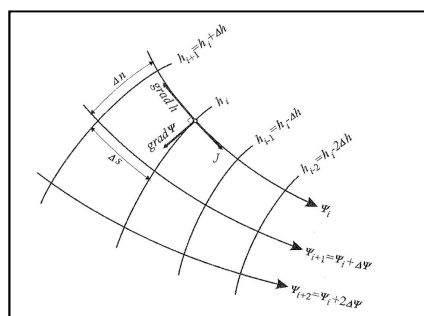


$$Q_{01} = -q_y \Delta x + q_x \Delta y$$

GIBANJE PODZEMNIH VODA

4. STRUJNA MREŽA U RAVNINSKOM TOKU

4.2. Okomitost strujnica i ekvipotencijala



Slika 10: Ortogonalna strujna mreža

- strujnice i ekvipotencijale – familije okomitih krivulja kroz cijelo područje toka homogene i nehomogene sredine, za anizotropnu sredinu to ne vrijedi (vektor brzine filtracije u njoj nije kolinearan s gradijentom)

- gomilanje strujnica – povećanje brzine
- gomilanje ekvipotencijala – povećanje hidrauličkog gradijenta J

GIBANJE PODZEMNIH VODA

4. STRUJNA MREŽA U RAVNINSKOM TOKU

4.3. Svojstva strujne mreže

- **strujna mreža** – mreža ekvipotencijala i strujnica kojom se predočava strujanje podzemnih voda

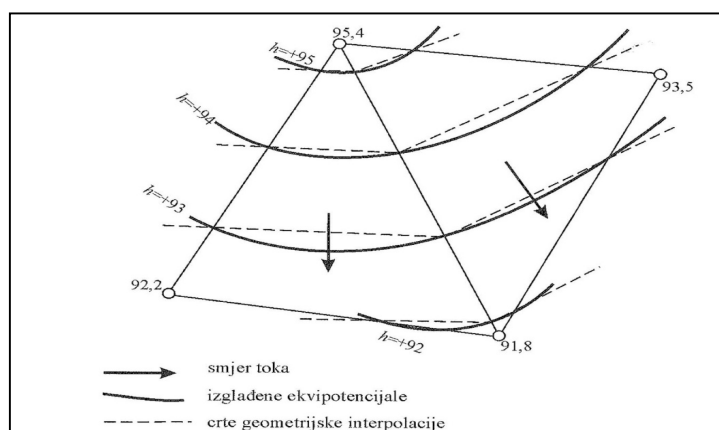
Svojstva strujne mreže

- međusobno okomite u izotropnoj sredini
- nemogućnost presijecanja susjednih strujnica i ekvipotencijala (izuzetak na mjestima hidrauličkog ponora ili izvora)
- svaka strujnica ima hidrauličko značenje barijere
- paralelnost ekvipotencijale i okomitost strujnice na granicu stalne razine
- strujna mreža preko dijelova područja iste hidrauličke vodljivosti oblikuje kvadrate, a pravokutnike preko područja različite hidrauličke vodljivosti
- gomilanje strujnica – povećanje brzine, a gomilanje ekvipotencijala – povećanje hidrauličkog gradijenta J
- lom strujnica pri diskontinuiranoj promjeni hidrauličke vodljivosti (na geološkoj granici dvaju slojeva različite propusnosti)
- odnos vodne plohe i strujne mreže izražava stacionarnost toka i uvjete na vodnoj plohi kao granici vodonosnika

GIBANJE PODZEMNIH VODA

4. STRUJNA MREŽA U RAVNINSKOM TOKU

4.4. Konstrukcija strujne mreže iz mjernih podataka



Slika 11: Geometrijska interpolacija i izgladene ekvipotencijale